

## 第 3 章 物體的運動

3-1 物體運動的軌跡

3-2 牛頓運動定律

（示範實驗：摩擦力的觀察）

3-3 克卜勒行星運動定律

### 本章教學理念

牛頓曾說：自然界的一切現象，均可根據力學的原理，用相似的推理，一一引導出來。本章先介紹基本的運動現象，然後引入力的觀念，說明力是如何改變物體的運動狀態，以及力對日常生活有哪些的影響。

數千年來，人們對於自然界中變化的現象一直都充滿著好奇。在物理上，最基本的變化就是位置的改變——即運動。運動該如何描述？又是什麼使運動發生？

### 3-1 教學理念

從日常生活中見到的各種運動現象，讓學生認識位置、位移、速度、加速度等物理量，以及這些物理量隨時間變化的關係，但不涉及引起運動變化的原因。並介紹一維運動的公式與計算。

## 3-1 物體運動的軌跡

街上的行人、競賽的跑者、路上的汽車、翻轉的雲霄飛車、滾動的撞球、擺盪的鞦韆、升起的日月、漲落的潮水等，這些物體的運動狀態都是隨時間在改變。基本上，物體的運動可區分為下列三種（圖 3-1）：

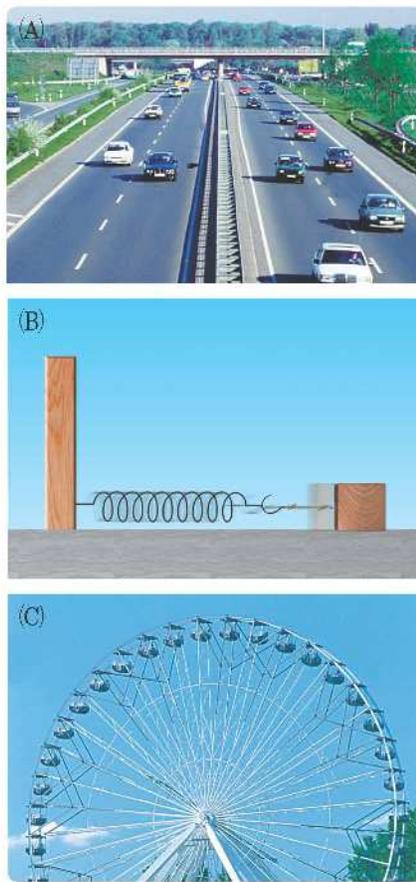


圖 3-1 物體的運動：(A)平移。(B)振動。(C)轉動。

### 生活中常見的運動

1. **平移** (translation)：在空間中，位置的改變。例如：移動的汽車。
2. **振動** (vibration)：在平衡點附近，沿同一路徑來回的週期性運動。例如：彈簧一端固定，另一端與木塊連接，壓縮彈簧，釋放後木塊的運動。
3. **轉動** (rotation)：繞著一軸心旋轉的圓周運動。例如：摩天輪的轉動。

此外，還有由以上三種情形組合成的運動。例如：滾動的圓盤邊緣上一點之運動等於圓盤中心的平移加邊緣上一點對圓盤中心的轉動（圖 3-2）。要描述物體的運動，通常應指出

1. 在何處 → 物體的位置
2. 有多快 → 物體的速率

以下將從較簡單的直線運動，來探討描述物體運動的方法。

圖 3-2 圓盤邊緣上一點及圓盤中心的運動軌跡

### 一、位置與路徑長 路徑與位移

如何決定物體在直線上的**位置** (position)，首先得定出一基準參考點，通常我們稱它為**原點** (origin)，並令原點之位置為 0 (圖 3-3)。

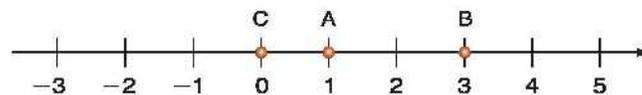


圖 3-3 物體位置的標示

在通過此原點之直線上，刻畫出某一長度單位之各種倍數。習慣上規定在原點右方或上方之值為正，左方或下方之值為負。一物體在此直線上之位置便可被決定或測量出來。一般我們所言物體運動有多快，是指在一特定時間間隔內，物體所經過的路程總長度（或路徑長）。此比值稱為**平均速率**（average speed）。物體平均速率的定義為

$$\text{平均速率} = \frac{\text{路徑長}}{\text{經歷時間}} \text{ 或 } v_s = \frac{\ell}{t} \quad (3.1)$$

速率的單位為公尺 / 秒 (m/s)，或其他相關的單位。例如：一輛汽車在一小時內，可往返相距 30 公里的兩城市，則此車之平均速率為 60 公里 / 時。生活中常見的車速限制就是以公里 / 時為單位（圖 3-4）。

圖 3-4 此條道路的速限為 50 公里 / 時（約 14 公尺 / 秒）

## 二、位移與速度

在物理上要強調、著重的經常不是路徑長，而是位置**狀態**（state）的變化。也就是只要物體起點初位置到終點末位置之間的距離長度及移動方向，而不論其中的過程如何，此稱之為物體的**位移**（displacement）。

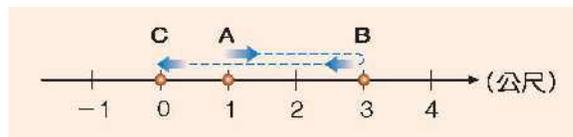
$$\begin{aligned} \text{位移} = \text{末位置} - \text{初位置} \\ (\Delta x = x - x_0) \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \text{正, 代表往右 (或向上)} \\ \text{負, 代表往左 (或向下)} \\ 0, \text{ 代表無變化} \end{cases} \quad (3.2)$$

位移的單位為公尺 (m)。

### 範例 3-1

如右圖，一物體自 A 點往右前進至 B 點後，折回至原點 C，求此物所行之路徑長及位移分別為何？

【相關練習：習題 1.】



**分析** 路徑長 = 路程總長度，位移 = 末位置 - 初位置

**解** 路徑長 = 2 + 3 = 5 (公尺)

位移 = C 點位置 - A 點位置 = 0 - 1 = -1 (公尺)，負號代表往左

在一特定時間間隔內，物體位置狀態的改變和經歷時間的比值，稱之為**平均速度**（average velocity）。物體平均速度的定義為

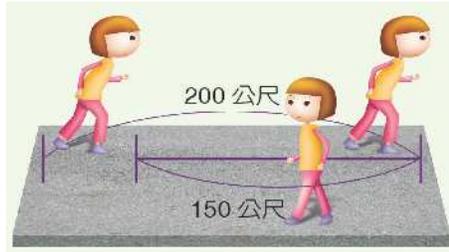
$$\text{平均速度} = \frac{\text{位移}}{\text{經歷時間}} \quad \text{或} \quad v = \frac{x - x_0}{t} \quad (3.3)$$

跟速率一樣，速度的單位為公尺 / 秒 (m / s)。

### 範例 3-2

小敏花 1 分鐘在路上向右跑了 200 公尺，然後花了 4 分鐘沿相同的路徑步行折返 150 公尺，求小敏的位移及平均速度分別為何？

【相關練習：習題 1.】



**分析** 位移 = 末位置 - 初位置，平均速度 = 位移 / 所需時間  
**解** 位移 = (200 - 150) = 50 (公尺)，往右  
 平均速度 = 50 / (1 + 4) = 10 (公尺 / 分)，往右

平均速率與平均速度在意義及數值上並不相同，只有當路徑長與位移量值相等時，其值才會相等。在極短（幾乎為零）時間內，物體的移動可視為直線且不折返。在此情形下，位移與路徑長接近相同，此很短時間內的平均速度與平均速率，稱為瞬時速度與瞬時速率。所以瞬時速率必等於瞬時速度的量值。而通常我們所說的速度或速率，指的是瞬時速度或瞬時速率，例如：汽車上的速率表顯示的是瞬時速率。

### 三、加速度 速度、加速度與慣性

一般而言，運動大致可分為速度不變（等速）與速度改變（變速）兩種。一物體速度若不斷地在增加，習慣上常說此物正在加速之中。物理學上之加速度（acceleration）則是表示物體速度變化快慢的量，它的定義為

$$\text{平均加速度} = \frac{\text{速度變化}}{\text{經歷時間}} \quad \text{或} \quad a = \frac{v - v_0}{t} \quad (3.4)$$

加速度的單位為公尺 / 秒<sup>2</sup> (m / s<sup>2</sup>)。

### 範例 3-3

小淮投擲一溜溜球，球以 1 公尺 / 秒的速率擲出，在 2 秒後以相同速率、相反方向回到他的手中（小淮手的位置未變）。求此球自離開小淮手中，再回到小淮手中的平均速度及平均加速度之量值分別為何？

【相關練習：習題 2.】

**分析** 位移 = 末位置 - 初位置，速度變化 = 末速度 - 初速度

**解** 平均速度=位移/經歷時間, 平均加速度=速度變化/經歷時間

在 2 秒之間, 球自小准手離開, 又再回到小准手上。設小准手的位置當參考原點, 則球的位移=0-0=0 (公尺)

假設球以 1 公尺/秒之初速率往下, 又以 1 公尺/秒之末速率往上回到小准手中, 則球的速度變化=1-(-1)=2 (公尺/秒)

因此 平均速度=0/2=0 (公尺/秒)

平均加速度=2/2=1 (公尺/秒<sup>2</sup>), 向上

物體的速度可以愈來愈快, 也可以愈來愈慢。但加速度為正, 並不一定代表速度會愈來愈快, 這是因為速度是有正、負方向區分的。歸納而言, 運動愈快, 表示加速度與速度同方向, 例如: 飛機的起飛、汽車的加速。相反的, 運動漸慢, 表示加速度與速度反方向, 例如: 飛機的降落、汽車的煞車, 此時也可稱為減速度 (deceleration) (圖 3-5)。

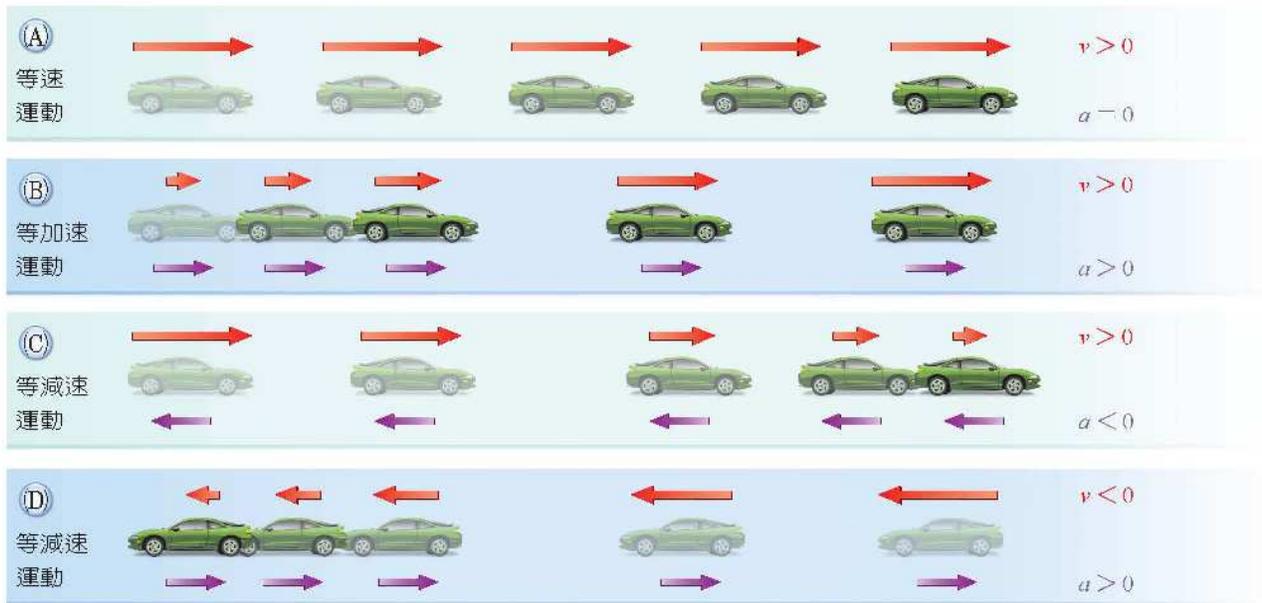


圖 3-5 汽車的等速運動與等加速運動的位置-時間對比圖, 以向右為正。注意圖(D)中等減速運動之加速度值為正。

### 範例 3-4

一部向上運動的電梯初速為 1 公尺/秒, 在 2 秒內穩定地減速至停止, 求電梯的平均加速度為何? 【相關練習: 習題 2.】

**分析** 物體停止代表速度為 0, 速度變化=末速度-初速度

平均加速度=速度變化/所需時間

**解** 速度變化=0-1=-1 (公尺/秒)

平均加速度=-1/2=-0.5 (公尺/秒<sup>2</sup>)

加速度值為負, 但速度值為正, 兩者符號(方向)相反, 代表電梯速度愈來愈慢。

## 四、落體運動 —— 等加速運動

一物體自空中釋放，在地球表面某處測量出在不同時間的位置如下：（此處為方便計算，取向下為正）

| 時間<br>$t$ (秒) | 位置<br>$x$ (公尺) | 平均速度<br>$v$ (公尺/秒) | 平均加速度<br>$a$ (公尺/秒 <sup>2</sup> ) |
|---------------|----------------|--------------------|-----------------------------------|
| 0             | 0              |                    |                                   |
| 1             | 5              | 5                  | 10                                |
| 2             | 20             | 15                 | 10                                |
| 3             | 45             | 25                 | 10                                |
| 4             | 80             | 35                 | 10                                |
| 5             | 125            | 45                 |                                   |

則  $0 \rightarrow 1$ 、 $1 \rightarrow 2$ 、……、 $4 \rightarrow 5$  秒間之平均速度  $v_1$ 、 $v_2$ 、……、 $v_5$  由式 (3.3) 可得

$$v_1 = \frac{x_1 - x_0}{t} = \frac{5 - 0}{1} = 5, \quad v_2 = 15, \quad \dots, \quad v_5 = 45$$

若將  $v_1$ 、 $v_2$ 、……、 $v_5$  之平均速度分別視為在 0.5、1.5、……、4.5 秒之瞬時速度，則自 0.5 秒到 4.5 秒，每秒之間之平均加速度值，由式 (3.4) 可得（註：這是等加速運動的性質，參考本章習題 4。）

$$a_1 = \frac{v_2 - v_1}{t} = \frac{15 - 5}{1} = 10, \quad a_2 = 10, \quad \dots, \quad a_4 = 10$$

這說明此物體都是以均勻 10 公尺/秒<sup>2</sup> 的加速度往下墜落。物體在任何時刻之加速度都相同的運動，稱為等加速運動。在真空中自由釋放的落體運動，就是一種常見的等加速運動（圖 3-6、3-7）。

圖 3-6 物體不論質量為何，在真空中皆會以相同的加速度落下。

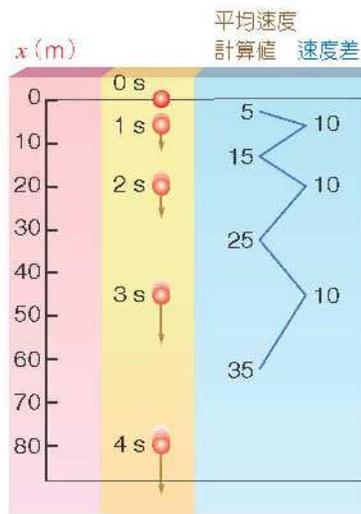


圖 3-7 物體自由落下時，每秒鐘的速度變化量都一樣，圖中速度單位為  $\text{m/s}$ 。

在地球表面自靜止落下的物體，其加速度均為一固定值，約為  $10 \text{ m/s}^2$ （往下），故由式（3.4）可得，自靜止落下，初速  $v_0=0$  之等加速運動物體，在任意時刻的末速度皆為

$$v = at \quad (3.5)$$

西元 1300 年左右，雖然無坐標與解析幾何的觀念，但中世紀的學者已發現：等加速直線運動的物體在  $t$  秒內所行進的距離，等同於在  $t$  秒內以固定的中間速度等速前進的距離（圖 3-8）。若自靜止（初速為 0）開始，則以等加速度  $a$  在  $t$  秒內所行進的距離，可以直角三角形面積（斜線部分）來代表，而此面積也等於圖示中的長方形面積（綠色部分），它代表以等速度  $v/2$  在  $t$  秒內所前進的距離。利用式（3.3）與（3.5），可得距離

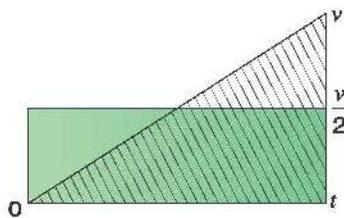


圖 3-8 中世紀所發現加速度與等速運動的關係圖

$$S = v_{\text{平均}} \times t = \frac{1}{2} v \times t = \frac{1}{2} at \times t = \frac{1}{2} at^2 \quad (3.6)$$

其中  $v$  為  $t$  秒末的速度。

### 3-2 教學理念

說明質量代表物體運動慣性之大小、力對物體運動狀態的影響，使學生了解運動與力之間的關係，並介紹生活中幾種常見的力，如摩擦力及彈簧力。

## 3-2 牛頓運動定律

### 一、牛頓第一運動定律 —— 慣性定律 一維空間的作用力、慣性定律

西方在中世紀之前，皆認為物體在不受外界干擾下的「自然運動」僅有兩種形式：向上與向下。輕物如火和氣，會朝上飛向天際；重物如土和水，會朝下向宇宙中心 —— 地心運動。直到約 1590 年，伽利略提出一圓球在光滑的傾斜面上方釋放（圖 3-9），當球抵達水平面後，它可在不受外界干擾下，於水平的木板上繼續運動下去，既不是向上，也不是向下，而成為指出前人以重物、輕物的「二分法」來解釋自然運動所造成謬誤的第一人。他說：

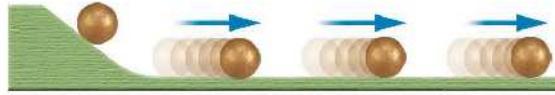


圖 3-9 球在斜面上釋放後的運動情形

「若某物體沿水平面運動，而運動中又沒有遇到任何阻止，那麼……該物體將作均勻地等速運動。而如果平面在空間延伸至無限遠的話，這一運動將永遠延續下去。」

但伽利略認為地球上並沒有無限長的平面，這個平面若繼續延長下去，應該是會圍繞著地球的圓形平面，回到原處。1644 年哲學家笛卡兒針對此，提出了以下運動規律：

「所有物體會盡它們最大的可能，保持自己的狀態。……對運動物體而言，它將趨向保持同一速度和同一方向，除非有別的物體制止或減慢它的運動速度。」

笛卡兒在此提出了伽利略所未含有的概念 —— 「狀態」。即在不外界物體制止、干擾的話，則原先處於「靜止」的物體，將繼續保持著「靜止狀態」。而原先「運動」的物體將會繼續維持著以同一速率，沿著同一方向（即等速直線）的「運動狀態」。此外，他們倆是用「沒有遇到阻止」或「制止」等語詞來表示不受外界干擾的影響。牛頓在 1666 年稱它為「外因」，二十年後，他稱此「外因」為力（force），並寫出以下有名的第一定律：

任何物體將繼續保持靜止，或維持在一直線上等速運動的狀態，直到有加予在它上面的力，迫使它改變這種狀態為止。

也就是說：如果沒有外因或外力，物體將保留其原先習慣的狀態 —— 靜止不動或速度不改變，故此第一運動定律亦被稱為慣性定律（law of inertia）。

在生活中可以看到許多慣性定律的實例。例如：工人發現鐵鎚的鎚頭鬆脫，他就緊握把柄，將把柄迅速向下敲在地板上。由於把柄撞地後突然靜止，而鎚頭因慣性仍繼續向下運動，使得鎚頭與把柄可以結合得更緊（圖 3-10）。慣性鐵鎚

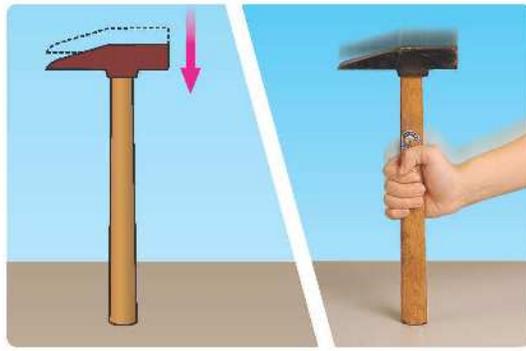


圖 3-10 利用慣性可使鬆脫的鐵鎚卡緊

在等速前進的車上，手握一棒球，當手鬆開球時，此時球在沿著水平的方向上，並未受任何外力，故在水平方向上，球將保持原來狀態，繼續維持著等速的運動（圖 3-11）。

### 慣性快速抽走鈔票

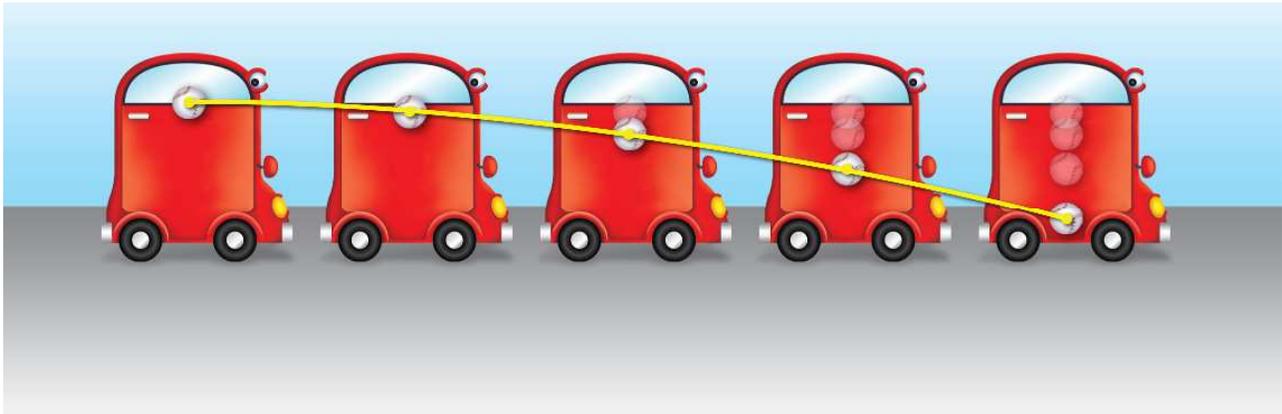


圖 3-11 在等速度前進的車外釋放一棒球後，球在水平方向並無受到任何外力，故球會以原先的水平速度繼續向前運動，而使車上的人認為球是鉛直落下。（紅線代表靜止在車外的人所見的棒球路徑）

在等速飛行的飛機上，釋放一炸彈，當炸彈著地前，在水平方向上炸彈均會一直與飛機處於相同的運動狀態，也是同樣的道理（圖 3-12）。

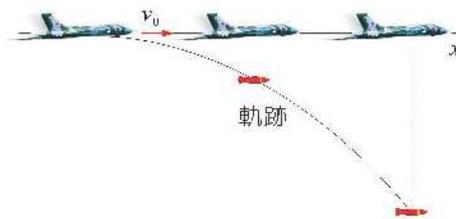


圖 3-12 飛機釋放一炸彈後，由於炸彈在水平方向並無受到任何力（空氣阻力可忽略），故會維持相同的水平速度繼續向前運動。

### 範例 3-5

乘客站在平穩前進中的公車內，當公車緊急煞車時，乘客上身會向車頭方向前傾，是何原因？

**分析** 對靜止在地面的觀察者，平穩前進的公車及乘客，均以等速運動，當車緊急煞車後，慣性會使得乘客繼續向前運動，另一方面腳底與車子地板間的摩擦力，

則可阻止乘客的腳向前運動。

**解** 摩擦力的存在，使得腳會隨煞車後靜止不動，但人上身遵循慣性定律會繼續向前運動，故上身將前傾。

## 二、牛頓第二運動定律

由慣性定律，牛頓很自然地會反過來陳述同樣正確的命題：若物體的運動狀態改變時，則必有一外力作用其上。而形成了他的第二定律：

**運動狀態的變化與所加的外力成比例；且運動狀態的變化是沿著外力的方向。**

因此，一物體由靜止狀態變為運動狀態，或運動得愈來愈快、或愈慢，則必定有外力作用在此物體上。且外力 ( $F$ ) 愈大，則同一物體在某一時段 ( $\Delta t$ ) 內的速度變化量 ( $\Delta v = v_{末} - v_{初}$ ) 也愈大。即

$$F \propto \frac{\Delta v}{\Delta t} = a \quad (3.7)$$

其中  $a$  為加速度。也就是物體的加速度與所受外力成正比。例如：一物體若受一固定外力  $F$  使得物體自靜止開始，獲得加速度  $a$ ，1 秒後之速度為  $v$ ，則若物體受  $2F$  之力，將獲得  $2a$  的加速度，亦即於 0.5 秒後，便可達到速度  $v$  (圖 3-13)。

另外，首先由伽利略所發現，地球上之任一下落物體皆有相同的向下加速度；而由牛頓運動定律，表示必會有一外力 (重力) 作用於每一落體上，且方向朝下。

另一方面牛頓在 1665 年也提及：

$$\text{使物體運動的力與物體的量成比例，即 } F \propto m \quad (3.8)$$

其中  $F$  為外力， $m$  為牛頓所言「物體的量」，也是後來所稱之物體質量，例如：一塊物體若受一固定外力  $F$ ，使得物體自靜止開始，獲得加速度  $a$ ，則兩塊相同物體，若欲獲得相同加速度，則需施以  $2F$  的力 (圖 3-14)。

將此比例式與運動定律式 (3.7) 合併，即可得常見的關係式

$$F = ma \quad (3.9)$$

若質量單位為公斤，加速度單位為公尺 / 秒<sup>2</sup>，則力之單位稱為牛頓。

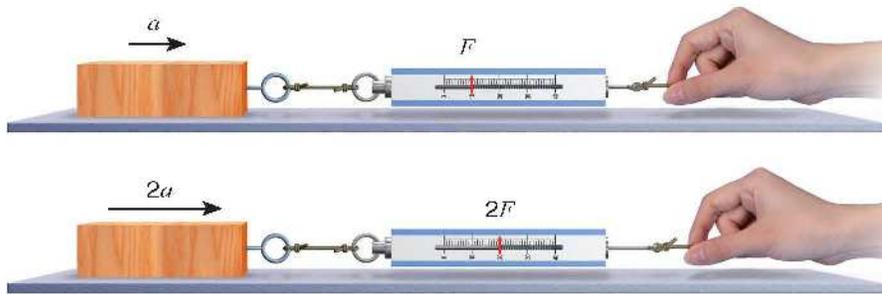


圖 3-13 同一物體所受的外力愈大，可產生愈大的加速度。

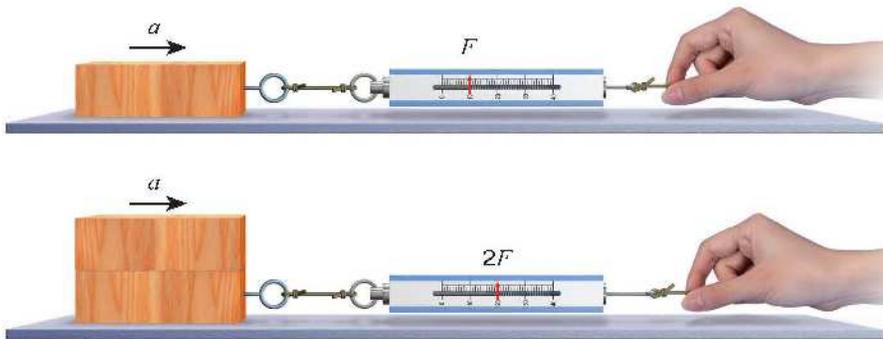


圖 3-14 質量愈大物體，需受愈大的力，才可產生相同的加速度。

### 範例 3-6

若以一固定外力，作用於靜止在光滑水平面上質量為  $m_1$  之物體上，於 2 秒鐘內前進了 5 公尺。若以相同之外力，作用在靜止於相同光滑水平面的第二個物體上，於 2 秒鐘內前進了 10 公尺，求此物體之質量。

- 分析
1. 固定外力作用於一物體上，會發生等加速運動  $F \propto a$  (式 3.7)。
  2. 在相同時間下，等加速運動的物體，其所行進距離與加速度成正比，

$$S = \frac{1}{2}at^2 \propto a \quad (\text{式 3.6})。$$

3. 相同外力作用下，不同物體所生之加速度與質量成反比， $a \propto \frac{1}{m}$  (式 3.9)。

解 兩物體受固定外力作用相同時間後，所生之加速度比為

$$a_2 / a_1 = S_2 / S_1 = 10 / 5 = 2$$

在相同外力下，此兩物體之質量比為

$$m_2 / m_1 = a_1 / a_2 = 1 / 2$$

故  $m_2 = \frac{1}{2} m_1$ ，第二個物體之質量為第一個物體質量之半

### 三、牛頓第三運動定律 —— 作用反作用定律

牛頓受到笛卡兒探討物體藉著碰撞來傳遞速度的影響，也著手研究物體碰撞問題，並認為當兩物體彼此受壓至最大時，兩物體將會受到同樣強烈的力，也會施予對方相同量值的作用 (圖 3-15)。在自然哲學的數學原理的第一章中，牛頓寫下最後一個定律：

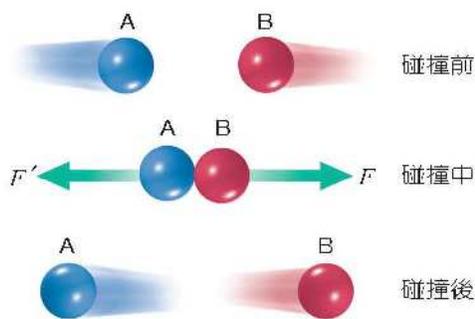


圖 3-15 兩撞球接觸時，A 球作用在 B 球之力  $F$ ，與 B 球作用在 A 球之力  $F'$ ，量值相等，方向相反，但作用在不同物體上。

對一個作用力而言，永遠存在一個量值相等的反作用力。或者說：兩物體作用在對方的相互作用力永遠相等，且指向相反的方向。

#### 四、日常生活中常見的力

揹書包、提菜籃、搬桌子、抬重物、推購物車，每天生活中處處可見需要使用力的地方。觀察力的實例發現，大多必須藉由接觸，力才能傳遞，我們稱此種力為接觸力，例如：手推力、手拉力、彈力。此外，兩磁棒的吸引、排斥及摩擦墊板後吸引紙屑，卻都不必經由接觸即可對另一物體產生影響，我們稱此種力為非接觸力，例如：重力、磁力、靜電力(圖 3-16)。



圖 3-16 接觸力：腳要接觸足球才能將足球踢出。非接觸力：磁鐵不需要接觸迴紋針，即可使迴紋針受力移動。

#### 重 力

伽利略之前的學者已察覺地球表面附近的重物，皆會朝向地球墜落，他們只知這是一種普遍性質，但尚不知其成因，直到牛頓時才明白物體落下時，因速度一直增加而存在有加速度，故受一外力作用，他稱此外力為重力 (**gravitational force**)，利用第二運動定律，其量值與此物體的質量成正比，也與此物體朝向地球的加速度成正比，即

$$\begin{aligned} \text{重力} &= \text{質量} \times \text{重力加速度} \\ W &= m \times g \end{aligned} \quad (3.10)$$

而重力加速度  $g$  值與物體和地球中心的距離有關，物體愈遠離地心，則  $g$  值愈小，其所受的重力將愈弱。此物體所受的重力量值，稱之為重量 (weight) (圖 3-17)。在地球北緯  $45^\circ$  海平面所測得之重力加速度值為  $g=9.8$  公尺 / 秒<sup>2</sup> (在此僅取 2 位有效數字。為計算方便，有時假設  $g=10$  公尺 / 秒<sup>2</sup>)，質量為 1 公斤的物體，在此處所受之重力稱為 1 公斤重，亦即

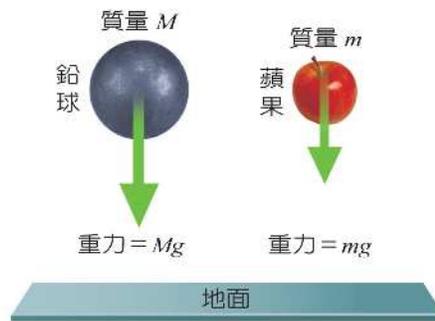


圖 3-17 鉛球與蘋果同時墜落後，在同一時刻的速度皆相等，但所受重力不同。

$$W=1 \text{ 公斤重}=1 \text{ 公斤} \times 9.8 \text{ 公尺 / 秒}^2=9.8 \text{ 公斤} \cdot \text{公尺 / 秒}^2$$

若定義單位：

$$\begin{aligned} 1 \text{ 牛頓} &= 1 \text{ 公斤} \cdot \text{公尺 / 秒}^2 \\ \text{或 } 1 \text{ N} &= 1 \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{s}^2 \end{aligned} \quad (3.11)$$

則重力或重量單位可為「公斤重」或「牛頓」，且 1 公斤重 = 9.8 牛頓。

由於任一物體在同一地點所「具有」的重力加速度  $g$  均為定值，因此不僅自靜止落下的物體如此，任何地球表面上的運動，如垂直上拋、斜向拋射等物體，也都會有相同的向下加速度。由式 (3.4) 可得知在任意時刻，垂直下落、垂直上拋及斜向拋射物體，沿著垂直軸的末速均為

$$v = v_0 + at = v_0 - gt \quad (3.12)$$

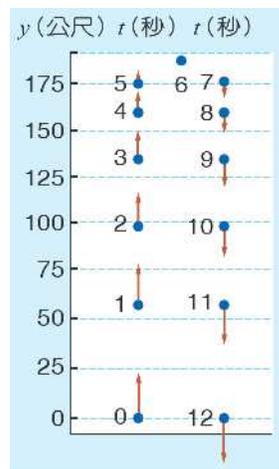
其中  $v_0$  代表初速，以向上為正。

### 範例 3-7

在地表附近之物體，會有向下的重力加速度  $10$  公尺 / 秒<sup>2</sup> 影響，若以  $60$  公尺 / 秒的初速，鉛直向上發射一球，求：

- (1) 1 秒後，球的速度為多少？
- (2) 上升至最高點經歷多少時間？

【相關練習：習題 3.、5.、6.】



- 分析**
1. 上拋運動為等加速運動
  2. 若取向上為正，則重力加速度向下，即  $a = -10$  公尺 / 秒<sup>2</sup>
  3. 等加速運動的末速  $v = v_0 + at$ ，其中  $v_0 = 60$  公尺 / 秒
  4. 上升至最高點時，速度為零

- 解**
- (1) 1 秒後，球的速度  

$$v = 60 + (-10) \times 1 = 50 \text{ (公尺 / 秒), 向上}$$
  - (2) 上升至最高點時，由末速為 0，且  

$$0 = 60 + (-10)t$$
 故上升至最高點需時  $t$ ， $t = 60 / 10 = 6$  (秒)

## 彈 力

擴胸器受力後，會被伸展開，而改變其長度。最能代表此種受力後，外表形狀改變的材料是彈簧。當手向外拉彈簧時，彈簧形狀變長，同時手可明顯感受到一向內之拉力(圖 3-18)，這種彈簧欲恢復到原來狀態的作用力，稱之為**彈力**(elastic force)或**回復力**(restoring force)。

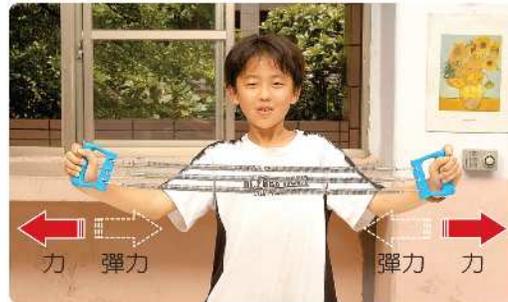


圖 3-18 擴胸器所呈現的彈力

要了解彈力的性質，我們可先觀察彈簧伸長量與懸掛物體重量  $W$  之間的關係。若彈簧原來長度為  $l_0$ ，懸掛重量為  $A$  之重物後，彈簧長度為  $l_1$ ，長度伸長量  $\Delta l = l_1 - l_0$ 。若再懸掛重量為  $2A$  及  $3A$  之重物，可發現彈簧伸長量與重量或重力成正比(圖 3-19)。即

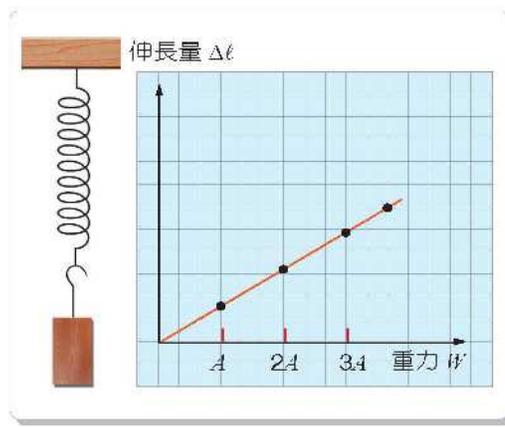


圖 3-19 彈簧伸長量與物體所受重力成正比

$$W \propto \Delta\ell \quad \text{或} \quad W = k\Delta\ell \quad (3.13)$$

上式為虎克定律 (Hooke's law) 應用在重力上的一種表示，它也是物理學發展史上最早以數學式來描述力作用的關係，其中  $\Delta\ell$  代表彈簧伸長量，比例常數  $k$  稱為彈簧的力常數 (force constant)。

進一步而言，彈簧下方因懸掛重物，造成彈簧變形伸長，使得彈簧產生向上的回復力。當物體靜止時，因所受合力為零，則

$$\text{物體受彈簧向上的回復力 } (F) = \text{物體受地球向下的重力 } (W) \quad (3.14)$$

由虎克定律可知，回復力的量值也與伸長量成正比，故可從彈簧的伸長量或彈簧秤上的指針讀數，讀出回復力的量值或物體向下的重力量值 (圖 3-20)。

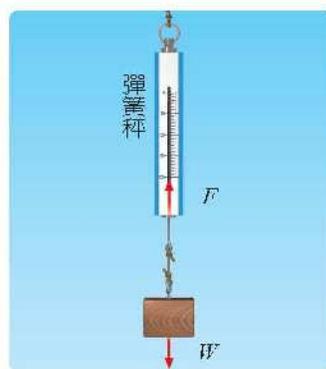


圖 3-20 物體同時受到地球的重力與彈簧的回復力，且兩者互相平衡。

### 範例 3-8

彈簧上端固定，自然長度為 10 公分，彈簧重量不計，在彈簧下端懸掛 20 克重之物體時，彈簧全長為 15 公分。若懸掛 30 克重之物體時，彈簧全長為多少？

**分析** 由虎克定律：重力與彈簧伸長量的關係為  $W=k\Delta l$ ，其中伸長量

$$\Delta l = \text{全長} - \text{原長} = l_1 - l_0$$

**解** 因 
$$\begin{cases} W_1 = k(l_1 - l_0) \\ W_2 = k(l_2 - l_0) \end{cases} \quad \text{故} \begin{cases} 20 = k(15 - 10) \\ 30 = k(l_2 - 10) \end{cases}$$

兩式相除，得  $3/2 = (l_2 - 10) / (15 - 10)$

$l_2 - 10 = 7.5$   $l_2 = 17.5$  (公分)，所以彈簧全長為 17.5 公分。

另一方面，彈簧秤也可作為測量拉力的工具，只要將拉力作用在彈簧秤之掛鉤處，則彈簧秤上之讀數，即是此彈簧秤所受拉力之量值（圖 3-21）。



圖 3-21 彈簧秤亦可用來測量拉力的量值

### 摩擦力

在接觸力中，除了上述的推力與拉力外，最常見的就是阻力或摩擦力。有了摩擦力的概念，可讓我們了解為何在冰上就可輕易地推動一重物（圖 3-22）。



圖 3-22 在冰上可以很容易地推動一重物

一個非常光滑的平面，在顯微鏡底下，它仍然是凹凸不平的（圖 3-23）。因此在其上置一重物，兩者之間在接觸處，仍然會很不規則地糾纏在一起。若要讓重物在地上移動，必須要施加外力，來克服此種因表面粗糙而永遠存在的阻力，這種阻力稱為摩擦力 (frictional force)。使物體移動前，所存在之最大摩擦力，稱為最大靜摩擦力，以  $f_s(max)$  來表示。

圖 3-23 在顯微鏡底下一光滑平面的粗糙情形

### 示範實驗 摩擦力的觀察

目的：

探討摩擦力和哪些因素有關——物體質量、接觸面積或接觸面材質。

### 實驗器材：

砝碼 (0.5 kg、1.0 kg、2.0 kg)

木塊 (0.5 kg, 10 cm×5 cm×3 cm)

木質桌板、玻璃桌板、

彈簧秤

### 實驗步驟：

1. 用彈簧秤拉一靜置於水平木質桌板上的一木塊如圖 3-24 (木塊接觸面積 10 cm×5 cm), 至木塊「開始」運動時記錄彈簧秤的最大讀數。



圖 3-24

2. 依序將不同重量的砝碼置於木塊上，並記錄木塊開始運動時彈簧秤的最大讀數。
3. 將木質桌板換為玻璃桌板，重複步驟 1、2 並記錄彈簧秤的最大讀數。
4. 將木塊轉 90° 放置 (接觸面積 10 cm×3 cm)，重複步驟 1~3，並分別記錄彈簧秤的最大讀數。

### 數據與分析：

1. 分別在實驗步驟 1~3，觀察木塊與砝碼的總重量，和彈簧秤的最大讀數有何關係？
2. 在相同的木塊與砝碼之總重量下，彈簧秤的最大讀數和接觸材質有何關係？
3. 在相同的桌板及相同的木塊與砝碼之總重量下，彈簧秤的最大讀數和接觸面積有何關係？

### 應用：

- 政府新法令中，汽車輪胎 (圖 3-25) 為什麼要設定胎紋深度不可小於 1.6 mm，以確保行車安全？



圖 3-25

在實驗中，施以一水平拉力於木塊上，但木塊維持靜止，這表示木塊所受合力為零，即桌面對木塊在接觸面提供一摩擦力進行抵制之故。若拉力逐漸增大，而木塊依然靜止，代表摩擦力並非一固定值。在木塊開始運動前，彈簧秤上的最大讀數，就代表桌面與木塊之間的最大靜摩擦力。

加上砝碼後的木塊，由於受到重力的影響，會比未加上砝碼的木塊更緊密的接觸桌面，使得重物受到的最大靜摩擦力也會較大。實驗發現最大靜摩擦力量值與物體重量成正比，即

$$f_s(\max) = \mu_s W \quad (3.15)$$

此處之比例常數  $\mu_s$  稱為靜摩擦係數，與物體和接觸面的材質及粗糙程度有關。

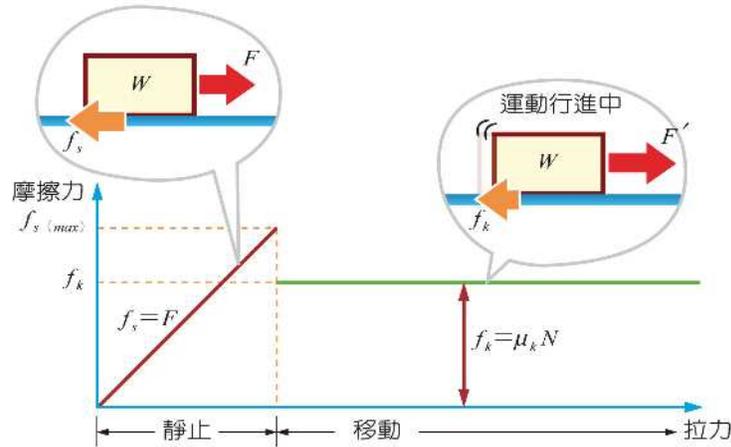


圖 3-26 物體移動前後，摩擦力 ( $f$ ) 與拉力 ( $F$ ) 之關係圖。

但若對靜止置於水平面物體除了水平拉力外，也給予一個垂直向上的拉力  $F$ ，則物體與接觸面的緊密程度將會降低，所對應的最大靜摩擦力也會減少。顯然此時最大靜摩擦力並不會與物體重量  $W$  成正比，而會與重量及向上拉力之差  $W - F$  成正比（圖 3-27）。

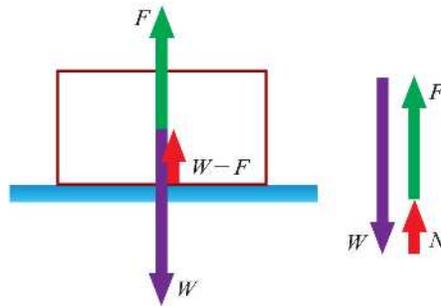


圖 3-27 靜止物體重量  $W$ ，受一垂直向上拉力  $F$  時，最大靜摩擦力與  $W - F$  成正比。 $W - F$  等於平面施於物體的向上支撐力  $N$ 。

由於物體在垂直方向處於靜止，故接觸物必會給予物體一向上的支撐力  $N$ ，方能使物體所受的垂直合力為零。即

$$N = W - F \quad (3.16)$$

此向上支撐力  $N$  又稱為正向力 (normal force)，因它的方向永遠沿著與接觸面垂直的法線方向。而  $N$  才真正可代表物體與表面接觸的緊密程度，故最大靜摩擦力的正確形式，應為

$$f_s(\max) = \mu_s N \quad (3.17)$$

靜摩擦係數  $\mu_s$  之值是由實驗測量來決定，常見之靜摩擦係數如表 3-1 所示。

物體開始移動，摩擦力（或稱為動摩擦力）依然存在，其量值維持定值，方向與運動方

向相反，且與有無受到水平外力、物體移動速度等皆無關，如圖 3-26 所示。實驗得知一運動物體所受之動摩擦力，其形式與最大靜摩擦力相似，為

$$f_k = \mu_k N \quad (3.18)$$

其中  $N$  為物體所受之正向力， $\mu_k$  稱為物體與接觸面之動摩擦係數，可由實驗測量得知，常見之動摩擦係數，如表 3-1 所示。

表 3-1 摩擦係數（所有數據皆為近似值）

|          | $\mu_s$ (靜摩擦係數) | $\mu_k$ (動摩擦係數) |
|----------|-----------------|-----------------|
| 鋼與鋼之間    | 0.74            | 0.57            |
| 橡皮與水泥地之間 | 1.0             | 0.8             |
| 木材與木材之間  | 0.25 ~ 0.5      | 0.2             |
| 玻璃與玻璃之間  | 0.94            | 0.4             |
| 潤滑後的金屬之間 | 0.15            | 0.06            |
| 冰與冰之間    | 0.1             | 0.03            |

### 範例 3-9

一運動物體以某一初速進入一粗糙平面，5 秒鐘後停止。若此物體以相同速度，進入另一粗糙平面，所受摩擦力為原先粗糙面之 2 倍，則物體何時會停止？ 【相關練習：習題 9.】

- 分析
1. 同一物體所受之動摩擦力與運動方向相反。
  2. 相同時間內，速度變化率  $\Delta v / \Delta t$  與外力  $F$  成正比。
  3. 物體的速度變化量相同，但加速度不同，故所需時間不同。

解 設物體在兩種表面所受之摩擦力分別為  $f_1$  及  $f_2$ ，則  $f_2 / f_1 = 2$ ，所引起物體之加速度分別為  $a_1$  及  $a_2$ 。由運動定律式 (3.7)

$$a_2 / a_1 = f_2 / f_1 = 2$$

設物體之初速為  $v$ ，物體在第二粗糙面  $t$  秒後停止，則由加速度定義知

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{(0-v) / t}{(0-v) / 5} = \frac{5}{t} = \frac{f_2}{f_1} = 2$$

故  $t = 2.5$  秒後，物體將停止。

### 範例 3-10

10 公斤重的物體靜止置於水平桌面上，施以一水平拉力  $F$ ，若物體與桌面之靜摩擦係數為 0.30，動摩擦係數為 0.20，求：

- (1) 欲使物體自靜止開始移動，拉力  $F$  至少為何？
- (2) 若  $F$  為 1 公斤重，物體與桌面之摩擦力為何？
- (3) 若  $F$  為 5 公斤重，物體與桌面之摩擦力為何？

【相關練習：習題 10.】

分析 1. 在水平面上， $N$  (正向力) =  $W$  (重量)， $f_{s(max)} = \mu_s \times N$

且當拉力  $F > f_s(max)$ ，物體開始移動

2. 若拉力  $F < f_s(max)$ ，物體靜止，摩擦力為靜摩擦力，且  $f_s = F$

3. 當物體移動後，所受之摩擦力為動摩擦力，且  $f_k = \mu_k \times N$

解

(1) 最大靜摩擦力  $f_s(max) = \mu_s \times N = 0.30 \times 10 = 3$  (公斤重)

故拉力  $F$  至少需 3 公斤重，物體才開始移動

(2) 因  $F = 1$  公斤重  $< 3$  公斤重，所以物體仍靜止，摩擦力 = 1 公斤重

(3) 因  $F = 5$  公斤重  $> 3$  公斤重，所以物體將移動，所受之

摩擦力 =  $f_k = \mu_k \times N = 0.20 \times 10 = 2$  (公斤重)

摩擦力的存在，有時會使物體運動速度減慢，也會造成零件磨損，為了減少摩擦，通常可在接觸面之間加入潤滑油，將接觸面變得更光滑些；或者在兩固體接觸面之間加入鋼珠，使物體表面的接觸方式由滑動轉變為滾動，以降低摩擦（圖 3-28）。但摩擦力並非只會帶來缺點，若無摩擦力存在，則平常走路時，將會像在冰上行走，寸步難行；高速行駛的汽車，也因無法使用「煞車」而不能停下；餐桌上的盤子，會因桌子稍微不平，即滑到地面而破碎；所坐的椅子，也會四處滑動而無法固定；陷於泥沼中之輪胎，將繼續空轉而無法前進（圖 3-29）。

摩擦力除了存在於固體之間外，流體（液體與氣體）和固體間亦有摩擦力（或黏滯力）存在，此時的摩擦力則與流體的速度及與固體接觸面積的大小有關（圖 3-30）。當汽車在高速公路上行駛時，會受到很大的空氣阻力。跑車車身流線型的設計，可使空氣順暢地流過汽車表面，而減低空氣阻力。游泳選手穿著貼身且平滑的泳衣，也可減低游泳時水的阻力。



圖 3-28 軸承內的滾珠可使物體的接觸情形變為滾動方式，而降低摩擦效應。



圖 3-29 在泥沼中的輪胎與地面摩擦力非常小，使得輪胎不斷空轉而無法前進。

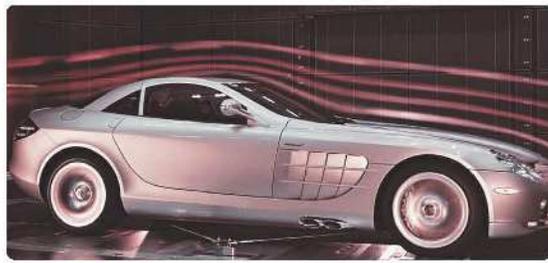


圖 3-30 汽車設計需考慮空氣對車身接觸面所造成的摩擦阻力，以節省耗油量（汽車上方之線條為流線，空氣沿著流線流動）。

### 3-3 教學理念

知道克卜勒歸納前人觀測資料，提出克卜勒三大定律，簡介發現的歷史背景及內容，讓學生知道物體軌跡遵循已知的明確規律。

## 3-3 克卜勒行星運動定律

哥白尼在 1543 年所完成的著作天體運行論中，提出了革命性的「日心說」觀念，但並未得到科學界的高度重視。直到 60 年之後，克卜勒（Johannes Kepler, 1571~1630，德國人）將哥白尼的學說加以證實與推廣，並形成重要的行星定律，「宇宙是以太陽為中心」的觀點才被大家廣泛接受。克卜勒雖然得力於第谷（Tycho Brahe, 1546~1601，丹麥人）所提供豐富的天文資訊，但更關鍵的是克卜勒體會出從哥白尼所開始之科學革命的意義——宇宙運動之原因，必須以背後所呈現的數學簡單性與數學和諧性，來重新加以解釋；同時，凡數學上為真的東西，在實際上或天文學上也必為真。這種信念，使得克卜勒終其一生投入在天文學與數學知識的結合，為後世開啟了研究天文學的新方法。

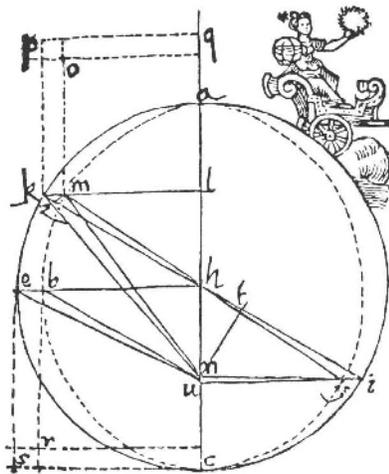


圖 3-31 克卜勒在 1605 年所出版的新天文學一書中，找出行星軌道不是圓形、也不是卵形，而是橢圓形的原圖。右上角他自己畫上了一位女神的像，象徵著對天文發現上的勝利。

### 一、橢圓定律

克卜勒藉著火星的觀測資料，計算火星的軌道位置，發現火星的路徑是以太陽為焦點的橢圓（ellipse），如圖 3-31 所示。他從這發現了行星第一定律（橢圓定律）：

太陽系的每一顆行星都以橢圓軌道運行，且太陽位於該橢圓的一個焦點上。

如圖 3-32，太陽位於焦點而不在橢圓中心，行星在 P 點時距太陽最近，在 Q 點時距太陽最遠，P 和 Q 分別稱作行星的近日點和遠日點。近日點和遠日點的連線 PQ 稱為橢圓的長軸，此長軸長度的一半，定為行星至太陽的平均距離  $R$ 。

如果焦點到橢圓中心的距離愈遠，畫出的橢圓形狀就愈扁；而當橢圓的焦點慢慢靠近橢圓中心時，畫出的圖形則漸漸趨於一圓，此時太陽與行星間的平均距離即等於圓的半徑。圖 3-33 為太陽系八大行星的軌道，其中地球的軌道近乎為圓形。

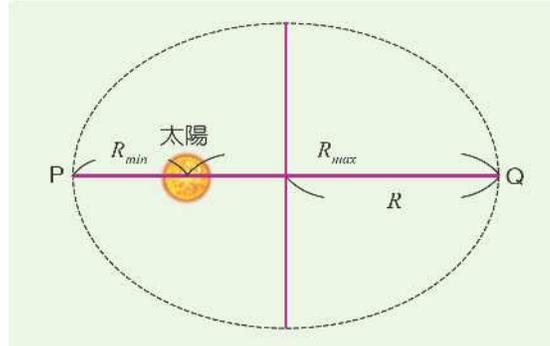


圖 3-32 P 點離太陽最近，稱為近日點，其距離  $R_{min}$  稱為近日距；Q 點離太陽最遠，稱為遠日點，其距離  $R_{max}$  稱為遠日距，近日距與遠日距之和則為橢圓的長軸長  $2R$ 。



圖 3-33 太陽系八大行星的軌道示意圖，此八大行星的軌道都在同一平面附近。(國際天文聯合會於 2006 年決議，將圖中最外圈的冥王星歸類為矮行星)。

## 二、面積定律

克卜勒依據觀測資料分析，宇宙的中心——太陽是在行星橢圓軌道的焦點上。當行星靠近太陽時，運動得較快；遠離太陽時，運動得較慢。他從火星運轉的數據，經過長期的分析，發現了行星第二定律（面積定律）：

同一顆行星與太陽的連線，在相等時間內掃過的面積相等。

例如行星在遠日點處運動較慢，且它與太陽連線在時間  $T$  內掃過之面積若為  $A$ ，則當行星在近日點處，它與太陽連線在時間  $T$  內，將運動得較快，但掃過之面積仍為  $A$ 。(如圖 3-34)

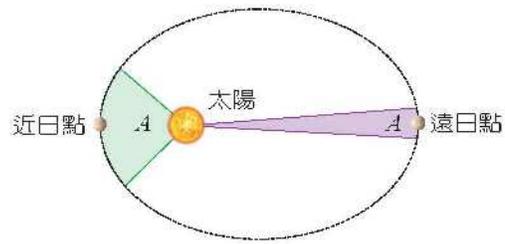


圖 3-34 根據面積定律，若在相同時間內掃過的面積相等（皆為  $A$ ），則行星在遠日點附近所走的距離比在近日點附近小得多。

### 三、週期定律

哥白尼於 1543 年提出「日心說」時，所討論的行星有 6 顆：水星、金星、地球、火星、木星、土星。當時所能觀測到的只是各行星環繞太陽的公轉週期，及部分行星間相對的距離比值，仍無法測量出各行星至太陽的實際距離。到了克卜勒，最初他以尋找完美的幾何模型，來解釋天體為何會有 6 顆行星，並由模型中求得行星間相對的距離比值，以與哥白尼的觀察值比較，為其研究目標。在他利用了第谷累積的大量觀測資料和近 20 年努力不懈的分析後，克卜勒體會到他所設定的目標只能了解天體的外貌，卻不能知道背後更完美的形式。他放棄了先前的幾何模型，而著重在數值比例，最後發現了各個行星均服從唯一的宇宙和諧關係，並於 1619 年提出了此和諧關係，即行星第三定律（週期定律）：

任一顆行星繞太陽週期  $T$  的平方，與行星至太陽平均距離  $R$  的立方之比值皆相同。

亦即

$$\frac{R^3}{T^2} = \text{常數} = K \quad (\text{對繞太陽運轉的每一顆行星}) \quad (3.19)$$

其中  $K$  為定值。表 3-2 所列表 3-2 所列為克卜勒之後所得知各行星至太陽的距離及其公轉週期。

表 3-2 太陽系八大行星運行軌道的主要數據

[表中最右行之 AU 稱為天文單位 (astronomical unit)，是地球和太陽之間的平均距離， $1 \text{ AU} = 1.50 \times 10^{11} \text{ m}$  ]。

| 行星 | 與太陽平均距離 $R$ (AU) | 公轉週期 $T$ (yr) | $\frac{R^3}{T^2}$ ( $\frac{\text{AU}^3}{\text{yr}^2}$ ) |
|----|------------------|---------------|---|
| 水星 | 0.387            | 0.241         | 1.00  |
| 金星 | 0.723            | 0.615         | 1.00  |
| 地球 | 1.00             | 1.00          | 1.00  |
| 火星 | 1.52             | 1.88          | 1.01  |
| 木星 | 5.20             | 11.9          | 1.01  |
| 土星 | 9.54             | 29.5          | 1.00  |

### 範例 3-11

某彗星的週期約為 125 年，則其與太陽的平均距離約為地球與太陽平均距離的多少倍？

【相關練習：習題 13.、14.】

**分析** 行星（也包括彗星）繞太陽週期  $T$  的平方與至太陽平均距離  $R$  的立方成正比。

1. 設此彗星與太陽的平均距離為  $R_{\text{彗}}$ 。

2. 週期定律： $\frac{R_{\text{彗}}^3}{T_{\text{彗}}^2} = \frac{R_{\text{地}}^3}{T_{\text{地}}^2}$  或  $R_{\text{彗}}^3 : R_{\text{地}}^3 = T_{\text{彗}}^2 : T_{\text{地}}^2$ 。

**解** 由  $R_{\text{彗}}^3 : R_{\text{地}}^3 = T_{\text{彗}}^2 : T_{\text{地}}^2$ ，且  $T_{\text{地}} = 1$  年、 $T_{\text{彗}} = 125$  年，  
因此  $R_{\text{彗}}^3 : R_{\text{地}}^3 = 125^2 : 1^2$        $R_{\text{彗}} : R_{\text{地}} = 125^{2/3} : 1 = 25 : 1$

### 要點整理

■平均速率：物體所經過的路程總長度和經歷時間之比值

$$\text{平均速率 } v_s = \frac{\text{路徑長 } \ell}{\text{經歷時間 } t} \quad (3.1)$$

■位 移：位置狀態的變化。

■平均速度：在一特定時間間隔內，物體位置狀態的改變和經歷時間的比值

$$\text{平均速度 } v = \frac{\text{位 移 } x - x_0}{\text{經歷時間 } t} \quad (3.3)$$

■加速度：物體速度變化快慢的量

$$\text{平均加速度 } a = \frac{\text{速度變化 } v - v_0}{\text{經歷時間 } t} \quad (3.4)$$

■等加速運動：物體在任何時刻的加速度都相同的運動。例如：自由落下、垂直上拋、斜向拋射的物體，都會有相同量值的向下加速度。

### 基本原理

■初速  $v_0=0$  的物體，在加速度為  $a$  的運動中，其任意時刻  $t$  的速度  $v$

$$v=at \quad (3.5)$$

在此時間間隔內，物體所前進的距離  $S$

$$S=\frac{1}{2} at^2 \quad (3.6)$$

■牛頓第一運動定律（慣性定律）：「任何物體將繼續保持靜止，或維持在一直線上等速運動的狀態，直到有加予在它上面的力，迫使它改變這種狀態為止。」

■牛頓第二運動定律：運動的變化與所加的外力成比例；且運動的變化是沿著外力的方向。即外力、物體質量與加速度三者關係可表示為

$$F=ma \quad (3.9)$$

■牛頓第三運動定律：對一個作用力而言，永遠存在一個量值相等的反作用力。或說：兩物體作用在對方的相互作用力永遠相等，且指向相反的方向。

■虎克定律：彈簧伸長量與所懸掛物體的重量或重力成正比

$$W=k\Delta\ell \quad (3.13)$$

式中  $k$  稱為彈簧的力常數。

■克卜勒行星第一定律（橢圓定律）：太陽系的每一顆行星都以橢圓軌道運行，且太陽位於該橢圓的一個焦點上。

■克卜勒行星第二定律（面積定律）：同一顆行星與太陽的連線，在相等時間內掃過的面積相等。

■克卜勒行星第三定律（週期定律）：任一顆行星繞太陽週期  $T$  的平方，與行星至太陽平均距離  $R$  的立方之比值皆相同。即

$$\frac{R^3}{T^2} = \text{常數} = K \quad (\text{對繞太陽運轉的每一顆行星}) \quad (3.19)$$

### 分析應用

■最大靜摩擦力與動摩擦力：物體受到的最大靜摩擦力為

$$f_{s(max)} = \mu_s N \quad (3.17)$$

運動物體所受的動摩擦力

$$f_k = \mu_k N \quad (3.18)$$

### 名詞術語

平移、振動、轉動、位置、平均速率、位移、平均速度、加速度、慣性定律、運動定律、接觸力、非接觸力、重力、重量、虎克定律、最大靜摩擦力、正向力、動摩擦力、焦點、近日點、遠日點

## 迷思概念辨析



## 概念錯誤

固定時間內，物體所行進的距離愈長，則平均速度愈快。

垂直上拋運動中，物體所受的加速度隨著位置不同，而跟著改變。

克卜勒行星週期定律中所述的平均距離為橢圓軌道短軸與長軸的平均值。



## 概念正確

物體的速度與行進的距離無關，而與位移有關。固定時間內，物體的位移愈大，則平均速度愈大。

垂直上拋運動中，物體所受的加速度均為一固定值，且方向永遠向下，只有速度隨高度不同而改變。

平均距離  $R$  為橢圓軌道長軸長度的一半，即為近日點至遠日點距離的一半。

## 習題

## 3-1 物體運動的軌跡

- ( ) 1. 小淮在離地 2 公尺處釋放一個皮球，當皮球回彈時，她在距離地面 1.5 公尺的位置接住它，則球所移動的位移為多少公尺？  
(A) 0.5 (B) -0.5 (C) 1.5 (D) -1.5 (E) 3.5。
- ( ) 2. 一足球以 4 公尺 / 秒的速度在運動，並在 10 秒後停止下來。若足球的加速度維持不變，求此球的加速度為多少公尺 / 秒<sup>2</sup>？  
(A) 4.0 (B) -4.0 (C) 0.4 (D) -0.4 (E) -40。
- ( ) 3. 將一個小石頭以 10 公尺 / 秒之初速向上垂直拋出，當石頭抵達最高點時上升高度為多少公尺？（假設重力加速度  $g = 10$  公尺 / 秒<sup>2</sup>）  
(A) 5 (B) 10 (C) 15 (D) 20 (E) 25。
- ( ) 4. 一物體若自靜止開始作等加速運動，其速度-時間關係式為  $v=at$ ， $a$  為加速度，求在任意兩時刻  $t_1$ 、 $t_2$  間，何時之速度會等於  $v_1$  與  $v_2$  之平均值？  
(A)  $t_1$  (B)  $t_2$  (C)  $\frac{t_2-t_1}{2}$  (D)  $\frac{t_2+t_1}{2}$  (E)  $\frac{t_2-t_1}{4}$ 。
- ( ) 5. 海洋公園的海豚跳出水面後，最高剛好可接觸到距離水面 4 公尺的皮球。若不計水的阻力，求海豚身體前端（嘴部）剛離開水面時的速率最低約為多少公尺 / 秒？

(假設重力加速度  $g = 10$  公尺 / 秒<sup>2</sup>)

(A) 6 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 15。



- ( ) 6. 動物跳躍時會將腿部彎曲然後伸直加速跳起。下表是袋鼠與跳蚤跳躍時的垂直高度。若不計空氣阻力，則袋鼠躍起離地的瞬時速率約是跳蚤的多少倍？

(A) 1000 (B) 25 (C) 5 (D) 1。

【95.學測】

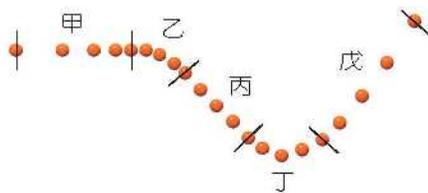
|    | 跳躍的垂直高度 (公尺) |
|----|--------------|
| 袋鼠 | 2.5          |
| 跳蚤 | 0.1          |

### 3-2 牛頓運動定律

- ( ) 7. 一小球在水平面上移動，每隔 0.02 秒小球的位置如右圖所示。每一段運動過程分別以甲、乙、丙、丁和戊標示。試問在哪一段，小球所受的合力為零？

(A) 甲 (B) 乙 (C) 丙 (D) 丁 (E) 戊。

【94.學測】



- ( ) 8. 一質量為 2 千克之物體靜止於光滑平面上，受到一 10 牛頓方向一定之水平推力，維持 5 秒後停止施力，則自起動時算起，8 秒後物體之速度為多少公尺 / 秒？

(A) 5 (B) 10 (C) 20 (D) 25 (E) 40。

- ( ) 9. 一木塊放在水平桌上，同時受到向右 5 牛頓與向左 2 牛頓之兩外力作用，但木塊仍保持靜止，求木塊所受到的摩擦力為多少牛頓？

(A) 0 (B) 2 (C) 3 (D) 5 (E) 7。



- ( ) 10. 一質量為 70 千克的書桌靜止於水平地面，書桌與地面之最大靜摩擦係數與動摩擦係數分別為 0.4 與 0.3。求至少需施多大的水平力，才能移動此書桌？ (A) 21 (B) 28 (C) 30 (D) 91 (E) 98 公斤重。
- ( ) 11. 具有相同體積且質料均勻的實心鐵球與鋁球，從離地面等高處由靜止自由落下，重力加速度的量值為  $g$ 。在落下的時間均為  $t$  時（尚未到達地面），忽略空氣阻力及風速的影響，下列哪幾項敘述正確？（應選三項）  
 (A) 兩球所受的重力相同 (B) 兩球下落的距離相同  
 (C) 兩球具有相同的速度 (D) 兩球有相同的加速度  
 (E) 兩球有相同的質量。 【97.學測】
- ( ) 12. 甲的質量為 50 公斤，乙的質量為 25 公斤，兩人在溜冰場的水平冰面上，開始時都是靜止的。兩人互推後，甲、乙反向直線運動，甲的速率為 0.1 公尺 / 秒，乙的速率為 0.2 公尺 / 秒。假設互推的時間為 0.01 秒，忽略摩擦力及空氣阻力，則下列敘述哪一項正確？  
 (A) 甲、乙所受的平均推力均為 500 牛頓，方向相反  
 (B) 甲、乙所受的平均推力均為 250 牛頓，方向相反  
 (C) 甲受的平均推力 500 牛頓，乙受的平均推力 250 牛頓，方向相反  
 (D) 甲受的平均推力 250 牛頓，乙受的平均推力 500 牛頓，方向相反。 【97.學測】

### 3-3 克卜勒行星運動定律

- ( ) 13. 假設太陽系某行星的軌道半徑為地球軌道半徑的 100 倍，則此行星繞太陽一周約需幾年？  
 (A) 10 (B)  $10^2$  (C)  $10^3$  (D)  $\frac{1}{10}$  (E)  $\frac{1}{100}$ 。
- ( ) 14. 一彗星的週期約為 64 年，則此彗星繞行太陽的平均距離約為地球軌道半徑的多少倍？  
 (A) 2 (B) 4 (C) 16 (D) 64 (E) 128。
- ( ) 15. 假設太陽系內各行星繞太陽的軌道為圓形，且其半徑為  $R$ ，則在相同時間內，不同的行星與太陽連線所掃過的面積與下列何者成正比？  
 (A)  $R$  (B)  $R^{\frac{1}{2}}$  (C)  $R^{\frac{1}{3}}$  (D)  $R^{\frac{3}{2}}$  (E)  $R^{\frac{2}{3}}$ 。

## 科學史

### 伽利略的數學論證

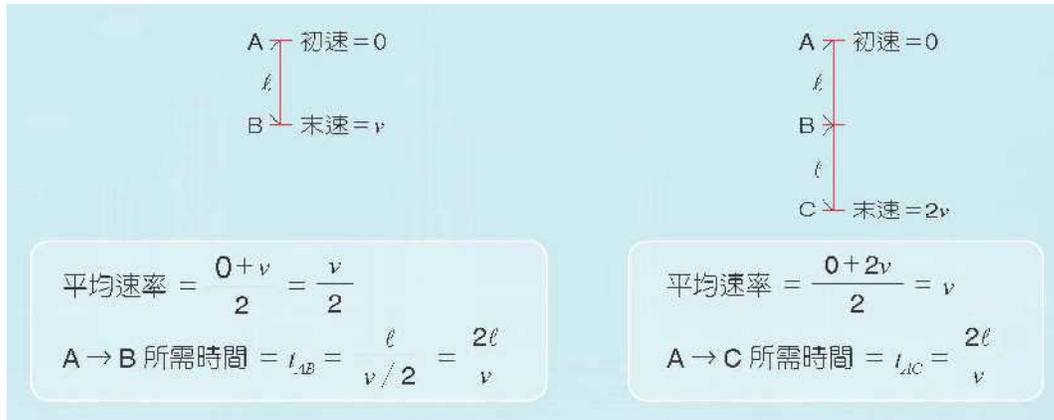
雖然許多人都以為伽利略是由分析比薩斜塔實驗結果，來探討落體運動的。但到目前為止，從未發現伽利略留下任何有關比薩斜塔實驗之記載。

對於落體運動，伽利略最初是由論證出發，而非由觀察或實驗測量來獲得運動關係。他對於長期以來多數人認為

「落體速度 ( $v$ ) 與下落距離 ( $S$ ) 成正比」

的觀點，最先提出了他嚴謹與創新的數學論證：

「若  $v \propto S$ ，則物體通過上下相等兩段 (AB 與 BC) 總距離 (AC) 所需之時間 ( $t_{AC}$ )，將和通過上半段距離所需時間 ( $t_{AB}$ ) 一樣。換句話說，通過下半段距離將不花時間 ( $t_{BC}=0$ )，這顯然不合理。」(如下圖)



雖然「實驗」確實在伽利略所開創的物理學中扮演著重要的角色。至於究竟是「實驗」或是「論證」才是他發現自然的奧祕之關鍵呢？在兩門新科學的對話中，他藉著他的化身薩爾維阿蒂 (Salviati) 結論道：

**Sagredo**：只有在數學中才能找到必要的證明，這種力量讓人充滿驚奇與喜悅。…… 了解為什麼會如此的理由，遠勝過…… 重複的經驗。

**Salviati**：您的推理很適當。經由了解原因，而獲得某一種現象的知識，等於是開啟心智。您可以由此了解並且確定其他現象，而不需訴諸經驗。