

2-1 波的基本性質

2-2 振動與週期波

2-3 波的疊加原理

2-4 繩波的反射和透射

2-5 駐波

2-6 惠更斯原理

2-7 水波的反射與折射

2-8 水波的干涉與繞射



水塘邊，狗以舌舔水，在水面產生如此規律的同心圓形波紋，是根據哪些物理條件才能形成的呢？



Science allows us to apprehend the logical order of things, and to make accurate (and useful) predictions.

科學使得人們能夠理解事物的邏輯規則，並作出準確且有用的預測。

— 法國科學家杜亨（Pierre Duhem, 1861-1916）



上課時，教室突然搖晃起來，你曉得這是地震，等一下聽到收音機廣播說：剛才宜蘭外海發生了 6.3 級的強烈地震。當地震傳來時，地面會上下振動、再加上前後搖晃，但奇怪的是整個地面並沒有被移走。

在雨天，可以觀察到點點雨滴落在水面上，形成大大小小的漣漪，如圖 2-1 所示。雨滴擾動的位置即為波源，波紋不斷地向外擴散出去。

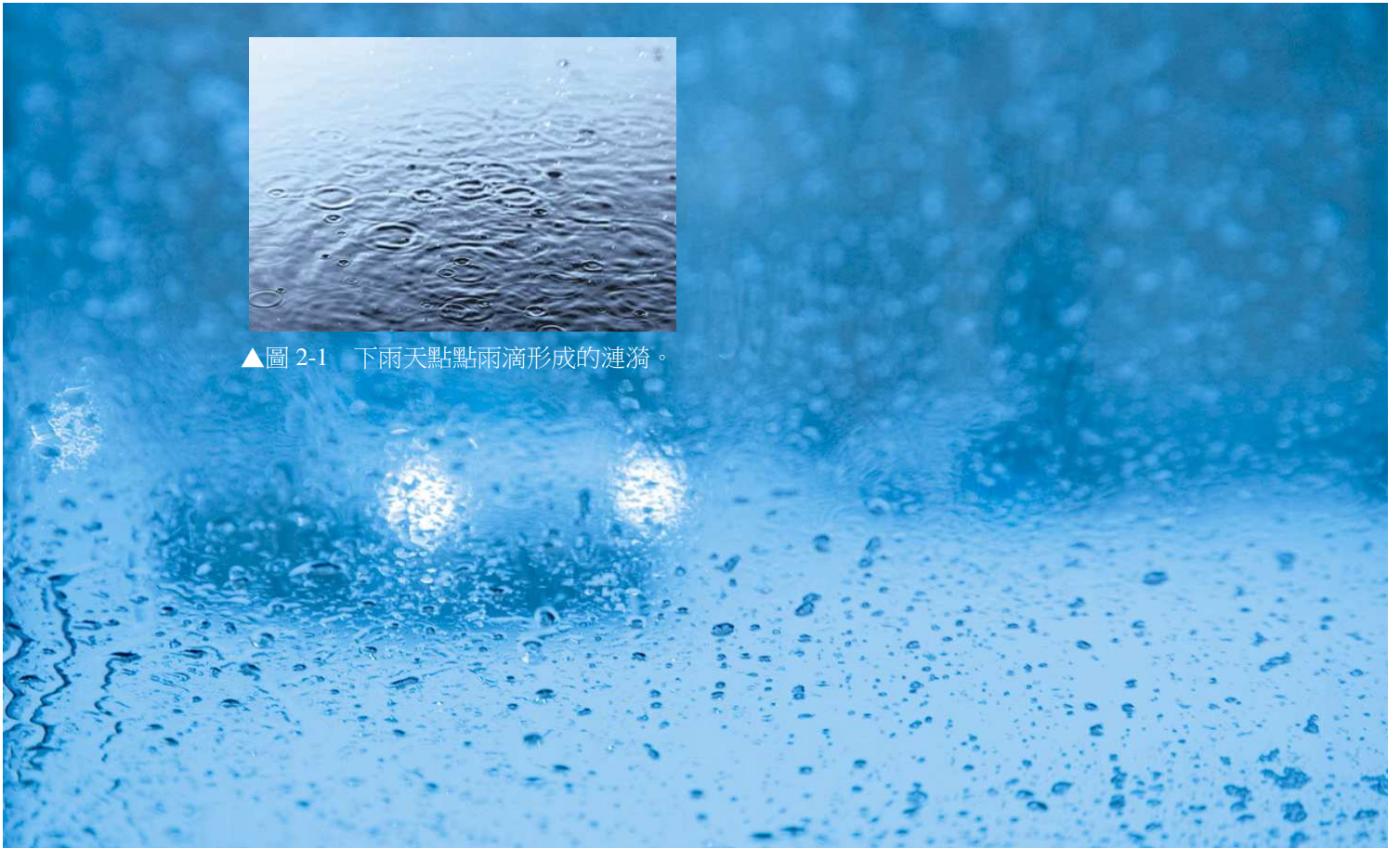
又如將彈簧的一端固定於牆壁後，手持另一端上下振動或前後往返振動時，可以看到在彈簧上產生了不同的波形向前移動。假如對繩索作用時，又會抖出什麼形式的繩波呢？

除了上述可以觀察到的波動現象之外，在生活中有許多的事物是以不同的波動形式出現：例如聲音以波的形式傳至耳朵，稱為聲波；從發光物體所發出的光以波的形式傳播，為人眼所察覺，稱為光波；廣播和電視節目則以無線電波的形式從天線發射，為收音機或電視機所接收；從基地台傳來的電磁波帶著訊息，可以被手機所接收等。波動現象的形式多樣、處處可見，且與生活息息相關。

我們發現上述的地震波、水波、彈簧波、繩波及聲波都需要藉著物質受力作用而傳播，稱為力學波（mechanical wave），而光波及電磁波則不需介質即可傳送。自然界的各種波動現象有沒有哪些共通或相異的特性？以下將加以說明，並討論其應用。



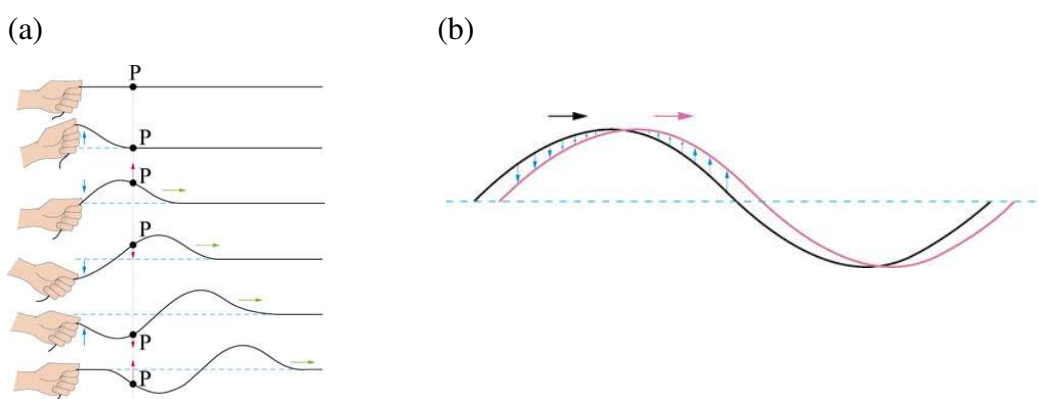
▲圖 2-1 下雨天點點雨滴形成的漣漪。



## 2-1 波的基本性質

### 1. 波的產生

簡單地說，**波動** (wave motion) 就是一種擾動的傳遞現象；在力學波中，傳遞波動的物質，稱為**介質** (medium)；介質因擾動引起的形狀變化，如高低起伏或疏密分布，則稱為**波形** (wave form)。波傳遞時，在空間中通常會有一個擾動的來源，稱為**波源** (wave source)。例如圖 2-2(a)中，手握住繩子的一端，並上下抖動時，手即為擾動的來源。當波形在繩弦上向右傳播時，繩弦上任意一點，如 P 點，並未隨波向右行進，只是在原來的平衡位置（位於藍色虛線上）附近上下振動。



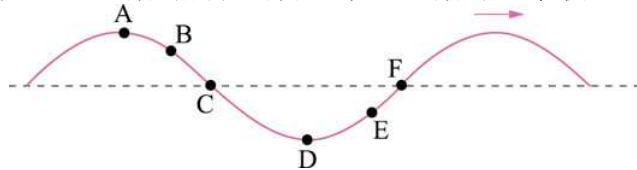
▲圖 2-2 繩波的性質，(a)繩波由擾動中心（稱為波源，即上下振動的手）向右傳播，P 點並未隨波向右行進，紅色箭矢表示 P 點的振動方向。(b)繩波向右行進時，黑線為某一時刻的波形；紅線為經一短暫時間後的波形。繩上的質點在原處上下振動，藍色向量表示各質點在此時間間隔內的振動位移。

圖 2-2(b)所示為一向右行進的繩波在一個短暫時間前後的波形，黑色曲線為原來的波形，紅色曲線為經過一個短暫時間後向右行進的波形。既然繩弦上的質點只能上下運動，故圖中向上或向下的藍色向量表示質點在此時間間隔內的振動位移。質點的振動位移向上表示質點正在向上運動，質點的振動位移向下則表示質點正在向下運動；而質點振動位移量值的大小則可以用來推論質點振動速度量值的大小。



### 想一想

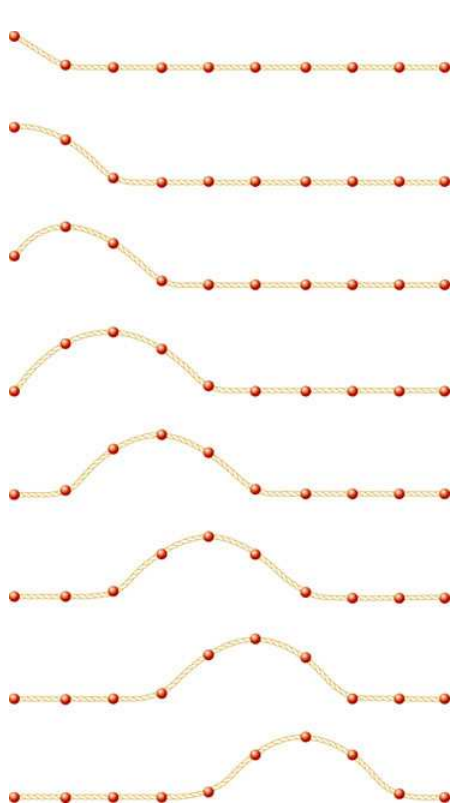
向右行進的繩波在某瞬間的波形，如圖 2-3 所示，標在繩上 A、B、C、D、E 和 F 各點的振動方向為何？哪一點的振動速率最大？



▲圖 2-3 繩波傳播時，繩上各點如何運動？

## 2. 波的傳播

如何解釋繩波的傳播呢？因繩上相鄰各質點彼此之間都有力的相互作用，就好像是質點之間以繩段相互連接一樣，如圖 2-4 所示。手握處的質點被手向上拉動時，由於質點之間繩段施力的作用，使鄰近的質點



▲圖 2-4 繩段橫向振動（橫波）的傳播情形。



▲圖 2-5 彈簧縱向振動（縱波）的傳播情形。

也被向上拉起，再依序拉起前方的質點，故能產生起伏的形狀向右傳播，這種起伏的形狀則可稱為波形。

圖 2-5 所示為縱波傳播的情形，其中各質點之間以小彈簧連接，使彼此之間受彈簧施力作用。圖中第一個質點受到外力向右移動，使該質點和前方第二個質點之間的彈簧受擠壓而產生回復力，此回復力對第一個質點施以方向向左的作用力，對第二個質點則施以方向向右的作用力。第二個質點將擠壓下一個彈簧，經由彈簧的回復力使第三個質點能夠向右移動。所以第一個質點（即波源）所受到的擾動將依序向右傳播。在傳播的過程中，各質點之間的彈簧長度有時增長，有時減短，因而形成密部和疏部，這也是波形的一種形式。

當擾動在介質中傳遞時，不但是波形的移動，其實也是能量的傳遞。如圖 2-2 及圖 2-4，以繩段上的波動為例，當手握著繩段上下振動時，使得繩段上的各質點依序產生振動而具有動能，而繩段離開平衡位置將具有位能。當擾動逐漸傳遞至繩段的另一端時，繩段依序由擾動的來源（即手）向外作相同形式的振動，則力學能將由波源藉由繩段傳遞至另一端。

因此較嚴謹的說法是：當介質中某點受到外力擾動時，其鄰近的各質點由近而遠產生相似形狀的變化，能量藉著介質傳送至遠方，此種現象稱為**波動**。上述的波動現象需要依賴介質傳播，例如繩波行進時靠繩子的質點傳遞，彈簧波行進時藉由彈簧的質點傳遞。這些需要介質傳播的波稱為力學波。當力學波傳播時，若介質質點振動的方向和波的行進方向垂直者，稱為**橫波**（transverse wave），如圖 2-2 及圖 2-4 繩段上下振動形成的波；介質質點振動的方向和波的行進方向平行者，則稱為**縱波**（longitudinal wave），如圖 2-5 彈簧前後振動形成的波。

### 3. 波的基本性質

波動傳遞的是波形及能量，而物質並不隨波前進，介質的質點僅在各自的平衡位置附近振動。

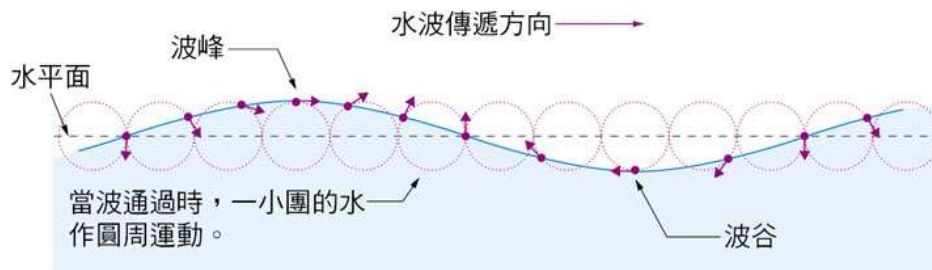
波的傳遞速率與介質本身的性質有關，而與介質質點的振動狀態或振動速率無關。例如聲波的速率主要與空氣的溫度、溼度及密度有關、水面波動的速率主要與水的深度有關，只要介質是均勻的、性質固定時，波速恆為一定值。



#### 水波的傳播

有些波在傳播時，介質質點的運動方向不是單純的橫向或縱向，而是橫波和縱波的混合結果，例如在水面上傳播的水波就是一個常見的例子。

如圖 2-6 所示，當水波在水面上向右傳播時，水面上質點的運動路徑形狀為圓或橢圓。位於波峰位置的質點運動的方向為向右，和波速同向；在波谷位置的質點運動的方向則向左，和波速反向。因此當水波完全通過某位置後，水面質點的淨位移為零，我們可以仔細觀察水面上漂浮的落葉或保特瓶，即會顯示這種運動現象。



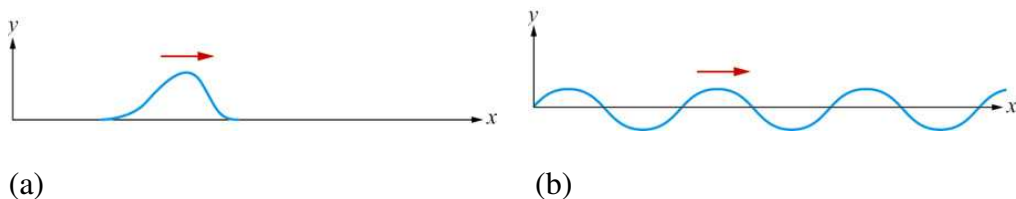
▲圖 2-6 水波為橫波與縱波的混合結果。



## 2-2 振動與週期波

### 1. 脈衝波與週期波

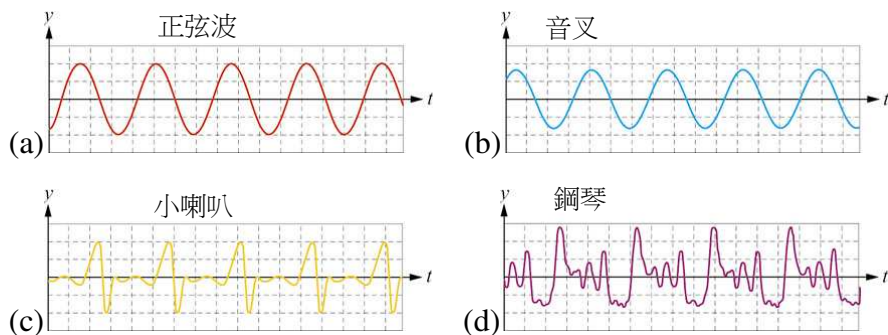
蜻蜓在水面上輕點一下，會引起若干水波漣漪、手握拉緊的繩子一端用力上下抖動一次，則牽動繩子形成繩波；若波源只對介質作一短暫的擾動，則當波在介質中前進時，介質中的質點在短暫振動後，隨即恢復靜止於原來位置，這種波稱為**脈衝波**（pulse），簡稱**脈波**。如圖 2-7(a) 所示，為一脈衝波；但若波源作連續有規律的振動時，則能形成**週期波**（periodic wave），如圖 2-7(b) 所示。



▲圖 2-7 脈衝波與週期波：(a)單一脈衝波；(b)連續週期波。

### 2. 橫波的週期波

圖 2-8 所示，為幾種不同的週期波；其中最簡單的週期波，就像是數學的三角函數所學過的正弦函數一樣，稱為**正弦波**（sinusoidal wave，或 sine wave），如圖 2-8(a) 所示；圖 2-8(b)、圖 2-8(c) 及圖 2-8(d) 則分別表示音叉及一般樂器產生的聲波，經由儀器轉換成的波形對時間



▲圖 2-8 正弦波及一些常見樂器所產生的週期波，橫坐標軸表示時間  $t$ ，縱坐標  $y$  軸表示以大氣壓力為基準，聲波傳入時壓力的變化量。



的函數關係圖。圖中橫坐標表示時間，波形的起伏隨時間而產生變化，你可以數數看，在各圖中已經進行了幾個週期的起伏變化？



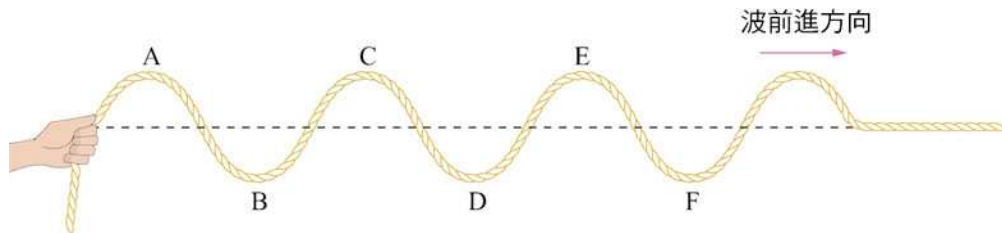
### 想一想

圖 2-8(b)、圖 2-8(c)及圖 2-8(d)為音叉及一些常見樂器所呈現的波形，和圖 2-8(a)比較，看起來有相似處，但又有顯著的差異，你能說說看有哪些差異？

在週期波中，圖 2-8(a)正弦波的波形圖最為簡單，且在實驗中最容易產生，所以本章在介紹波動及討論波動的各種特性時，皆以正弦波為例。

#### 1. 正弦波的性質

如圖 2-9 所示，有一條張緊的均勻細繩，以手拉著繩弦的左端在鉛直方向上下作簡諧振動時，帶動繩弦上產生向右傳播的波動，則每一瞬間的波形皆如同正弦（或餘弦）函數曲線，為產生正弦波的方法之一。



▲圖 2-9 用手拉動繩子產生行進正弦波。

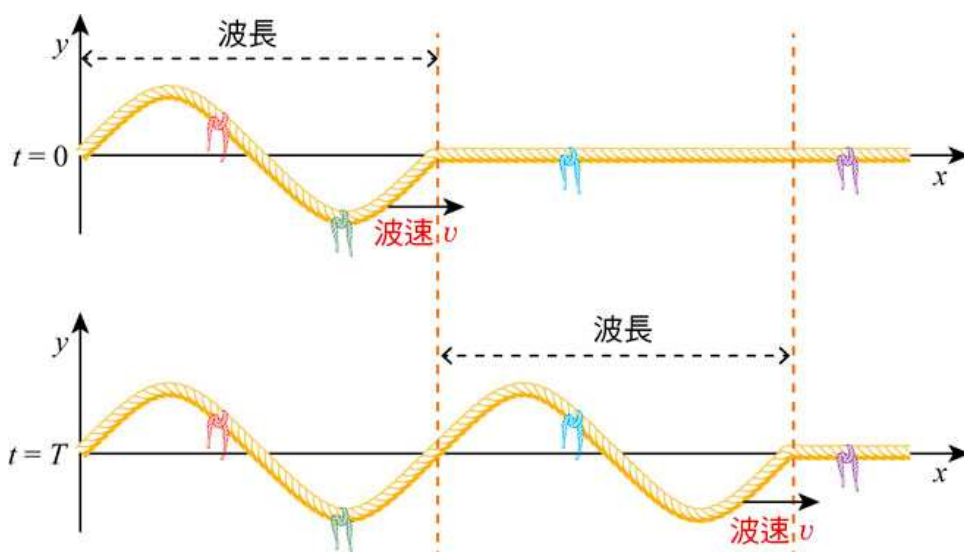
繩弦上各質點在沒有振動時的原有位置稱為平衡位置。當繩上有正弦波行進時，繩弦上的每一質點皆以此平衡位置為中心，上下作簡諧振動，而波形則向右等速行進。質點振動時離開其平衡位置產生位移，質點振動的最大位移量值，即稱為**振幅**（amplitude）。圖中的 A、C、E 等各點向上位移量值最大，稱為**波峰**（crest）；B、D、F 等各點向下位移量值最大，則稱為**波谷**（trough）。

質點完成一次完整振動所需的時間稱為**週期**（period），以  $T$  表示；而單位時間內質點完成的振動次數稱為**頻率**（frequency），以  $f$  表示，其單位為赫（hertz，或 Hz，即  $s^{-1}$ ）。**頻率與週期互為倒數關係**，即

$$f = \frac{1}{T} \quad \text{2-1 式}$$

圖 2-10 顯示出  $t=0$  及  $t=T$  兩不同時刻，正弦波波形的移動狀況。波動經過一個週期所行進的距離，稱為**波長**（wavelength），亦即相鄰兩波峰或相鄰兩波谷之間的距離，以  $\lambda$  表示，或如前圖 2-9 中的  $\overline{AC}$ 、 $\overline{CE}$ 、 $\overline{BD}$  及  $\overline{DF}$ 。若波速為  $v$ ，則由波長的定義可推得波速與波長的關係為

$$v = \frac{\lambda}{T} = f\lambda \quad \text{2-2 式}$$

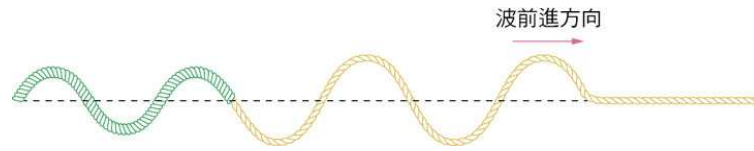


▲圖 2-10  $t=0$  的正弦波至  $t=T$  時的移動狀況，表示波動經過一個週期所行進的距離，即為一個波長。

## 2. 繩波的波速

前述在繩弦上產生正弦波的實驗中，若將粗細不同（表示繩弦單位長度的質量不同，即繩弦的線密度不同）的兩條繩弦連結起來，如圖 2-11。當繩弦上產生正弦波時，因為波的頻率為一定，則可由兩條繩弦

上波長的比例，推算在兩條繩弦上波速的比例。粗繩的線密度較大，則波速較小，細繩的線密度較小，則波速較大。



▲圖 2-11 粗繩的線密度較大，則波速較慢，因兩繩上波動的頻率相同，故粗繩上的波長較短；細繩的線密度較小，則波速較快，故細繩上的波長較長。

在前述單一繩弦上產生正弦波的實驗中，若將繩弦兩端的施力增大，即可使繩弦上的張力增大，我們可以發現波動在繩子上傳播的速率會增快；反之，若繩弦上的張力減小時，波速則會減慢。

所以波動在繩弦上傳播時，其傳播速率與繩子所受的張力  $F$  以及繩子的線密度  $\mu$ （單位長度的質量）有關，其關係式如下（此式的推導過程可參見 P.81 的延伸閱讀）：

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad \text{2-3 式}$$

上式表示，若對兩條相同質料的繩弦，施以相同量值的張力作用時，繩波在細繩上的傳播速率會比在粗繩上較快；但若就同樣粗細及相同質料的繩弦而言，繩波在張力較大繩弦上的傳播速率會比在張力較小繩弦上更快。

### ◎範例 2-1

鋼琴上  $A_4$  發聲的頻率為 440 Hz，其琴弦長度為 40.5 cm，質量為 2.5 g，兩端施以 80 kgw 的拉力，並使之連續振動產生週期波，求：(1)弦上波速；(2)弦上波長。

[解答] (1) 琴弦的線密度為  $\mu = \frac{2.5 \times 10^{-3} \text{ kg}}{0.405 \text{ m}} = 6.2 \times 10^{-3} \text{ kg/m}$

$$\text{波速 } v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{80 \times 9.8 \text{ N}}{6.2 \times 10^{-3} \text{ kg/m}}} = 360 \text{ m/s}$$

(2) 由  $v = f\lambda$  得  $360 \text{ m/s} = (440 \text{ Hz})\lambda$ ，故波長為  $\lambda = 0.82 \text{ m}$



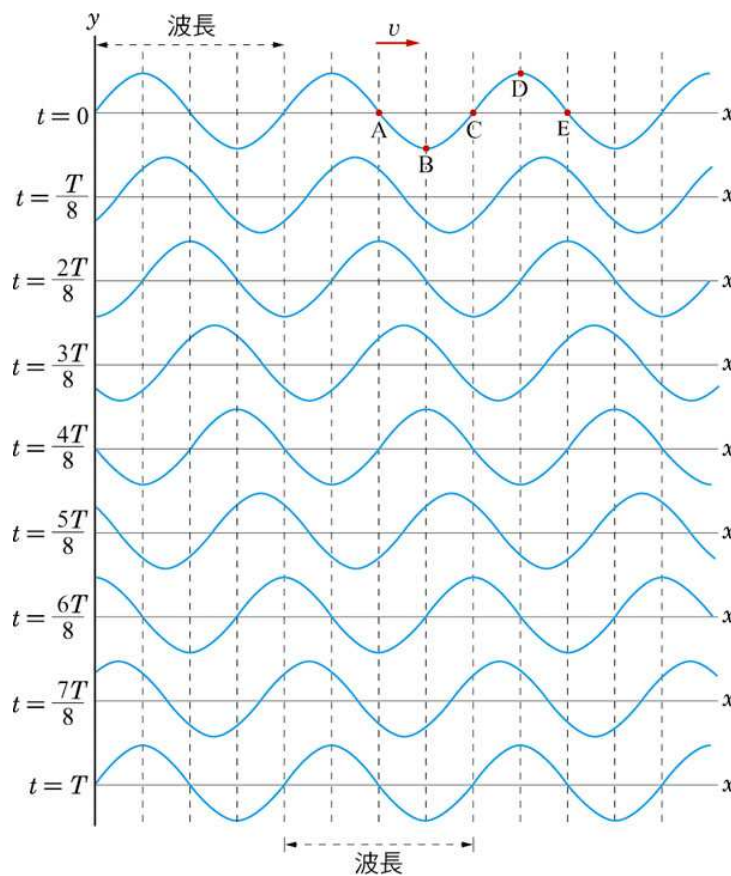
### 3. 波形的形成

當波行進時，在不同位置的各介質質點皆各有其不同的振動位移，共同形成了波形，如圖 2-12 所示，每位學生手中的彩球的位置各不相同，整體而言，類似上下起伏的波形。



▲圖 2-12 由各不相同位置的彩球，產生類似上下起伏的波形。

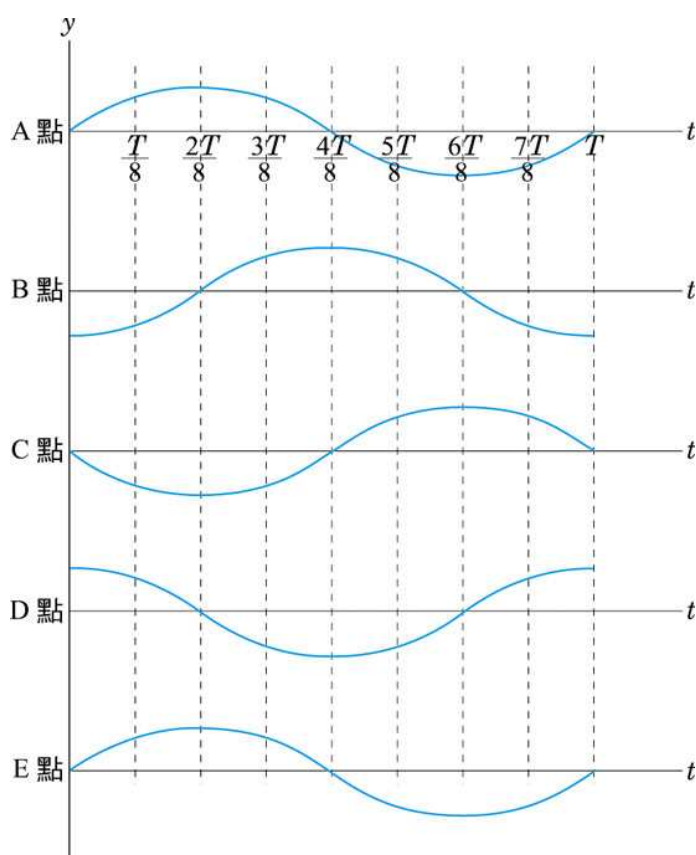
如圖 2-13，表示某週期波各質點振動位移  $y$  對位置  $x$  的函數關係圖；而同一質點上下振動時，其振動位置則隨時間而變，則如圖 2-14，表示某一質點振動位移  $y$  對時間  $t$  的函數關係圖。



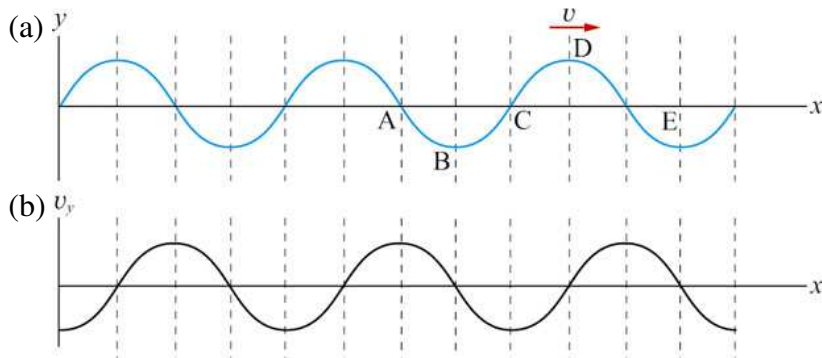
▲圖 2-13 向右行進的正弦波在不同時刻的波形，即各質點位移  $y$  對位置  $x$  的函數關係圖。經過一個週期的時間，波向右移動了一個波長的距離。

利用圖 2-13，我們可以找出繩弦上任一質點的位移隨時間變化的情形。以圖上的 A 點為例，先讀取該點從  $t=0$  至  $t=T$  之間，在不同時刻（每隔  $T/8$ ）的位移，然後繪出位移對時間的關係曲線，如圖 2-14 中 A 點的函數圖形所示。繩弦上其他各點，如 B、C、D 及 E 點，也可同樣仿照上法求得相似的曲線。這些曲線顯示當正弦波在繩弦上傳播時，繩弦上的各質點只在其平衡位置的附近作簡諧運動，你會注意到 A 點與 E 點的振動情況完全相同，顯示此兩位置相距一個或整數個波長。

就質點的振動而言，圖 2-15(a)所顯示的是，在某一時刻繩上各質點振動位移  $y$  對位置  $x$  的函數關係，但由簡諧運動的性質可以推知各質點振動速度  $v_y$  對位置  $x$  的函數關係，如圖 2-15(b)所示。



▲圖 2-14 在圖 2-14 中 A、B、C、D、E 五個質點的位移  $y$  對時間  $t$  的函數關係圖，顯示當正弦波在介質中傳播時，各質點只在其平衡位置的附近作簡諧運動。



▲圖 2-15 在某一時刻，(a)繩弦上各質點振動位移  $y$  對位置  $x$  的函數關係圖；(b)質點振動速度  $v_y$  對位置  $x$  的函數關係圖。



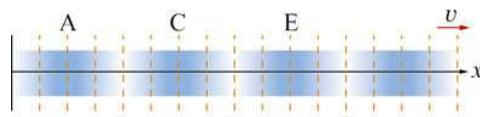
### 想一想

當正弦波在弦上傳播時，弦上質點在一個週期內所經過的路徑長為何？

## 3. 縱波的週期波

你會不會想問，縱向週期波的性質與上述橫向週期波的性質相同嗎？在第一節中介紹了縱波與橫波的不同，主要在於介質質點的振動方向與波形前進的方向平行或垂直而有所區別，以致兩種波動的性質確是會有許多相異之處。

若以空氣中的聲波為例，各質點在沒有振動時的原有位置亦稱為平衡位置。當聲波向右傳播時，介質中的每一質點皆以其平衡位置為中心，在左右方向上作簡諧振動，而波形則向右等速行進。質點振動時產生了疏密相間的情況，圖 2-16 中的 A、C、E 等處質點的密度最大，稱為**密部**（compression）；B、D、F 各處質點的密度最小，則稱為**疏部**（rarefaction）。

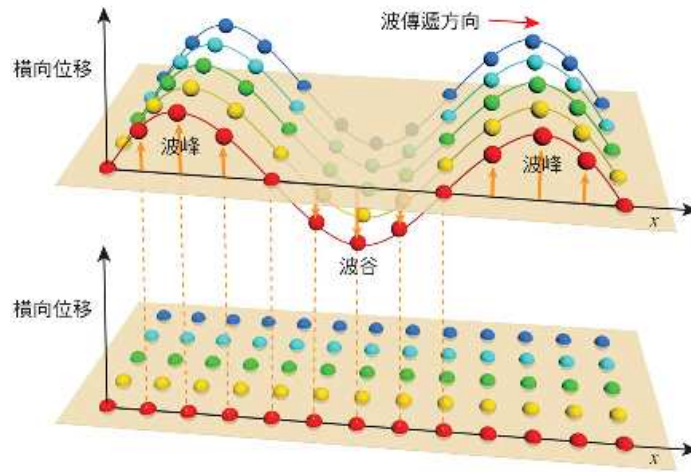


▲圖 2-16 縱波的疏部（B、D、F）與密部（A、C、E）

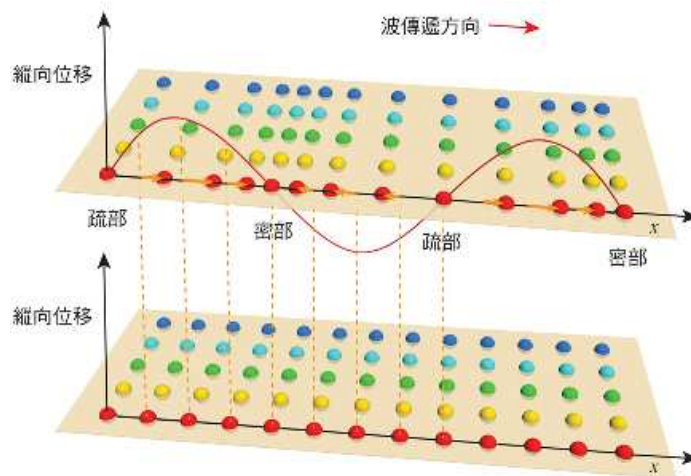
或許有人會誤以為縱波的密部相當於橫波的波峰，而疏部相當於橫波的波谷，以質點運動而言，事實上並不正確。橫波波峰處質點的振動位移為向上最大，但縱波密部的質點振動位移為零；而橫波波谷處質點



的振動位移為向下最大，但縱波疏部的質點振動位移亦為零。圖 2-17 及圖 2-18 分別顯示橫波與縱波的質點振動位移，由圖中清楚地看出向量箭矢的方向表示質點振動的方向，而其長短則表示質點振動位移量值的大小。



▲圖 2-17 橫波的質點振動位移對位置的關係圖：紅黃綠青藍各色球表示介質的五排質點，下圖表示各質點位於原有的平衡位置，上圖表示產生橫波時，在某一時刻各質點有不同的振動位移，橘色箭矢即表示質點的上下振動位移；而彎曲實線則表示波形。



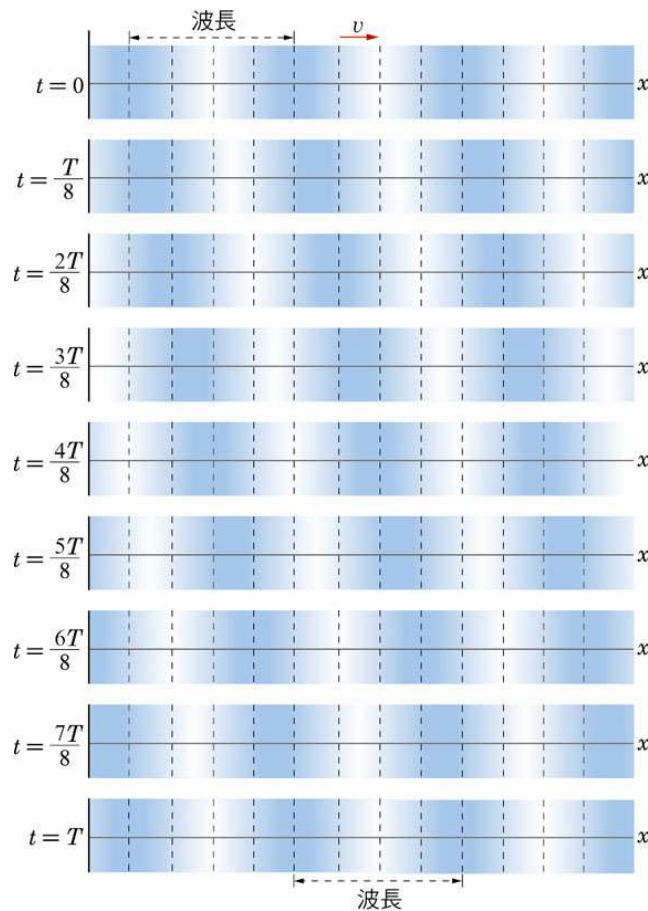
▲圖 2-18 縱波的質點振動位移對位置的關係圖：紅黃綠青藍各色球表示介質的五排質點，下圖表示各質點位於原有的平衡位置，上圖表示產生縱波時，在某一時刻各質點有不同的振動位移，橘色箭矢即表示質點的前後振動位移；而彎曲實線可以用來顯示橫波波形與縱波的密部及疏部的關係。

圖 2-18 中相鄰兩密部或相鄰兩疏部之間的距離，稱為波長，亦如前圖 2-16 中的  $\overline{AC}$ 、 $\overline{CE}$ 、 $\overline{BD}$  或  $\overline{DF}$ 。若波速為  $v$ ，則波速與波長的關係亦為

$$v = \frac{\lambda}{T} = f\lambda$$

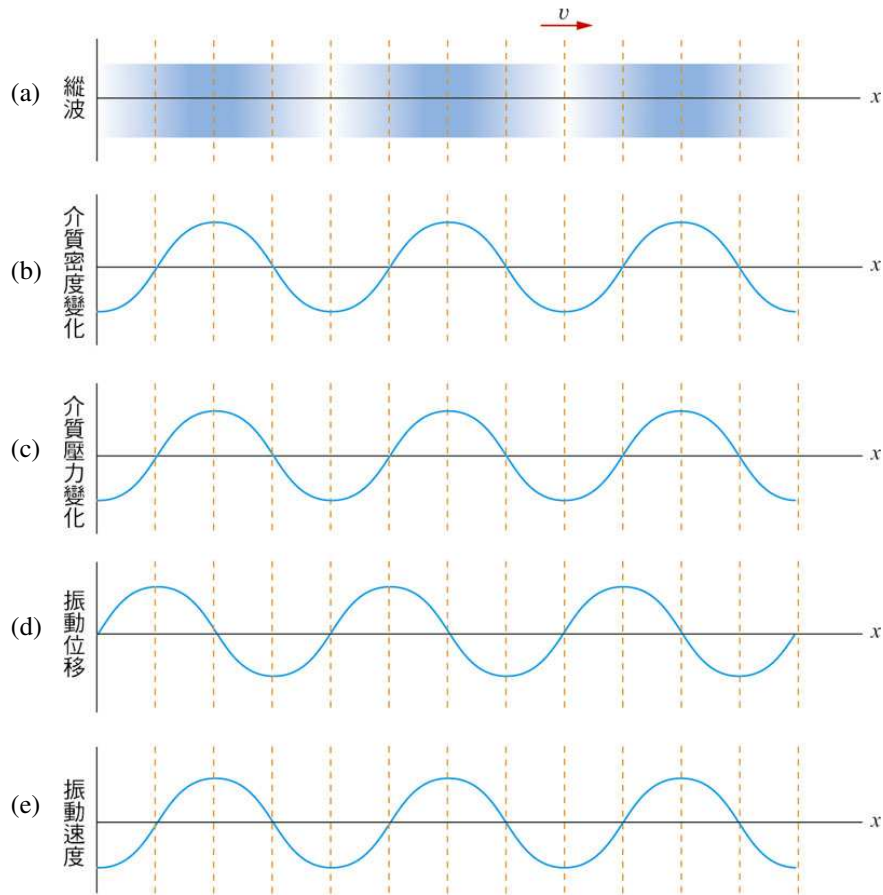
2-4 式

當縱波行進時，介質中在不同位置的各質點各有不同的振動位移，形成縱波波形，如圖 2-19，表示在不同時刻疏密部的移動現象，經過一個週期的時間，波形向右移動了一個波長的距離。



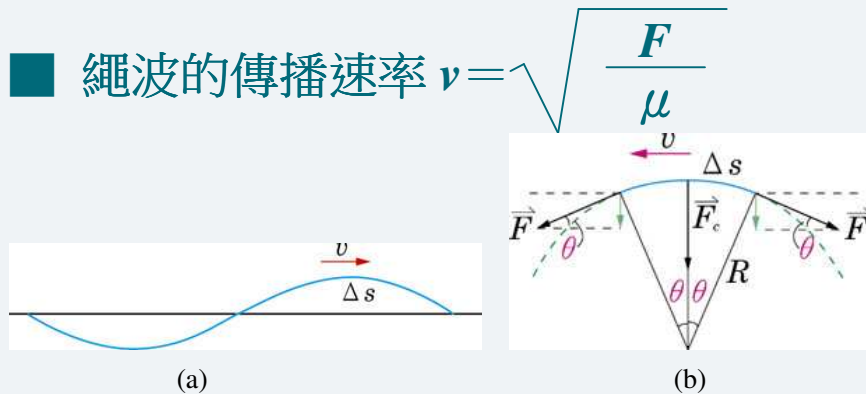
▲圖 2-19 向右行進的縱波在不同時刻疏密部隨位置  $x$  的變化圖。經過一個週期的時間，波向右移動了一個波長的距離。

就質點的振動而言，在圖 2-20 中，圖(a)所顯示的是疏密波的傳播；圖(b)表示對應於疏部及密部的介質密度大小；假如傳遞縱波的介質為氣體時，圖(c)則表示介質的壓力變化；圖(d)表示介質各點的振動位移  $\Delta x$  對位置  $x$  的函數關係；由簡諧運動的性質，可以由圖(d)推知各質點的振動速度  $v_x$  對位置  $x$  的函數關係，如圖(e)所示。



▲圖 2-20 縱波各質點的性質對位置的函數關係圖：(a)縱波形成的疏密變化；(b)介質的密度變化對位置的關係；(c)若介質為氣體，則介質的壓力變化對位置的關係；(d)各質點的振動位移對位置的關係；(e)各質點振動速度對位置的關係（在振動位移圖(d)及振動速度圖(e)的圖形中，方向向上對應於縱波的向右、向下則對應於縱波的向左）





▲圖 2-21 分析波峰處的受力，(a)波動以速率  $v$  在繩弦上向右行進。(b)假想一觀測者以等速率  $v$  向右運動，此觀測者看到波峰處一極小繩段  $\Delta s$  上的質點看似以速率  $v$  沿圓弧向左方運動。

如圖 2-21(a)所示，繩波以速率  $v$  向右行進；圖 2-21(b)表示，假想有一觀察者亦以相同速率  $v$  向右作等速運動，則此觀察者所看到的繩波應為靜止，而繩子上某一波峰處繩長為  $\Delta s$  的極小繩段看似以速率  $v$  沿圓弧向左運動。

繩段  $\Delta s$  兩端所受張力  $\vec{F}$  的合力，成為該極小繩段作曲線運動時所需的向心力。如圖 2-21(b)所示，設該極小繩段的質量為  $\Delta m$ ，曲率半徑為  $R$ ，所對應的圓心角為  $2\theta$ ，則：

$$F_c = 2F \sin \theta = \frac{(\Delta m) v^2}{R} \quad (1)$$

若  $\Delta s$  甚小，則所對應的角度  $\theta$  甚小，故  $\sin \theta$  近似等於  $\theta$ 。利用弧長與圓心角的關係  $\Delta s = R(2\theta)$ ，可得

$$2F \sin \theta \approx 2F \theta = F \left( \frac{\Delta s}{R} \right) \quad (2)$$

由①和②兩式可得  $F = \left( \frac{\Delta m}{\Delta s} \right) v^2$ ，式中  $\frac{\Delta m}{\Delta s}$  表示繩子每單位長度的質量，即繩子的線密度  $\mu$ ，則  $F = \mu v^2$ ，而繩波的傳播速率則為

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

## 2-3 波的疊加原理

前兩節所介紹的波動，都是在介質中僅有一個脈衝波或週期波的傳播情況，但是在日常生活中所見到的波動現象，常常有兩個或兩個以上的波同時交會或重疊，產生了波形的改變。這些波形的改變現象可以利用簡單的數學方法加以分析，使我們能夠研究其特性，並進而加以利用。

例如音叉發出的聲音甚小，但固定在共鳴木箱上時聽到的聲音會變大。噪音令人討厭，可以使用靜音裝置（或靜音耳機）將噪音減弱。MP3的音樂中可以將人唱歌的聲音過濾掉，讓我們只能聽到樂團演奏的樂曲。你知道嗎？這些儀器的設計原理竟然都和波的疊加有關呢。

### 1. 波的疊加原理

假若兩波在同一介質中傳播，相向行進而重疊。在兩波的重疊範圍內，介質的質點將同時受到兩個波的作用，這時質點該如何振動呢？

由實驗結果得知，若波動的振幅不大，在重疊範圍內，介質質點的振動位移會等於兩個別波動單獨存在時所造成位移的向量和，此稱為波的疊加原理（superposition principle）。若介質質點受到兩波單獨存在時所產生的振動位移分別為 $\vec{y}_1$ 和 $\vec{y}_2$ ，則兩波同時存在時質點產生的合成位移應為

$$\vec{y} = \vec{y}_1 + \vec{y}_2$$

2-5 式

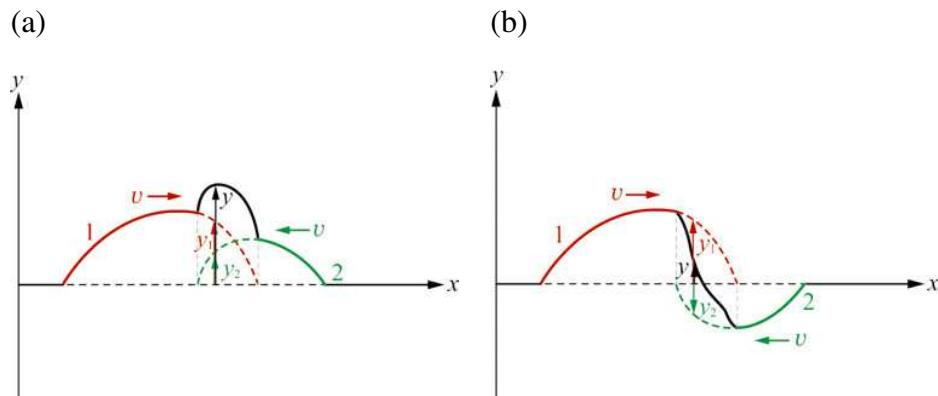
上式中，若兩振動位移在同一直線上，則可選取某一振動方向為正，其反方向為負，因此質點的振動位移 $\vec{y}_1$ 和 $\vec{y}_2$ 的方向可以用正負表示之。若 $\vec{y}_1$ 和 $\vec{y}_2$ 的方向相同，則合成位移 $\vec{y}$ 的量值等於兩者的量值相加，



MP3.....

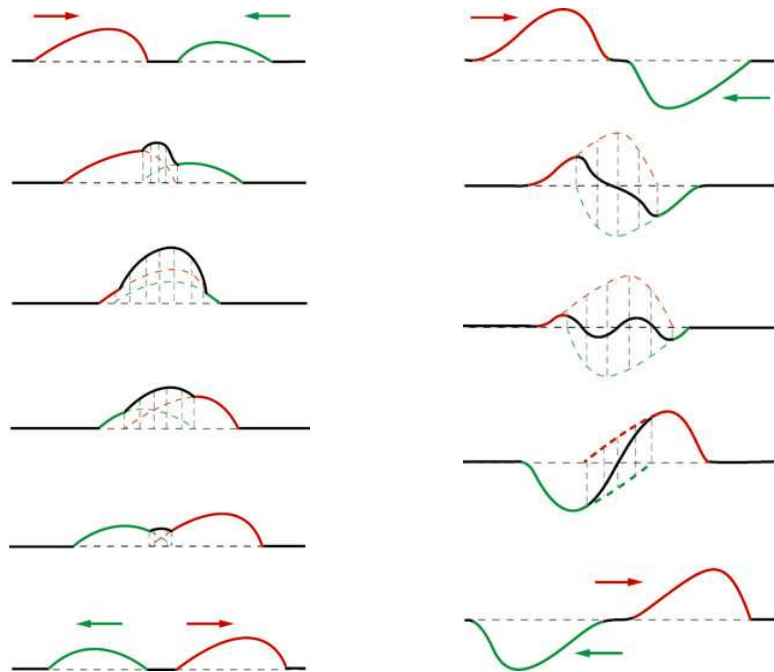
MP3(Moving Picture Experts Group Audio Layer III，動態影像專家壓縮標準音訊層面 3，簡稱為 MP3)，是當今流行的一種數位音訊編碼和資料壓縮格式，多應用在行動式數位音訊播放器、DVD 和 CD 播放器的音樂播放。

如圖 2-22(a)所示；若  $\vec{y}_1$  和  $\vec{y}_2$  的方向相反，則合成位移  $\vec{y}$  的量值等於兩者的量值相減，如圖 2-22(b)所示。



▲圖 2-22 疊加時，(a)  $\vec{y}_1$  和  $\vec{y}_2$  的方向相同時，合成位移  $\vec{y}$  的量值增大；(b)  $\vec{y}_1$  和  $\vec{y}_2$  的方向相反時，合成位移  $\vec{y}$  的量值減小。

兩波重疊時將組成新的合成波，圖 2-23 顯示兩脈衝波波形皆向上時的疊加情形，圖 2-24 則為兩脈衝波波形上下相反時的疊加情形。由



▲圖 2-24 波形上下相反的兩脈衝波交會重疊時，合成波位移的量值等於兩個別脈衝波位移量值的差。

▲圖 2-23 波形同為向上的兩脈衝波交會重疊時，合成波位移的量值等於兩個別脈衝波位移量值的和。

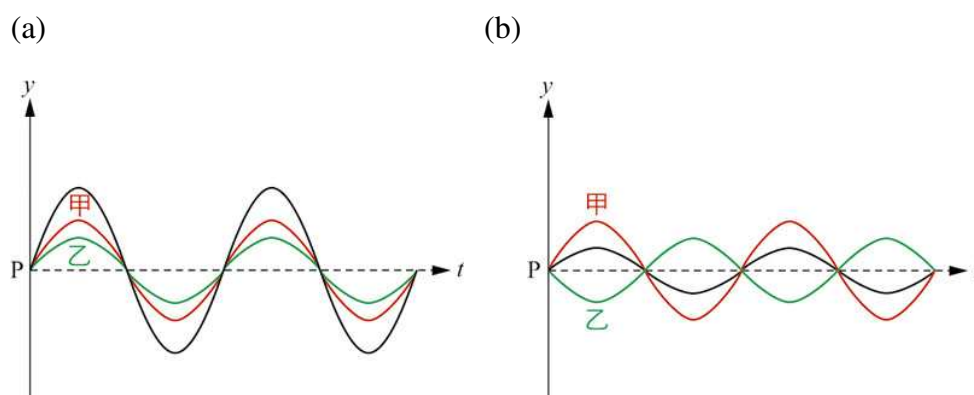
波的疊加原理可知，兩波在交會重疊期間，其質點的振動位移產生疊加現象；但在交會之後，兩波將維持其波形和行進速度各自繼續前進，並不會因為曾經相互疊加而發生變化，此一特性稱為波的獨立性。

## 2. 正弦波的疊加

兩波在同一介質中傳播時，在兩波交會重疊的區域內，各質點的振動位移可以依照上述的疊加原理求出，即可得到合成波的波形。

如果波長相同甲、乙兩正弦波的波峰（或波谷）同時到達介質的同一位置 P，即兩波波峰（或波谷）同時到達該點，則稱此兩波在該點**同相**（in-phase）。兩波同相疊加時，所產生合成波的振幅為最大，稱為**完全建設性干涉**（fully constructive interference），如圖 2-25(a)。

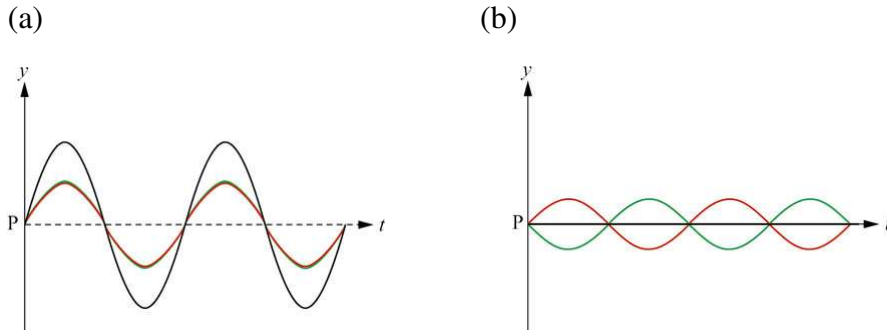
如果甲、乙兩波之一的波峰和另一波的波谷同時到達介質的同一位置 P，即兩波波峰（或波谷）到達位置 P 的時間恰相差半個週期，則稱此兩波在該點**反相**（antiphase），或稱兩波 **180°異相**（180° out of phase），參見本節末的延伸閱讀：相位）。兩波反相疊加時，產生合成波的振幅為最小，稱為**完全破壞性干涉**（fully destructive interference），如圖 2-25(b)。



▲圖 2-25 兩波干涉時，(a)完全建設性干涉；(b)完全破壞性干涉。圖中紅色實線表示甲波、綠色實線表示乙波，則黑色實線表示兩波在 P 點相遇干涉後的合成波對時間的變化。

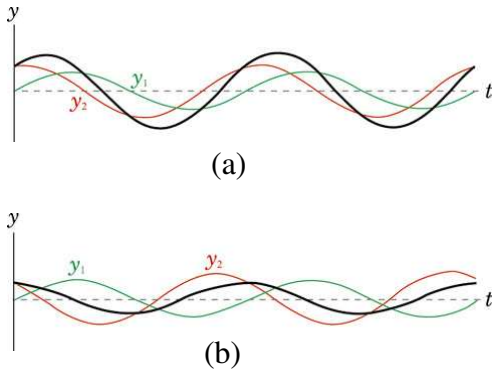
如果兩波的振幅相等時，完全建設性干涉所產生合成波的振幅應為單一波動振幅的兩倍，如圖 2-26(a)所示；而完全破壞性干涉所產生合成波的振幅應為零，如圖 2-26(b)所示。





▲圖 2-26 兩波干涉時，(a)兩波振幅相等時的完全建設性干涉，產生雙倍振幅的波峰或波谷；(b)兩波振幅相等時的完全破壞性干涉，產生波形抵銷的現象，振幅為零。

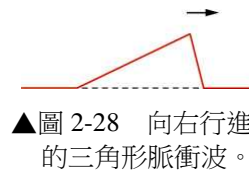
在上述兩種情況之間，即兩波未能恰好同相或  $180^\circ$  異相時，則其合成波的振幅可能大於或小於原有兩波的振幅，視兩波波峰（或波谷）錯開的時間間隔而定。若兩波波峰到達的時間錯開四分之一週期以下時，如圖 2-27(a)所示，為**建設性干涉**（constructive interference）；若兩波波峰到達的時間錯開四分之一週期以上，而不到半週期時，如圖 2-27(b)所示，為**破壞性干涉**（destructive interference）。




◀圖 2-27 兩正弦波異相時的干涉，所生合成波的振幅與兩波到達同一位置的時間差有關：(a)為建設性干涉；(b)為破壞性干涉。

 **想一想**

圖 2-28 所示為繩上向右行進的三角形脈衝波，想想看，要如何畫出一脈衝波與其重疊的某一瞬間，出現波形恰能完全抵消的現象。



▲圖 2-28 向右行進的三角形脈衝波。

 波形狀態的差異，可以用相位的差異表示之。

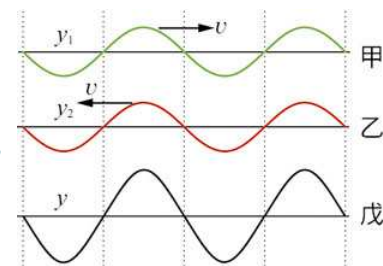
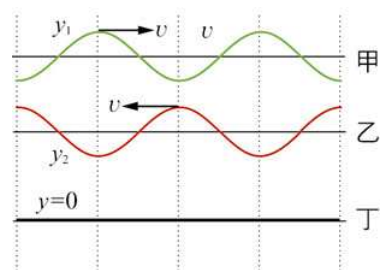
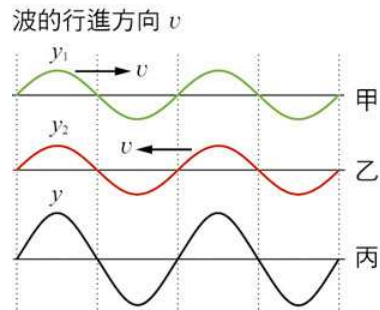
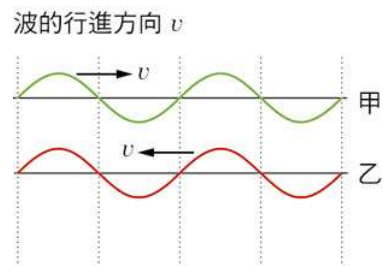
## 範例 2-2

圖 2-29(a)中，甲和乙是  $t=0$  時的兩個行進波，其振幅  $A$ 、波長  $\lambda$  及週期  $T$  皆相同，但行進方向相反，請依據波的疊加原理繪出下列三個時間的合成波形：

- (1)  $t=0$ 。
- (2)  $t=T/4$ 。
- (3)  $t=T/2$ 。

[解答] 根據 (2-5) 式  $\vec{y} = \vec{y}_1 + \vec{y}_2$ ，計算各位置的質點振動總位移。對甲、乙兩波形上的各位置量取其振動位移量值  $y_1$  及  $y_2$ ，再計算其總振動位移  $y$  的量值，即可繪成合成波形。

- (1)  $t=0$  時，合成波形如圖 2-29(b)的丙圖所示。
- (2)  $t=T/4$  時，甲波向右移動波長的四分之一，乙波向左移動波長的四分之一。同理，繪成合成波形如圖 2-29(c)的丁圖所示。
- (3)  $t=T/2$  時，甲波向右移動波長的一半，乙波向左移動波長的一半。同理，繪成合成波形如圖 2-29(d)的戊圖所示。

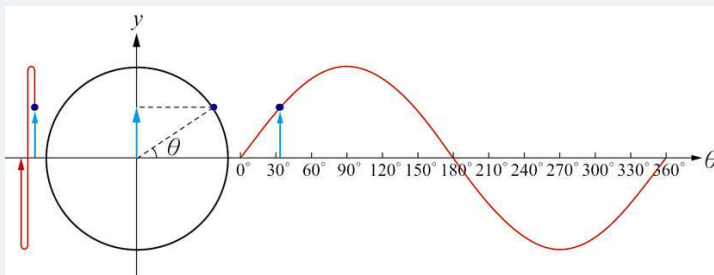


▲圖 2-29

## ■ 相位

若某一週期性正弦波沿  $x$  軸向前傳播時， $x$  軸上各位置的質點振動位移及振動速度各不相同，且會有反覆出現週期性的重複變化。因此在描述週期性變化中的某一質點時，對其運動狀態需要作相當多的說明，才能確實標定該位置。

對週期性正弦波而言，各質點的運動為簡諧運動，所以形成一個完整週期的迴圈中，質點恰能完成一次完整的週期振動。如圖 2-30(a)(b)，從簡諧運動對應其參考圓時，可以使用對參考圓的圓心角作為其相位的表示，稱為相位角或相角（**phase angle**）。波形中整個完整的週期



▲圖 2-30 質點簡諧振動時所對應的相位角，(a)質點由  $y$  軸平衡位置起，先向上、再向下振動，最後回到原有的平衡位置，作一次完整的簡諧振動；(b)質點簡諧振動到達某位置時，對應於參考圓的相位角  $\theta$ ；(c)將質點運動時的位移對應於相位角（或時間）作圖，為正弦函數波形。

。波形中整個完整的週期變化恰為一波長，對應於整個圓心角為  $360^\circ$ ，如圖 2-30(c)，；在一個完整正弦波的起點，對應於質點自平衡點開始振動，其對應的圓心角為  $0^\circ$ ；當質點位於波峰時，對應的相位角為  $90^\circ$ ；當質點位於波谷時，對應的相位角則為  $270^\circ$ ；此一個波長的正弦波第二次返回平衡點時的相位角則應為  $360^\circ$ 。

在不同位置的質點振動位移及振動速度發生重複出現的過程中，使用上述相位角的概念表示該位置的質點位於波峰、波谷或是波形的某一位置，且可能會有什麼樣的運動狀態，稱之為**相位**（**phase**）。因為每隔固定的時間或距離就會產生重複的變化，故相位可以表示在整個週期變化的物理量中，某一個時刻或某一個位置的物理狀態在整個變化的週期中位於哪一個階段。

對於到達同一位置的兩個波動而言，在兩波重疊時，若兩波波峰同時抵達同一位置，此時兩波峰的相位角都是  $90^\circ$ ，或兩波波谷同時抵達同一位置時，此時兩波谷的相位角都是  $270^\circ$ 。因為兩者的相位角相同，故稱為同相。

在兩波重疊時，若兩波的波峰（或波谷）不是同時抵達同一位置時，此時兩者的相位角不相同，故稱為異相。若一波的波峰與另一波的波谷同時抵達同一位置時，此時前者的相位角為  $90^\circ$ ，後者的相位角為  $270^\circ$ ，兩者相差  $180^\circ$ ，故稱為  $180^\circ$  異相；又因為前者為波峰，質點振動位移為向上最大，後者為波谷，質點振動位移為向下最大，兩者振動位移方向相反，故又稱為反相。

## 2-4 繩波的反射和透射

已知繩弦上波動的傳播速率，可由繩弦的張緊程度（即繩上的張力）和粗細（即繩子的線密度）所決定，而與波長、頻率及振幅等無關，如（2-3）式所示。即使是由相同材質所製成的兩條繩子，只要繩上張力不同或是粗細不同，使繩上波速不同時，仍應視為兩種不同的介質。波動在彈簧上傳播時，亦有相同的性質。

當波動由某一介質進入另一介質時，在兩介質的界面處將發生部分**反射**（reflection）和部分**透射**（transmission）的現象；但在傳至繩子的端點時，不論此端點是固定端、還是自由端，都僅能發生反射現象。

### 1. 繩波的反射

當波動傳遞至繩子的端點後，將產生反方向傳回的波動，稱為繩波的反射。反向折返的波動稱為反射波，因端點性質的不同，將產生不同的波形。

#### 1. 固定端的反射

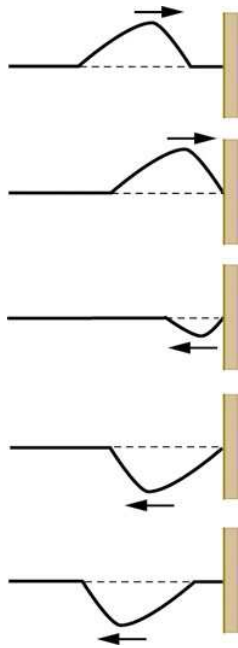
如圖 2-31 所示，為繩弦上的波行進至固定端時產生的反射情形。繩弦的右端固定，有一振幅向上的橫向波動自左方傳向右方。當繩弦上的入射波向右行進抵達固定端時，繩弦施力於固定端，欲將其向上拉起；但依據牛頓第三運動定律可以推論，固定端對繩弦產生量值相等而方向向下的作用力，將繩弦向下拉動，因而產生振幅向下的反射波。

若波動傳遞時能量保持穩定不變，在固定端不會損失或散逸，則反射波的能量不變，因而反射波與入射波的振幅應相等。又因為先到達固定端的部分先反射，後到達的部分後反射，所以反射波與入射波兩者的波形上下顛倒而左右相反。

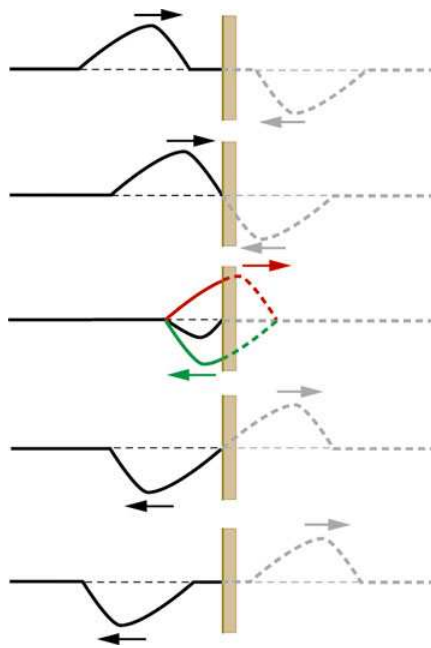
圖 2-31 中顯示當波動到達固定端前後，在極短時間內波形發生迅速的變化。為了瞭解這一瞬間波形的變化，我們可以想像，對入射波



而言，在固定端的另一側好像是有一個上下顛倒且左右相反的反射波，從固定端的後方反向傳遞過來，如圖 2-32 所示。當兩者在固定端相遇交會時，利用疊加原理所得的合成波形，即可顯示入射波撞及固定端前後，其波形所產生的變化現象。



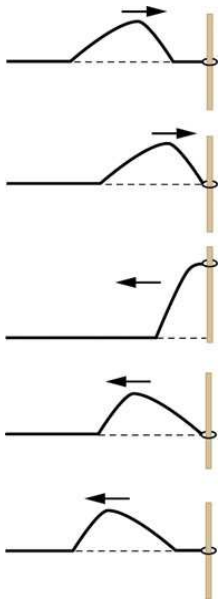
▲圖 2-31 入射波在固定端反射後，上下顛倒而左右相反。



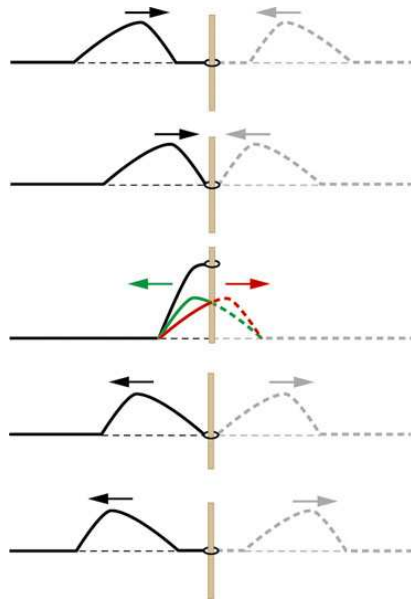
▲圖 2-32 由固定端反射的波動，可以想像好像是好像有一個上下顛倒且左右相反的反射波，從固定端的後方反向傳遞過來。圖中紅色表示入射波，綠色表示反射波，黑色實線表示合成波形。

## 2. 自由端的反射

若繩弦的右端不是固定端，而是以一小環套在光滑的直桿上，使其能夠上下運動而不受力，稱為自由端，如圖 2-33 所示。當入射波行進至自由端時，繩弦施力可以將自由端拉起。當自由端向上移動時，拉動繩弦產生反射波，所以反射波上下並不顛倒，其振動仍為向上。因為先到達自由端的部分先反射，後到達的部分後反射，所以反射波與入射波兩者的波形上下方向相同而左右相反。



▲圖 2-33 入射波在自由端反射後，上下並不顛倒而左右相反。

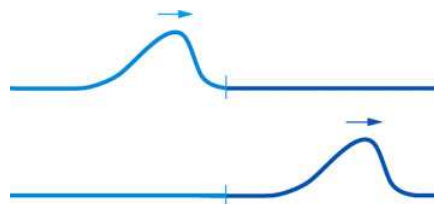


▲圖 2-34 由自由端反射的波動，可以想是好像有一個上下不顛倒且左右相反的反射波，從自由端的後方反向傳遞過來。圖中紅色實線表示入射波、綠色實線表示反射波、黑色實線表示合成波形。

圖 2-33 中顯示當波動到達自由端前後，在極短時間內波形發生迅速的變化。在這一瞬間的波形是如何一步一步的變化？同樣地，我們可以想像成，對入射波而言，在自由端的另一側好像是有一個上下方向相同且左右相反的反射波，從自由端的後方反向傳遞過來，如圖 2-34 所示。當兩者在自由端相遇交會時，利用疊加原理所得的合成波形，即可顯示入射波到達自由端前後，其波形所產生的變化現象。

## 2. 繩波的透射

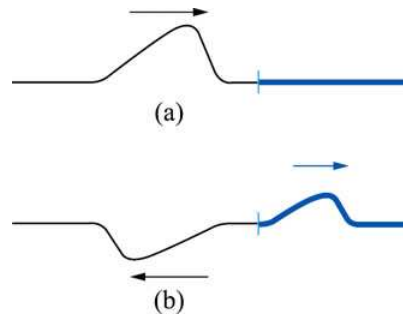
假若繩弦的右端並非固定端，也不是自由端，而是與材質及粗細完全相同的另一繩弦連接，如圖 2-35 所示，此時可將串接的兩繩弦視為一條較長的繩弦。波動由左向右行進時，能夠繼續前進，即波動將全部透射而無反射波。



▲圖 2-35 若兩繩弦的材質及粗細相同時，入射波將全部透射而無反射波。

## 1. 輕繩至重繩的透射與反射

若將左方線密度較小的繩弦（稱為輕繩）與右方線密度較大的繩弦（稱為重繩）連接成一串，如圖 2-36 所示。當波動由左方的輕繩向右行進至兩繩弦交界處時，產生部分反射，部分透射的現象。反射波向左折返，透射波向右前進。其反射和透射的情形應介於輕繩的右端為固定端僅有完全反射，以及右端連接另一相同繩弦僅有完全透射的兩情況之間，亦即介於圖 2-31 和圖 2-35 之間所產生的狀況。

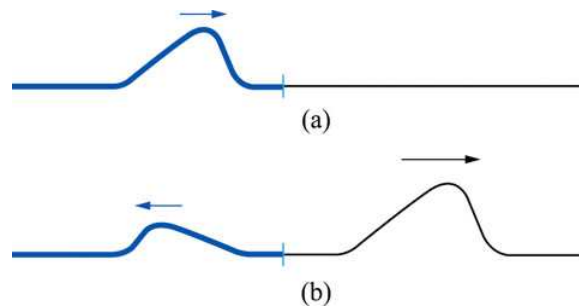


▲圖 2-36 波動由輕繩進入重繩時，(a)入射波由左方的輕繩向右方的重繩前進；(b)反射波上下顛倒、左右相反、波長相同、振幅減小；透射波上下不顛倒、左右相同、波長減小、振幅減小。

由輕繩傳向重繩時的反射波，就好像到達固定端一樣，波形將上下顛倒；而透射波仍維持相同的振動方向，故波形並不上下顛倒。因波在傳遞時頻率保持不變，而輕繩上的波速大於重繩上的波速，則反射波的波長維持不變，透射波的波長將減小。因入射波的能量分配給反射波及透射波，故兩者的振幅都要小於原入射波的振幅。

## 2. 重繩至輕繩的透射與反射

在圖 2-37 所示的繩弦中，當波動由左方的重繩向右行進至兩繩弦交界處時，產生部分反射，部分透射的現象。反射波向左折返，透射波向右前進。其反射和透射的情形應介於重繩



▲圖 2-37 波動由重繩進入輕繩時，(a)入射波由左方的重繩向右方的輕繩前進；(b)反射波上下不顛倒、左右相反、波長相同、振幅減小；透射波上下不顛倒、左右相同、波長增大、振幅變大。

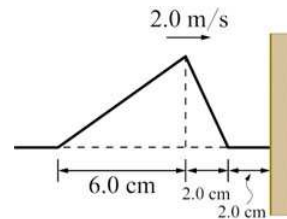
的右端為自由端僅有完全反射，以及右端連接另一相同繩弦僅有完全透射的兩情況之間，亦即介於圖 2-33 和圖 2-35 之間所產生的狀況。

由重繩傳向輕繩時的反射波，就好像到達自由端一樣，波形並不上下顛倒；而透射波仍維持相同的振動方向，故波形也不上下顛倒。因波在傳遞時頻率保持不變，而重繩上的波速小於輕繩上的波速，則反射波的波長維持不變，透射波的波長將增大。因入射波的能量分配給反射波及透射波，故反射波的振幅小於原入射波的振幅，但透射波的振幅將會大於原入射波的振幅。

### 範例 2-3

如圖 2-38 所示，當  $t=0$  時，三角形脈衝波以速率  $2.0 \text{ m/s}$  向右行進，距離固定端  $2.0 \text{ cm}$ ，試作圖表示：

- (1) 在  $t=0.015 \text{ s}$  時的波形。
- (2) 在  $t=0.030 \text{ s}$  時的波形。

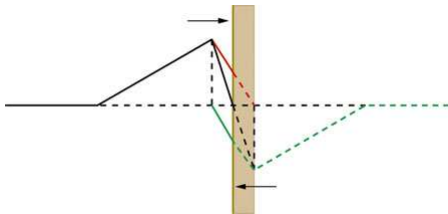


▲圖 2-38 向右行進的三角形脈衝波。

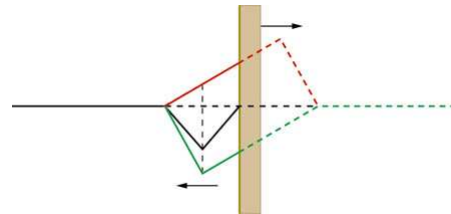
[解答] (1) 當  $t=0.015 \text{ s}$  時，波向右行進的距離應為

$$d = vt = (200 \text{ cm/s}) (0.015 \text{ s}) = 3.0 \text{ cm}$$

表示有  $1.0 \text{ cm}$  長的脈衝波已經被固定端反射，產生的反射波應上下顛倒，左右相反。反射波與入射波交會重疊部分的長度為  $1.0 \text{ cm}$ ，依疊加原理繪圖，其合成波形如圖 2-39 的實線部分所示。



▲圖 2-39 當  $t=0.015 \text{ s}$  時，反射波與入射波重疊的部分為  $1.0 \text{ cm}$ ，實線部分為合成波形。



▲圖 2-40 當  $t=0.030 \text{ s}$  時，反射波與入射波重疊的部分為  $4.0 \text{ cm}$ ，實線部分為合成波形。



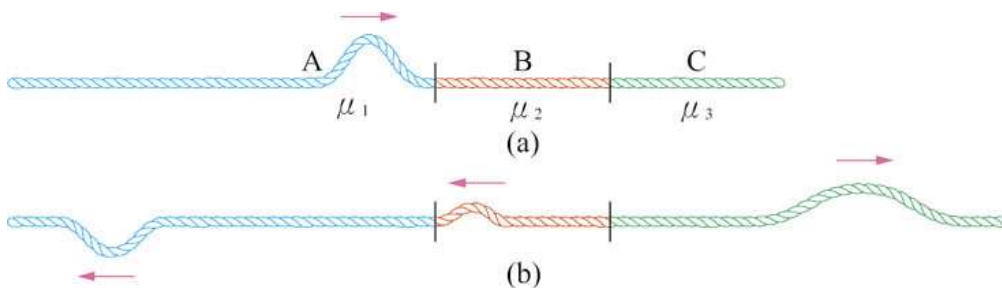
(2) 當  $t=0.030\text{ s}$  時，波向右行進的距離應為

$$d=vt=(200\text{ cm/s})(0.030\text{ s})=6.0\text{ cm}$$

表示有  $4.0\text{ cm}$  長的脈衝波已經被固定端反射，產生的反射波應上下顛倒，左右相反。反射波與入射波交會重疊部分的長度為  $4.0\text{ cm}$ ，依疊加原理繪圖，其合成波形如圖 2-40 的實線部分所示。

### 範例 2-4

將線密度分別為  $\mu_1$ 、 $\mu_2$  及  $\mu_3$  的 A、B、C 三段繩子串接起來，有一脈衝波向右行進，如圖 2-41(a) 所示。若此波由 A 繩到達 B 繩時產生的第一次反射波，以及此波由 B 繩到達 C 繩時產生的第一次反射波及透射波，如圖 2-41(b) 所示。則 A、B、C 三段繩子的線密度大小關係為何？



▲圖 2-41 (a)脈衝波由 A 繩向右入射；(b) A、B 兩繩上的波皆為這兩繩的第一次反射波，C 繩上為第一次透射波。

[解答] 振幅向上的脈衝波由 A 繩入射到達 B 繩時，其反射波上下顛倒，故知 A 繩的線密度  $\mu_1$  小於 B 繩的線密度  $\mu_2$ ，其透射波的波形應振幅向上。而此波由 B 繩入射到達 C 繩時，其反射波的振幅向上，表示波形並未上下顛倒，故知 B 繩的線密度  $\mu_2$  大於 C 繩的線密度  $\mu_3$ 。

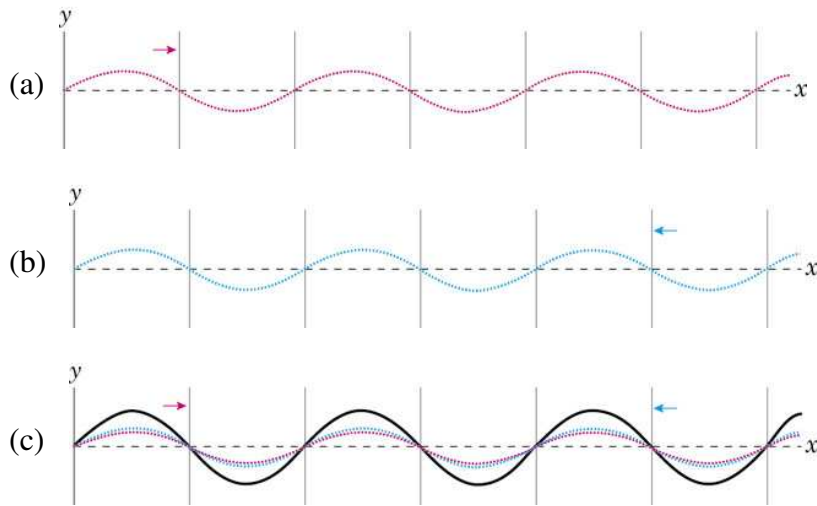
由  $\mu_1 < \mu_2$  及  $\mu_2 > \mu_3$ ，可以判斷在三段繩子中，B 繩的線密度  $\mu_2$  應為最大；另由波長來判斷，C 繩的波長大於 A 繩的波長，故 C 繩密度最小，則可得知  $\mu_3 < \mu_1 < \mu_2$ 。

## 2-5 駐波

### 1. 駐波的產生

使用第三節所介紹波的疊加原理，可以顯示兩脈衝波在同一繩弦上相向運動時，在交會重疊區域內所形成的合成波形。那麼，假若是連續週期波在繩弦上前進，在繩弦的端點反射回來後，反射波與入射波在交會重疊時又會產生什麼現象呢？

若有兩正弦波振幅相同，波長同為  $\lambda$ ，週期皆為  $T$ ，同時在一繩弦上相向運動，在某一時刻  $t=0$  兩波恰好重疊，如圖 2-42 所示。圖 2-42(a) 中紅色虛線表示向右行進的正弦波，圖 2-42(b) 中藍色虛線表示向左行進的正弦波，則圖 2-42(c) 中黑色實線表示依據疊加原理所得的合成波形。

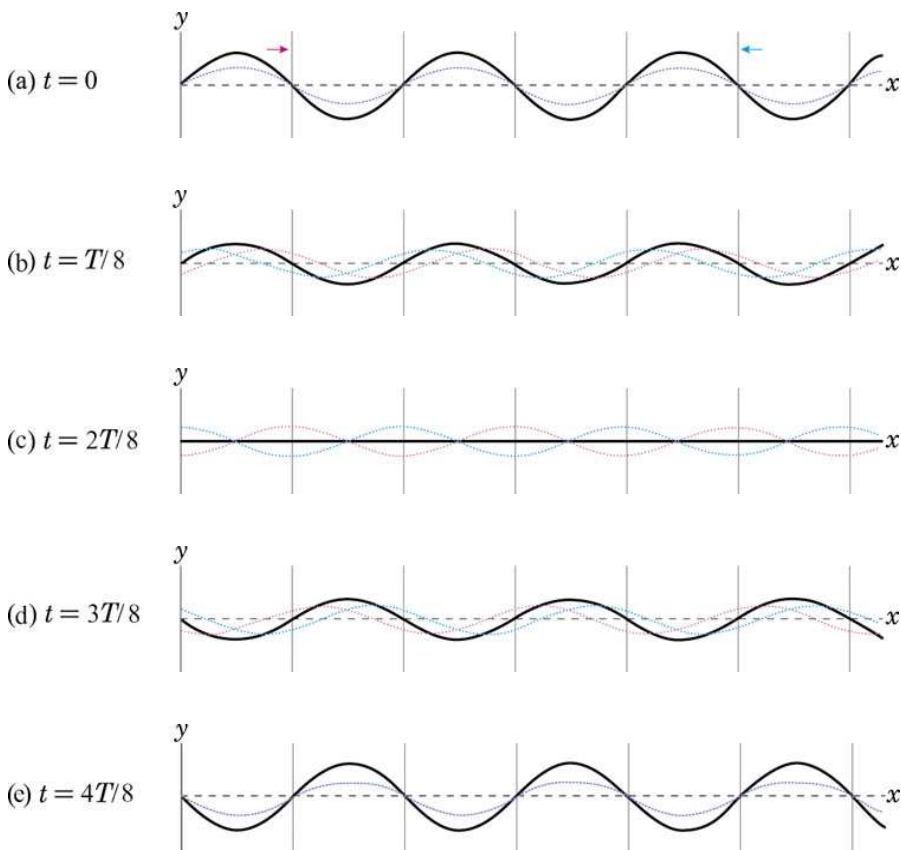


▲圖 2-42 疊加所得的合成波形，圖(a)中紅色虛線表示向右行進的正弦波，圖(b)中藍色虛線表示向左行進的正弦波，圖(c)中黑色實線則表示依據疊加原理所得的合成波形。

兩正弦波由  $t=0$  起，各自持續相向行進時，在不同時刻所得的合成波形，則如圖 2-43 所示。這些合成波形不但在某些位置顯現了一些特性，而且隨時間將產生週而復始、具有固定方式反覆的重複變化。

圖 2-43(a)表示在  $t=0$  時刻，兩正弦波相向運動所產生的合成波形。  
 圖 2-43(b)表示在  $t=T/8$  時刻，即經過八分之一週期，兩正弦波各自前進了八分之一波長的距離，由疊加原理所得的合成波形。由圖 2-43(c)至圖 2-43(e)，則表示爾後繼續每隔八分之一週期，也就是每前進了八分之一波長的距離所產生的合成波形。

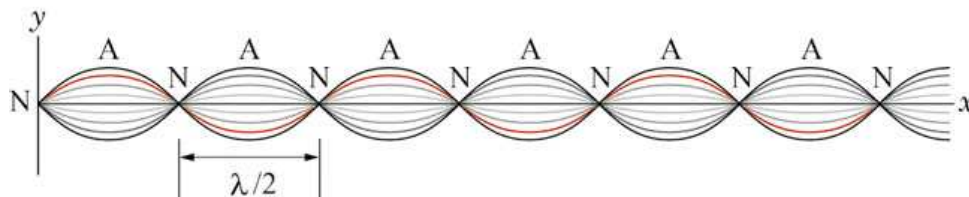
另外可以發現合成波形具有重複的規律變化。對圖 2-43(c)  $t=2T/8$  而言，圖 2-43(b)  $t=T/8$  與圖 2-43(e)  $t=3T/8$  的合成波形恰能上下成對稱，圖 2-43(a)  $t=0$  與圖 2-43(e)  $t=4T/8$  的合成波形亦能上下成對稱。若將圖 2-43(e)以後的圖形繼續增加繪出時，則可以發現  $t=5T/8$  的波形將與圖 2-43(d)  $t=3T/8$  者相同， $t=6T/8$  的波形將與圖 2-43(c)  $t=2T/8$  者相同，餘類推。



▲圖 2-43 兩正弦波振幅、波長和週期都相同，而行進方向相反時，每隔  $T/8$  時間所產生的合成波形。

在圖 2-43 中顯示繩弦上大部分的質點都在上下作簡諧運動，但在某些位置上，質點的振動位移始終為零，這些位置在繩弦上等間隔出現，都相隔半個波長的距離。繩弦在振動時，這些質點振動位移始終為零的位置，稱為**波節 (node)** 或**節點**，而其餘位置的各質點都作振幅不同的簡諧運動。質點在相鄰兩節點的中點時，所作簡諧運動的振幅為最大，此位置稱為**波腹 (antinode)** 或**腹點**。

若我們注視這個振動的繩弦，由於它快速的振動，以及人眼的視覺暫留作用，將會看到如圖 2-44 所示的波形；但是在任意時刻所見到弦的形狀仍為單一的正弦波形，如圖 2-44 中的紅色實線。位於腹點位置的質點上下振動的振幅為最大，愈靠近節點處的質點則振幅愈小，而節點維持靜止不動，故僅見兩節點位置之間的質點作週期性漲落的現象，而波形不見前進，這種波動現象稱為**駐波 (standing wave)**。

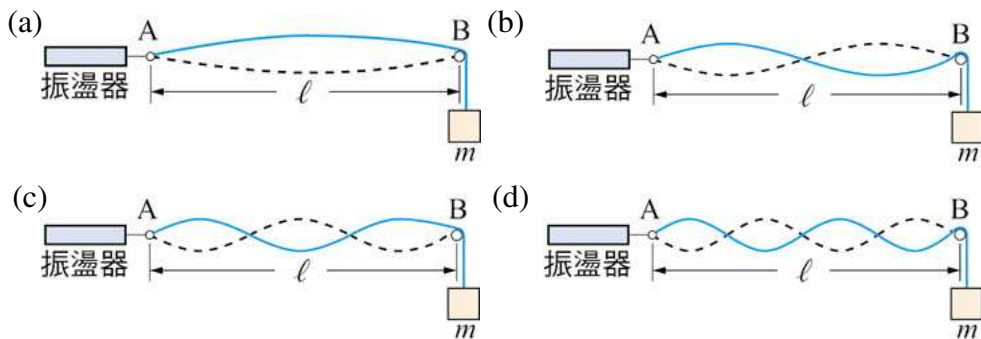


▲圖 2-44 駐波的波形，圖上 N 和 A 分別為節點和腹點，相鄰兩節點或相鄰兩腹點之間的距離等於半個波長，紅色實線表示某一時刻的波形。

駐波的波長、頻率與原來的兩正弦波相同，**相鄰兩節點或相鄰兩腹點之間的距離為二分之一波長**；但腹點的最大振幅為原來正弦波振幅的兩倍，且相鄰兩腹點的位移方向恰好相反。

駐波可由圖 2-45 所示的方法產生，圖中將繩弦的一端固定在振盪器上，另一端跨過定滑輪，並懸掛一重錘，使繩弦 AB 繃緊。當振盪器振動時，所產生的波動自 A 點沿繩弦傳到 B 點後反射回來成為反射波，與入射波交會重疊，即可形成駐波。假如繩弦上的張力保持不變，則以適當的不同頻率振動時，即可以形成節點數目不等的駐波。



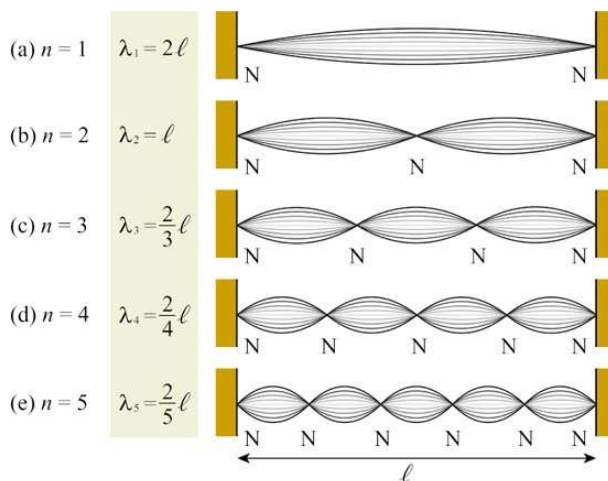


▲圖 2-45 將繩弦的一端固定在振盪器上，因振盪器設計時可設定 A 點振動時的振幅不大，故可視為節點，另一端跨過定滑輪，並懸掛一重錘，使繩弦 AB 繃緊，B 點固定在定滑輪上，故亦為節點。兩端均為節點，故繩弦 AB 形成駐波時，(a)至(d)圖分別表示有一至四個波腹。藍色實線表示繩弦振動到達最大位移時的波形，黑色虛線則表示繩弦振動到達反向最大位移時的波形。

## 2. 駐波的條件

兩相同正弦波在一繩弦上相向運動時，疊加後可以形成駐波。若僅有單一波源時，則入射波可以和在固定端或自由端產生的反射波形成駐波。

若繩弦的兩端都是固定端時，當我們撥動繩弦使之振動，產生的波經兩固定端反射，相互干涉，疊加後所形成的駐波將如圖 2-46 所示。因固定端必定為節點，設正弦波的波長為  $\lambda$ 、頻率為  $f$ ，則繩弦的長度必為二分之一波長的整數倍，即



▲圖 2-46 兩端固定的繩弦振盪形成駐波時，繩弦的長度應為二分之一波長的整數倍。

$$l = n \left( \frac{\lambda_n}{2} \right), \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

2-6 式

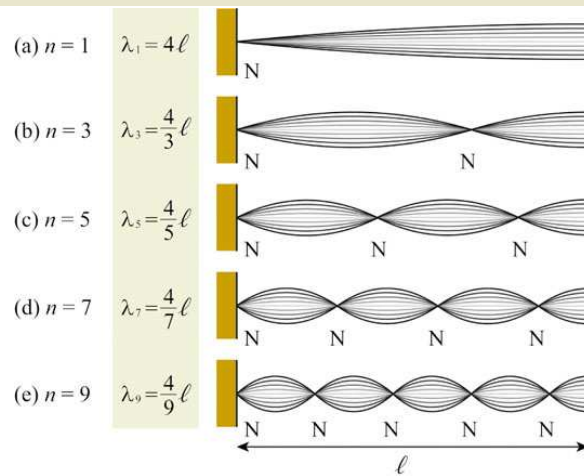
由 (2-6) 式可推知駐波的波長為  $\lambda_n = \frac{2l}{n} (= 2l, l, \frac{2l}{3}, \dots)$ ，

而駐波的最長波長為  $\lambda_{\max} = 2\ell$ 。若弦波的行進速率為  $v$ ，則形成的駐波頻率為

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{nv}{2\ell} = \frac{n}{2\ell} \sqrt{\frac{F}{\mu}}, \quad n=1, 2, 3, \dots \quad \text{2-7 式}$$

若繩弦的一端為固定端，而另一端為自由端時，當我們撥動繩弦使之振動，產生的波經兩端反射，相互干涉，疊加後所形成的駐波將如圖 2-47 所示。因固定端必定為節點，自由端必定為腹點，設正弦波的波長為  $\lambda$ 、頻率為  $f$ ，則繩弦的長度必為四分之一波長的奇數倍，即

$$\ell = n \left( \frac{\lambda_n}{4} \right), \quad n=1, 3, 5, \dots \quad \text{2-8 式}$$



▲圖 2-47 繩弦的一端為固定端，另一端為自由端形成駐波時，繩弦的長度應為四分之一波長的奇數倍。

由 (2-8) 式可推知駐波的波長為  $\lambda_n = \frac{4\ell}{n}$  ( $=4\ell, \frac{4\ell}{3}, \frac{4\ell}{5}, \dots$ )，

而駐波的最長波長為  $\lambda_{\max} = 4\ell$ 。若弦波的行進速率為  $v$ ，則可能形成的駐波頻率為

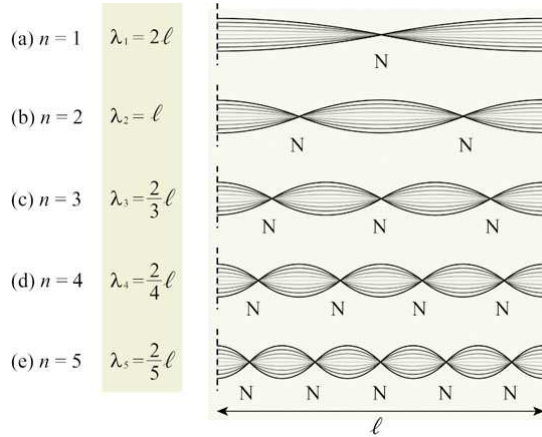
$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{nv}{4\ell} = \frac{n}{4\ell} \sqrt{\frac{F}{\mu}}, \quad n=1, 3, 5, \dots \quad \text{2-9 式}$$



### 想一想

當我們撥動兩端都是自由端的繩弦，使之振動產生的駐波將如圖 2-48 所示。想想看：

- (1) 這些駐波的波形與圖 2-46 及圖 2-47 有無不同？
- (2) 此時駐波的條件為何？



▲圖 2-48 兩端都是自由端的繩弦振盪所形成的駐波。

繩弦的振動應用在樂器上的情況甚多，例如鋼琴、小提琴和吉他等弦樂器都是利用弦的振動而發出聲音。笛子及簫等管樂器則應用空腔內空氣的振動而發聲，留待下章詳細介紹。

### 範例 2-5

圖 2-49 中，一弦左端 A 點繫於頻率為 60 Hz 的振盪器，右端跨過一摩擦力可忽略不計的定滑輪 B，下端懸掛某一物體。若已知弦的線密度為 4.0 g/m，A、B 兩點相距 1.2 m，其間產生的駐波恰能形成

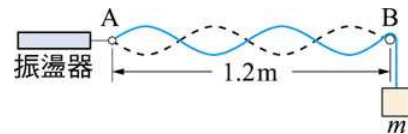


圖 2-49 連接至振盪器的弦恰能形成四個波腹的駐波。

四個波腹。若 A 端的振幅甚小可視為節點，試求該懸掛物體的質量。

[解答] 弦振動時形成的駐波恰能形成四個腹點，即恰有五個節點，則 (2-7)

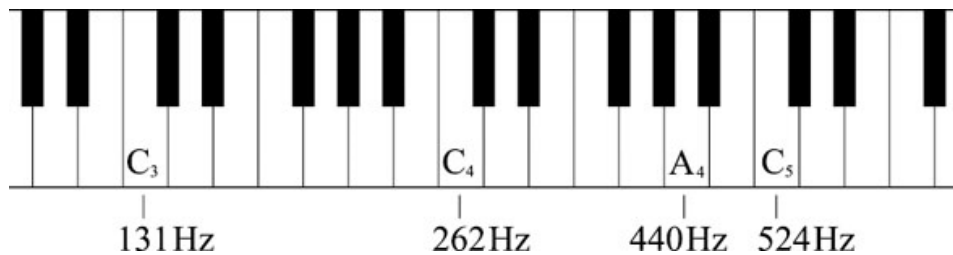
式中的整數  $n$  應為 4，因為弦上的張力  $F$  等於懸掛物體的重量  $mg$ ，故

$$60 \text{ s}^{-1} = \frac{4}{2(1.2 \text{ m})} \sqrt{\frac{m(9.8 \text{ m/s}^2)}{4.0 \times 10^{-3} \text{ kg/m}}}$$

計算可得物體的質量為  $m = 0.53 \text{ kg}$

## 範例 2-6

圖 2-50 為鋼琴鍵盤的一部分，第四個 C 音稱為中央 C，記為  $C_4$ ，其最低頻率為 262 赫，圖中  $A_4$  音的最低頻率為 440 赫。若  $A_4$  音和  $C_4$  音使用相同線密度的弦線，而  $A_4$  音的弦長是  $C_4$  音弦長的 64.0 %，則兩弦線上張力的比值為多少？



▲圖 2-50 鋼琴的鍵盤上，第四個 C 音為中央 C，頻率為 262 赫。

[解答] 由 (2-7) 式可得  $A_4$  音與  $C_4$  音的最低頻率分別為

$$f_{1A} = \frac{1}{2l_A} \sqrt{\frac{F_A}{\mu}} \quad (1)$$

$$f_{1C} = \frac{1}{2l_C} \sqrt{\frac{F_C}{\mu}} \quad (2)$$

由  $\frac{(1)}{(2)}$  可得， $\frac{f_{1A}}{f_{1C}} = \frac{l_C}{l_A} \sqrt{\frac{F_A}{F_C}}$  故得兩弦線上張力的比值為

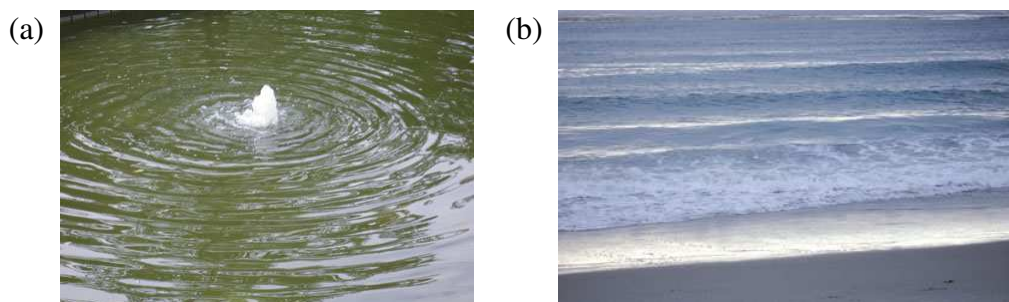
$$\frac{F_A}{F_C} = \left(\frac{f_{1A}}{f_{1C}}\right)^2 \left(\frac{l_A}{l_C}\right)^2 = \left(\frac{440}{262}\right)^2 \left(\frac{64.0}{100}\right)^2 = 1.16$$

## 2-6 惠更斯原理

以上所介紹繩弦上的繩波屬於一維的波動，藉著一維介質的傳遞而前進。但是譬如水面上的水波是二維的波動，空氣中的聲波則為三維的波動，這些波的傳播方式又是依據什麼原理呢？

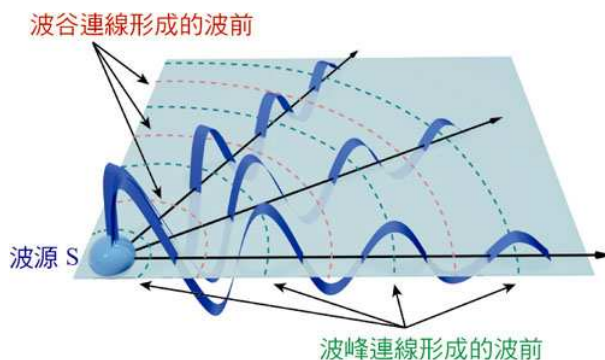
### 1. 波前

水池中的水管向上噴水時，對水面的擾動現象，將引起一圈圈同心圓的漣漪，如圖 2-51(a)所示；在海邊可以看到一波波的長浪推向岸邊，如圖 2-51(b)所示。



▲圖 2-51 水面上不同的波形，(a)水面的擾動產生漣漪；(b)海邊的長浪。

在上述時常可以觀察到的實例中，當二維的平面波由波源發出向四面八方傳遞出去時，將這些波在相同時間所前進的各位置連接起來構成了線或面，在此線或面上的各點應具有相同的波動特性，這些線或面稱為**波前**（wavefront）。在同一波前上不僅各點的振動位移要相同，其振動速度也相同，更精確的說法是各點的相位相同。能夠產生持續擾動的點即為波源，如圖 2-52 所示，當波源振動

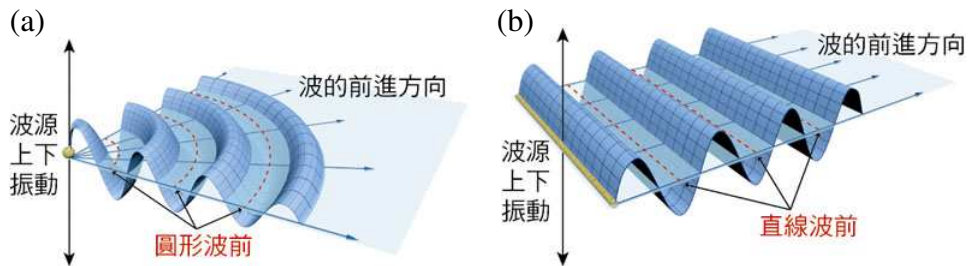


▲圖 2-52 波源 S 振動產生波動向外傳播，若在某一時刻已行進三個半波長時，將同一相位的各點連接成為波前。圖中紅色虛線波前表示波峰，綠色虛線波前表示波谷。

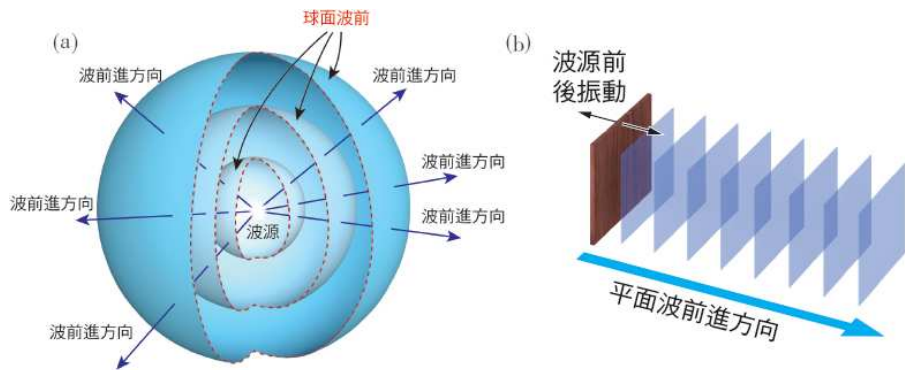


產生波動向外傳播時，在各方向的波形中，若在某一時刻已行進相同的數個波長時，將各方向的波形上，具有相同相位的各點連接成為一個假想面，即為波前。

在二度空間中，將相位相同的各點連接起來的波前可能為直線或曲線，如圖 2-53 所示；但在三度空間中，連接起來的波前則為平面或曲面，如圖 2-54 所示。只要各點的相位相同，即能成為波前；但在繪圖時，通常多以波前表示波峰或波谷的位置，因此前後相鄰兩波前之間的距離即為波長，而波的運動方向則與波前相互垂直。



▲圖 2-53 二度空間中的波前：(a)點波源產生圓形波前；(b)直線波源產生直線波前。



▲圖 2-54 三度空間中的波前：(a)點波源產生球面波前，(b)平面波源產生平面波前。



### 想一想

1. 請繪出點波源、線波源所發出的波，其傳遞方向與波前的關係。
2. 長方形物體（如磚塊）落入水中，水波傳向遠方時，形成的漣漪形狀為長方形或圓形？

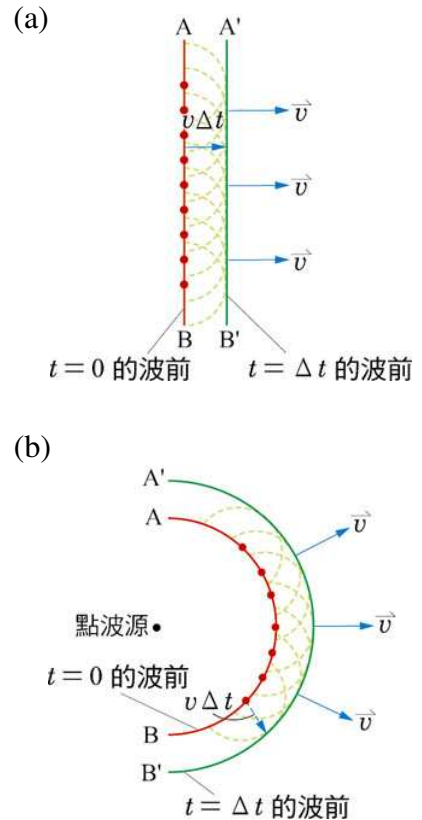
## 2. 惠更斯原理

水波槽中點波源可以產生圓形的波前，直線起波器則產生直線形的波前；在三維空間中的點波源產生圓形球面的波前，而平面物體的振動則可以產生平行平面的波前。但是這些波前是怎樣產生的，以及它們是如何行進的呢？

荷蘭人惠更斯（Christiaan Huygens, 1629-1695）提出下列的說法：當波行進時，波前上的每一點都可視為新的點波源，以其為圓心或球心，各自發出圓形子波（wavelet）或球面子波。在任一時刻，與這些子波相切的線或面（稱為**包絡線**或**包絡面**，英文皆為 envelope）即為新的波前。此稱為**惠更斯原理**（Huygen's principle），可用以解釋波的前進、反射及折射等現象。

如圖 2-55(a)所示，一直線形波向右傳播時，紅色直線 AB 為時刻  $t=0$  的波前。根據惠更斯原理，此波前上的每一點皆可視為新的點波源，各自發出諸圓形子波，以綠色虛線表示。若波速為  $v$ ，則經過時間  $\Delta t$  後，這些圓形子波的半徑應為  $v\Delta t$ ，如圖中的綠色半圓形虛線所示。繪出這些球面子波的包絡面 A'B'，即為時刻  $t = \Delta t$  的新波前。圖 2-55(b)則為圓形波的情形，圓弧 AB 為時刻  $t=0$  的波前，圓弧 A'B' 則為時刻  $t = \Delta t$  的新波前。

波在均勻介質中應為等速運動，則在圖 2-55(a)中，經過時間  $\Delta t$  後的波前 A'B' 與  $t=0$  時波前 AB 的距離恆相同，故兩波前為相互平行。因波的行進方向與波前恆相垂直，則直線形波以直線方向前進，並形成平行的直線波列。圖 2-55(b)中則表示圓形波將形成以點波源為圓心的同心圓圓形波列。



▲圖 2-55 惠更斯原理的說明：  
(a)直線波或平面波；(b)圓形波或球面波。紅色實線表示原來的波前，綠色虛線表示由新的點波源發出的球面子波，綠色實線表示  $t=\Delta t$  時刻新的波前，新的波前是各個球面子波的包絡面。

## 2-7 水波的反射與折射

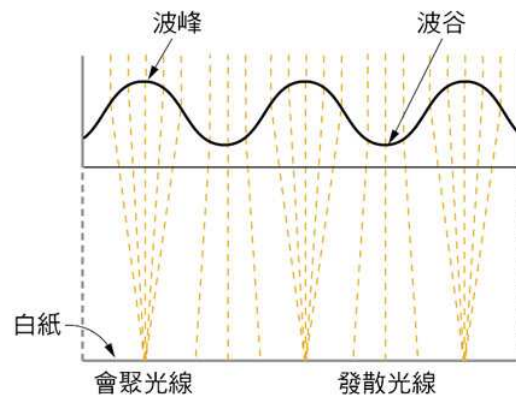
在本章第四節中，曾經討論繩波行進至線密度不同的另一段繩子時，會有部分反射和部分透射的現象。其實這就是波動的通性，當波行進至兩不同介質的交界處，都會有相同的情形，一部分的能量反射折返原介質，另一部分的能量則能進入另一介質。水波當然也是一樣，在水波行進至兩不同介質的界面時（如遇到障礙物或深度不同的水域），會發生反射和折射的現象。

### 1. 水波槽實驗

如圖 2-56 所示，水波槽是一種觀察水波性質的實驗裝置，水槽底部為透明玻璃板，上方安裝強光源裝置。以小馬達驅動接觸水面的長條木棒（稱為直線波起波器）上下振動時，在水面可以產生直線波；在木棒上另外裝有塑膠小球（稱為圓形波起波器），若使其恰能觸及水面，因上下振動則可以作為點波源，產生圓形波。若在馬達迴路中另串聯一可變電阻器，則可以調整馬達的轉速，藉以改變水波的頻率。強光源發出的光線可以將槽內的水波圖像投射在槽下方的白紙上，藉此觀察水波的傳播情形，亦可在白紙上進行繪製波形作為觀察紀錄。



▲圖 2-56 水波槽實驗裝置。

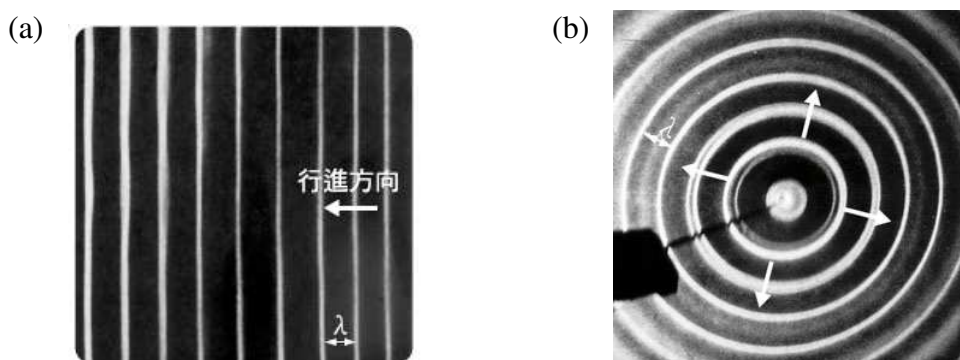


▲圖 2-57 水波槽中水波的傳播情形，可以顯示在槽下方的白紙上。

如圖 2-57 所示，當水波槽內產生週期波時，水面上凸起的波峰處能使光線會聚，在下方的白紙上顯現亮紋；而凹下的波谷處則能使光線

發散，在白紙上顯現暗紋。水面上水波的形狀與白紙上顯現的影像恰為完全對應，故直線波的波峰顯現直線亮紋，波谷則顯現直線暗紋，如圖 2-58(a)所示；而圓形波的波峰顯現圓形亮紋，波谷則顯現圓形暗紋，如圖 2-58(b)所示。

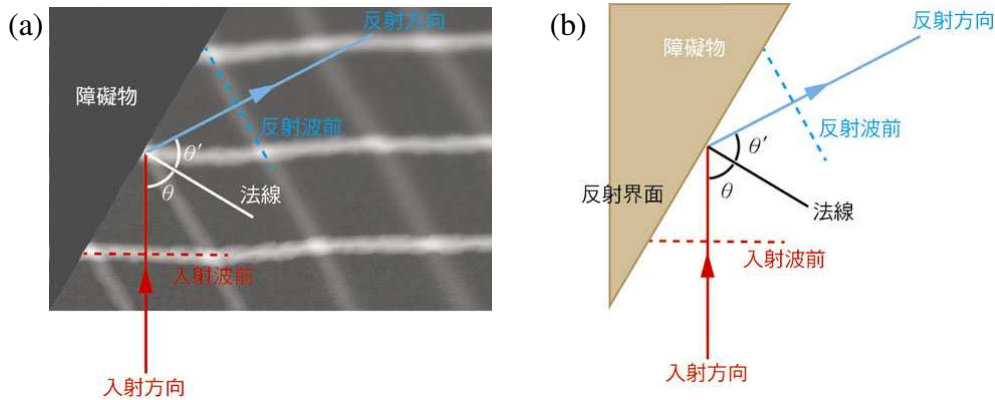
任一亮紋或暗紋皆對應於水波的某一波前，故相鄰兩明紋間的距離對應於水波的波長，若水波槽上方的光源為點光源，則圖中標示的「 $\lambda$ 」與水波的真正波長成正比關係；若使用的是平行光源，則圖中標示的「 $\lambda$ 」應等於水波槽中實際的水波波長。觀察水波的移動，可以發現水波的行進方向與明紋或暗紋應相互垂直。



▲圖 2-58 水波槽下方顯示對應於水波波形的圖像：圖(a)為直線波，圖(b)為圓形波（左下角的黑棒及黑線為連接塑膠小球的投影）。

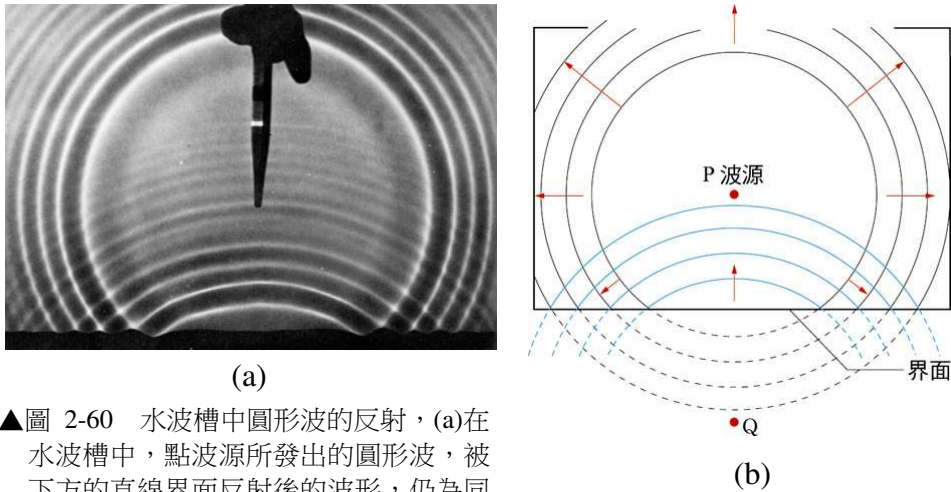
## 2. 水波的反射

利用圖 2-56 的水波槽實驗裝置，在水槽中斜置一直線形障礙物，由直線波起波器產生週期波，行進時遇障礙物會發生**反射**（reflection）現象，如圖 2-59(a)所示。圖 2-59(b)為重繪水波反射的示意圖，圖中與界面（障礙物）的垂直線稱為法線，入射波的行進方向垂直於入射波的波前，入射線和法線之間的夾角等於入射波前與界面之間的夾角，稱為入射角  $\theta$ ；反射波的行進方向垂直於反射波的波前，而反射線和法線之間的夾角等於反射波前與界面之間的夾角，稱為反射角  $\theta'$ 。觀察此實驗，可知水波在界面發生反射時，入射角等於反射角。



▲圖 2-59 水波槽反射現象的觀察：(a)水波槽中直線脈衝波遇到障礙物時，發生的反射現象。(b)水波的入射方向（即表示入射線）垂直於入射波前；反射方向（即表示反射線）垂直於反射波前。發生反射時，入射角等於反射角，即 $\theta=\theta'$ 。談及反射定律時，通常指的是入射線及反射線，而不是圖(a)的入射波前及反射波前。

若在水波槽上方裝設滴管，當水滴掉落在水面上成為點波源，產成圓形波。在遇到障礙物時，發生反射現象，如圖 2-60(a)所示。當圓形波行進至下方的邊界時，反射回來的波形仍為圓形波。圖 2-60(b)為重繪圓形波反射時的示意圖，由反射產生的同心圓形波前看似從 Q 點發出。量得 Q 點與界面的距離恰等於點波源 P 與界面的距離，故可將 Q 點視為 P 點的鏡像，即相當於由平面鏡反射後的成像。



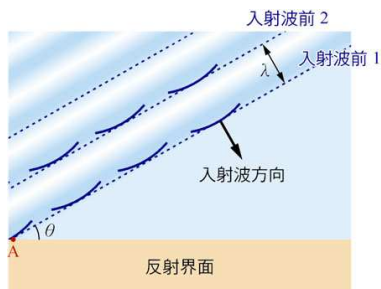
▲圖 2-60 水波槽中圓形波的反射，(a)在水波槽中，點波源所發出的圓形波，被下方的直線界面反射後的波形，仍為同心圓形；(b)圓形波反射的示意圖，反射的同心圓形波前看似從 Q 點發出，Q 點與界面的距離等於點波源 P 與界面的距離，故 Q 點可視為是 P 點的鏡像。



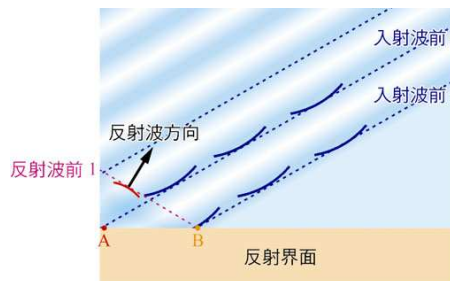
惠更斯原理可以說明上述所觀察到的水波反射現象。在圖 2-61(a)中，當平面波行進至某物體表面的反射面（或兩介質間的界面）時，直線波前和反射面之間的夾角為  $\theta$ ，等於入射線和法線之間的入射角。圖中相鄰兩波前之間的距離為波長  $\lambda$ ，波的行進方向則垂直於波前。

圖 2-61(a)顯示在  $t=0$  時，入射波前 1 恰與反射面上的 A 點接觸，則根據惠更斯原理，A 點可以視為一個新的點波源，恰要發出球面子波。圖 2-61(b)為經過一個週期  $T$ ，即  $t=T$  時的情形，入射波前 1 與反射面上的 B 點開始接觸，此時 A 點所發出的球面子波已前進了一個波長的距離，形成反射波前 1。圖 2-61(c)為經過二個週期，即  $t=2T$  時的情形，此時入射波前 1 剛與反射面上的 C 點開始接觸，入射波前 1 從 B 點所發出的球面子波已前進了一個波長的距離，入射波前 1 從 A 點反射所發出的球面子波則分別前進了兩個波長的距離，它們的包絡面形成反射波前 1。而反射波前 2 的形成，則如同於圖 2-61(b)中反射波前 1 的形成。圖 2-61(d)為  $t=3T$  時的情形，圖中反射波的波前和反射面之間的夾角為  $\theta'$  等於反射線和法線之間的反射角。

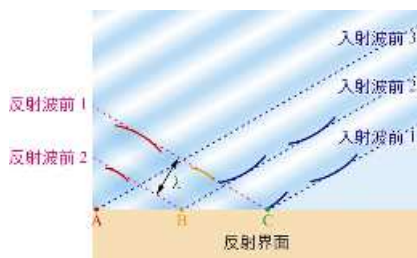
(a)  $t=0$  時



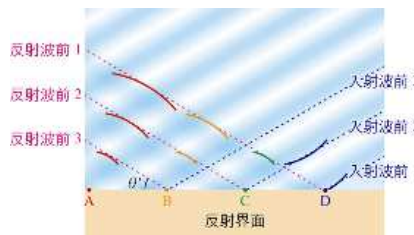
(b)  $t=T$  時



(c)  $t=2T$  時

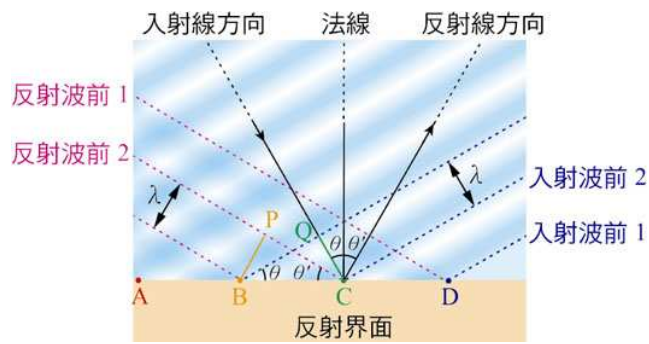


(d)  $t=3T$  時



▲圖 2-61 以惠更斯原理說明水波的反射現象，圖(a)~(d)分別表示在  $t=0, T, 2T$  及  $3T$  時的波形。

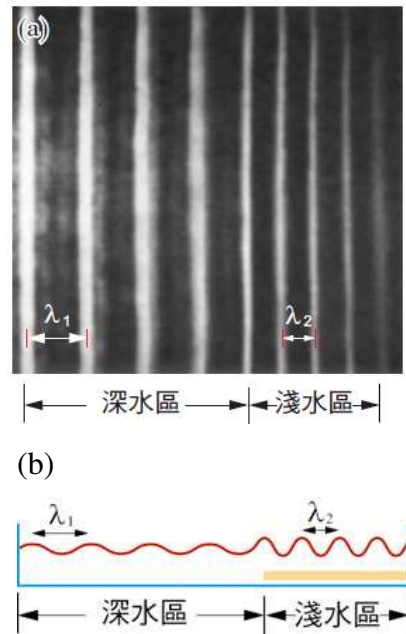
圖 2-62 中  $\overline{BP}$  和  $\overline{CQ}$  分別為相鄰兩入射波前或相鄰兩反射波前之間的垂直線段，因此其長度皆等於一個波長。由於  $\triangle BCP$  和  $\triangle CBQ$  為兩直角三角形，有共同的斜邊  $\overline{BC}$ ，且有一股相等 ( $\overline{BP} = \overline{CQ}$ )，故兩直角三角形全等，得  $\theta = \theta'$ ，即入射角應等於反射角，即能符合反射定律。



▲圖 2-62 圖中的兩直角三角形  $\triangle BCP$  和  $\triangle CBQ$  為全等，則  $\theta = \theta'$ ，能符合反射定律。

### 3. 水波的折射

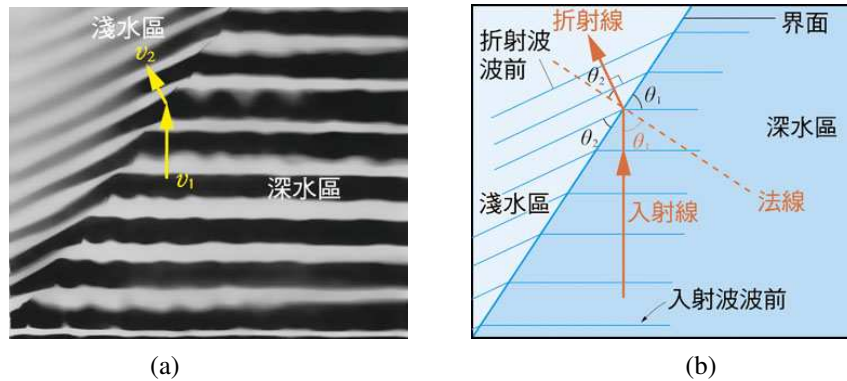
水波的傳播速率和水的深度有關。在圖 2-63(a) 所示的水波槽實驗照片中，水面下置有玻璃板或透明塑膠板，成為淺水區，在圖中左方為深水區，右方為淺水區，如圖 2-63(b)。水波行進時，可看出在深水區時波長較長，而在淺水區時較短。因為水波的頻率不變，可以推論水波在深水區時速率較快，而在淺水區時速率較慢。因為水波在深水區和淺水區時的波速不同，我們可將深水區和淺水區視為兩個不同的傳播介質。



▲圖 2-63 (a) 水波從深水區進入淺水區時，速率變慢，波長減小；(b) 水波槽內形成深水區及淺水區的裝置示意圖。

當水波由一種介質進入另一種不同的介質時，若其入射方向不垂直於兩介質的界面，則其行進方向將會發生偏折，如圖 2-64 所示，這種現象稱為**折射** (refraction)。一般而言，當波動從一種

介質進入另一種介質時，若其傳播速率發生改變時，皆可稱為產生折射現象<sup>註</sup>。水波在界面折射時，同時也會產生反射，在圖 2-64(a)中可以約略看出反射波的痕跡。



▲圖 2-64 水波槽折射現象的觀察，(a)水波從深水區進入淺水區時，由於傳播速率改變而發生折射，波的行進方向產生變化；(b)水波折射的示意圖。水波由深水區進入淺水區時，速率變慢，波長減小，行進的方向偏向法線。

圖 2-64(b)為水波槽中產生折射現象的示意圖，入射波前由深水區進入淺水區時，入射波前和界面之間的夾角，等於入射線和法線之間的夾角，為入射角  $\theta_1$ ；折射波前和界面之間的夾角，等於折射線和法線之間的夾角，為折射角  $\theta_2$ 。若將入射角增加時，發現折射角也隨之增加，由實驗結果得知入射角和折射角之間的關係式如下：

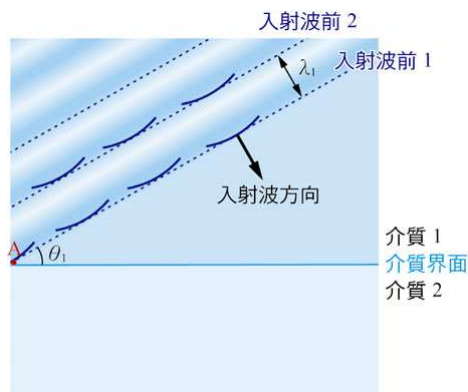
$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \text{常數} \quad \text{2-10 式}$$

惠更斯原理也可以說明波的折射現象。在圖 2-65(a)中，介質 1 為深水區，介質 2 為淺水區，水波在兩介質中的波長分別為  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$ ，且可觀察到其波長  $\lambda_1 > \lambda_2$ 。若水波的頻率為  $f$  (週期為  $T$ )，水波在此兩介質中的速率分別為  $v_1$  和  $v_2$  時，由  $v=f\lambda$  可得  $v_1 > v_2$ ，表示深水區的波速較快；而淺水區的波速較慢。當水波由深水區進入淺水區時，其行進方向將偏向法線。

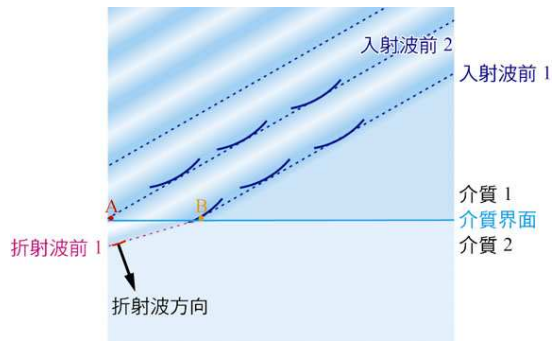
<sup>註</sup>圖 2-64 所示水波的入射方向垂直於兩介質的界面，雖然其前進方向不變，但由於波速發生變化，故仍稱為折射。

圖 2-65(a)顯示在  $t=0$  時，水波以入射角  $\theta_1$  行進至兩介質間的界面，入射波前 1 恰與界面上的 A 點接觸，A 點可以視為一個新的點波源，恰要發出球面子波。圖 2-65(b)為經過一個週期  $T$ ，即  $t=T$  時的情形，入射波前 1 與界面上的 B 點開始接觸，此時 A 點所發出的球面子波已前進了一個波長  $\lambda_2$  的距離，形成折射波前 1。圖 2-65(c)為經過二個週期，即  $t=2T$  時的情形，此時入射波前 1 剛與界面上的 C 點開始接觸，入射波前 1 從 B 點進入介質 2 的球面子波已前進了  $\lambda_2$  的距離。入射波前 1 從 A 點進入介質 2 的球面子波則前進了  $2\lambda_2$  的距離，它們的包絡面形成折射波前 1。而折射波前 2 的形成，則如同於圖 2-65(b)中折射波前 1 的形成。圖 2-65(d)為  $t=3T$  時的情形，圖中折射波前和界面之間的夾角為  $\theta_2$ ，等於折射線和法線之間的折射角。從圖中可以看出由於波在介質 2 中的速率減小，其波長變小，以致於行進方向產生偏折的現象。

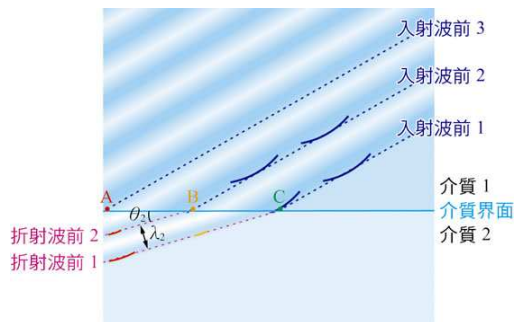
(a)  $t=0$  時



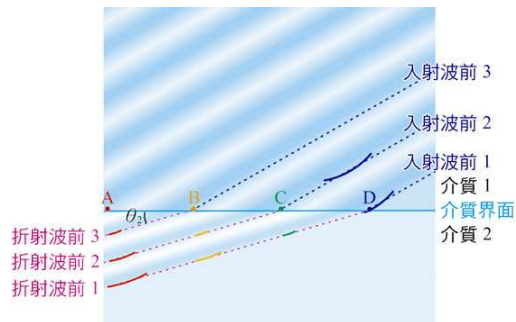
(b)  $t=T$  時



(c)  $t=2T$  時



(d)  $t=3T$  時



▲圖 2-65 惠更斯原理說明水波的折射現象，圖(a)~(d)分別表示在  $t=0, T, 2T$  及  $3T$  時的波形。

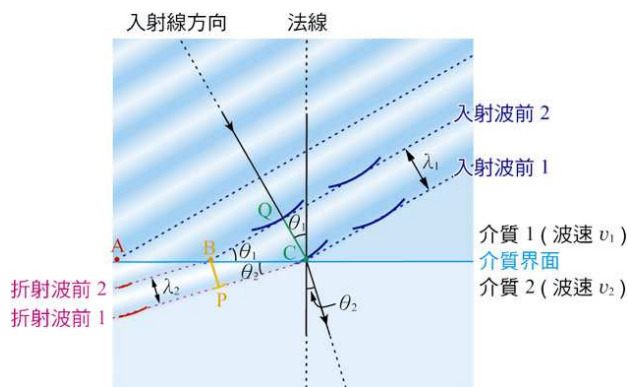
波在折射時，入射角  $\theta_1$  和折射角  $\theta_2$  的關係可以藉由惠更斯原理加以推論。圖 2-66 中  $\overline{QC}$  和  $\overline{BP}$  分別為相鄰兩入射波前或相鄰兩折射波前之間的垂直線段，因此其長度分別等於波在兩介質中的波長，即  $\overline{QC} = \lambda_1$ ， $\overline{BP} = \lambda_2$ 。依正弦函數的定義， $\sin \theta_1 = \frac{\overline{QC}}{\overline{BC}} = \frac{\lambda_1}{\overline{BC}}$ ，

$\sin \theta_2 = \frac{\overline{BP}}{\overline{BC}} = \frac{\lambda_2}{\overline{BC}}$ 。兩式相除可得

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \times \frac{\overline{BC}}{\overline{BC}} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

因波速與波長的關係為  $v = f\lambda$ ，而波在傳播時其頻率  $f$  恆保持不變，故上式可寫為

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} = \text{常數} \quad \text{2-11 式}$$



▲圖 2-66 以惠更斯原理說明波的折射現象。

(2-11) 式顯示波從一種介質進入另一種不同的介質發生折射時，其入射角  $\theta_1$  和折射角  $\theta_2$  的正弦比值應為一常數。



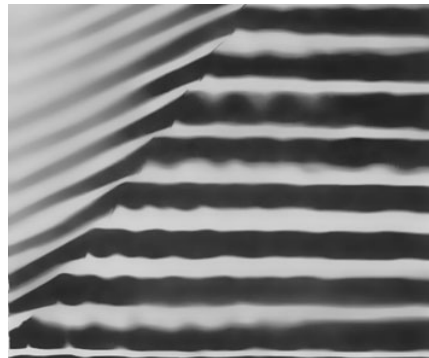
### 範例

在圖 2-67 中，水波由深水區進入淺水區時產生折射現象。試從圖中求出水波在深水區和淺水區內速率的比值。

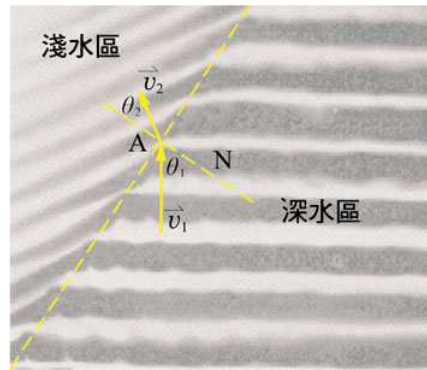
[解答] 先畫出深水和淺水兩區的分界線，然後在分界線上任取一點 A，繪出通過該点的法線，並自 A 點繪出垂直於入射波前和折射波前的直線，即入射線和折射線，如圖 2-68。

以量角器分別量得入射角  $\theta_1=54^\circ$  和折射角  $\theta_2=31^\circ$ ，利用 (2-11) 式，可得深水區的波速  $v_1$  和淺水區的波速  $v_2$  的比值為

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{\sin 54^\circ}{\sin 31^\circ} = 1.6。$$



▲圖 2-67 利用波的折射圖形，由入射角和折射角的正弦比值可以求出對應的波速比值。



▲圖 2-68 水波折射實驗的作圖法示意圖。

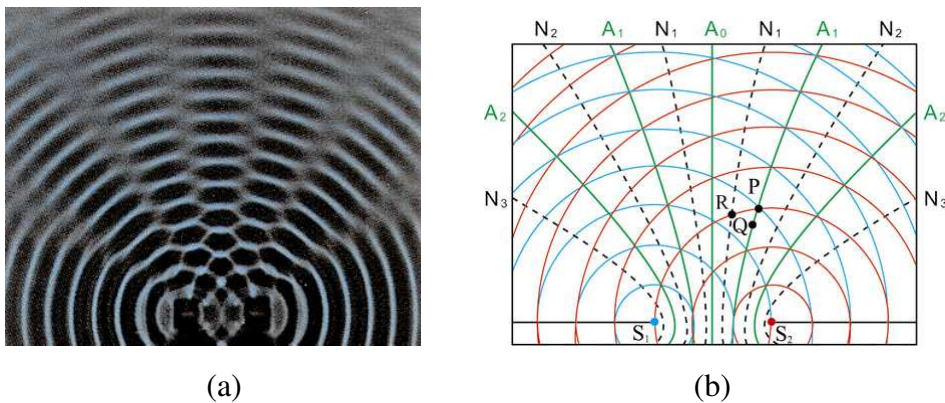
## 2-8 水波的干涉與繞射

兩繩波在同一條繩子上相向行進，在交會重疊時發生干涉現象。兩水波在水面上傳播，在交會時也會發生干涉現象，但由於水波為水面上的二維傳播，不論觀察水波槽實驗中的干涉圖樣，或是分析其干涉的原因都會比較複雜。

### 1. 水波的干涉

在水波槽實驗裝置中，若起波器為兩個振動頻率相同的點波源，且能同時產生波峰或波谷時，稱為同相，則可以得到如圖 2-69 所示所顯示的干涉圖樣（interference pattern）。圖中類似輻射狀的灰色曲線保持穩定不動，這些曲線之間為亮區和暗區交錯出現，並且顯現出向外移動的動態現象。

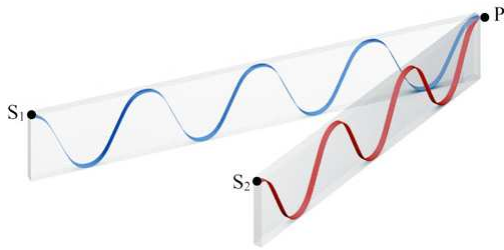
圖 2-69(b)所示為此干涉圖樣的分析圖，圖中  $S_1$  和  $S_2$  為兩點波源，藍色和紅色的兩組同心圓形波前分別表示以  $S_1$  和  $S_2$  為中心所發出的波峰連線，在相鄰兩同心圓形波前之間的中點即為波谷。



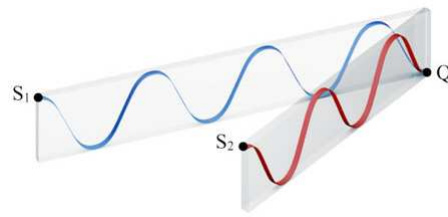
▲圖 2-69 水波槽干涉現象的觀察：(a)水波槽中兩個同相的點波源所形成的干涉圖樣；(b)干涉圖樣的分析： $A_0$ 、 $A_1$ 、 $A_2$  分別表示中央腹線、第一腹線、第二腹線； $N_1$ 、 $N_2$ 、 $N_3$  分別表示第一節線、第二節線、第三節線。藍色的同心圓形波前為  $S_1$  所發出的波峰連線；紅色的同心圓形波前為  $S_2$  所發出的波峰連線；黑色實線為兩波干涉後所形成的腹線；黑色虛線則為節線。

## 2. 腹線的產生

圖 2-69(b)中，藍色波前和紅色波前的交點，例如 P 點，為來自兩點波源的波峰重疊處，應產生完全建設性干涉。如圖 2-70 所示，自  $S_1$  及  $S_2$  到達 P 點時皆為波峰，則疊加後能使其向上的合成位移為最大，使光線會聚，在水波槽底下的白紙上顯現出亮區；而其鄰近的 Q 點則為兩波谷的重疊處，產生的也是完全建設性干涉，但使其向下的合成位移為最大，使光線發散，在白紙上則顯現出暗區，如圖 2-71 所示。當兩點波源的水波繼續前進，在任何時刻到達 P 點或 Q 點時恆為同相，這些位置恆能維持完全建設性干涉。圖 2-69(b)中繪出的黑色實線係將這些產生完全建設性干涉的各點連接而成，稱為**腹線**（antinodal line）。



▲圖 2-70 兩波峰重疊處，產生完全建設性干涉，能使其向上的合成位移為最大。



▲圖 2-71 兩波谷重疊處，也產生完全建設性干涉，能使其向下的合成位移為最大。

波自點波源出發到達某點的距離稱為波程，因此由兩點波源發出的波分別到達某點時，其所行進距離的差值則稱為**波程差**（path difference）。由圖 2-69(b)中可以看出兩點波源  $S_1$  和  $S_2$  至 P 點的波程分別為  $\overline{S_1P} = 4\lambda$  和  $\overline{S_2P} = 3\lambda$ ，故其波程差等於  $\overline{S_1P} - \overline{S_2P} = 4\lambda - 3\lambda = \lambda$ 。

在圖 2-69(b)中，Q 點位於 P 點的同一腹線上。兩點波源  $S_1$  和  $S_2$  至 Q 點的波程分別為  $\overline{S_1Q} = (4 - \frac{1}{2})\lambda$  和  $\overline{S_2Q} = (3 - \frac{1}{2})\lambda$ ，其波程差仍然等於  $\lambda$ 。當腹線上各點與兩點波源之間的波程差恆為  $\lambda$  時，此腹線稱為第一腹線；若腹線上各點與兩點波源之間的波程差恆為  $2\lambda$  時，此腹線則稱為第二腹線，其餘類推。兩點波源連線的垂直平分線稱為中

中央線，中央線上各點與兩點波源之間的波程相等，故其波程差皆應為零，所以也是一條腹線，有時稱為中央腹線。

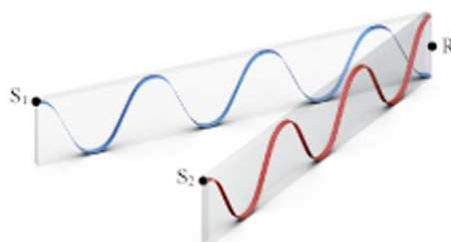
位於同一腹線上的任意各點，假設為 A 點，與兩點波源之間的波程差必定為一定值；而不同腹線上某點的波程差則為波長的整數倍，即

$$|\overline{S_1A} - \overline{S_2A}| = n\lambda, \quad n=0, 1, 2, 3, \dots \quad \text{2-12 式}$$

上式中若  $n=0$ ，則此腹線為中央腹線；若  $\overline{S_1A} > \overline{S_2A}$ ，則 A 點位在中央線右側的第  $n$  條腹線上；若  $\overline{S_1A} < \overline{S_2A}$ ，則 A 點位在中央線左側的第  $n$  條腹線上；左右兩側的腹線對稱於中央線。腹線位在圖 2-69(a) 上亮暗相間的區域，由於波源振動時，持續產生波峰和波谷向外移動，因此亮暗相間的區域看起來也好像是在逐漸往外移動。

### 3. 節線的產生

圖 2-69(b) 中繪出的黑色虛線，為兩波的波峰和波谷重疊時產生完全破壞性干涉的各點連接而成。事實上，在此線上各點的合成位移於任何時刻皆應為零，如圖 2-72 所示，故質點恆靜止不動，



▲圖 2-72 波峰與波谷重疊處，產生完全破壞性干涉，能使其合成位移為零。

將這些產生完全破壞性干涉的點連接而成的線則稱為節線 (nodal line)。圖 2-69(a) 的照片中，因為節線上各點不能使光線會聚或發散，在水波槽下方的白紙上則形成穩定不動的灰色線條，即是節線。

例如圖中的 R 點為  $S_1$  點波源產生的波谷和  $S_2$  點波源產生的波峰重疊處，由於自兩點波源至 R 點之間的波程差等於  $\overline{S_1R} - \overline{S_2R} = 3\frac{1}{2}\lambda - 3\lambda = \frac{1}{2}\lambda$ ，兩波在此點造成完全破壞性干涉，使得質點的振動位移為零，如圖 2-72 所示。節線上各點與兩點波源之間的波程差恆為  $\frac{1}{2}\lambda$

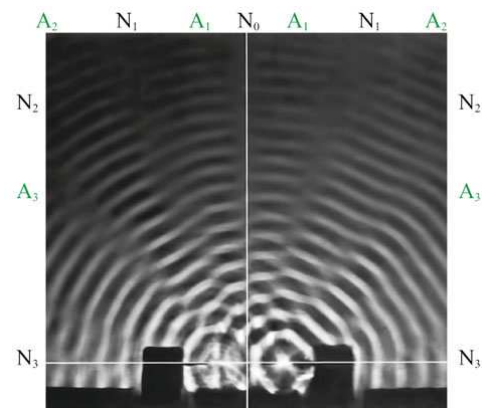
時，此節線稱為第一節線；若節線上各點與兩點波源之間的波程差恆為  $\frac{3}{2}\lambda$  時，此節線則稱為第二節線，其餘類推。

位於同一節線上的任意各點，假設為  $N$  點，與兩點波源之間的波程差必定為一定值；而不同節線上某點的波程差應等於二分之一波長的奇數倍，即

$$| \overline{S_1N} - \overline{S_2N} | = (n - \frac{1}{2}) \lambda, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad \text{2-13 式}$$

上式中若  $\overline{S_1N} > \overline{S_2N}$ ，則  $N$  點位在中央線右側的第  $n$  條節線上；若  $\overline{S_1N} < \overline{S_2N}$ ，則  $N$  點位在中央線左側的第  $n$  條節線上，左右兩側的節線對中央線恰能呈現對稱現象。

在上述的水波槽實驗中，兩個點波源以相同頻率同時振動，且能同時產生波峰或波谷時，稱為**同相波源**。如果這兩個相同頻率的點波源不能同時產生波峰或波谷，而是相差半個週期，當其中的一個點波源產生波峰時，另一個點波源恰是產生波谷，則稱為**反相波源**（或稱為 **180°異相波源**）。此時在水波槽中仍可產生穩定的干涉圖樣，但是前者（同相波源）產生節線的位置現在（反相波源）成為腹線，而原來腹線的位置則成為節線，如圖 2-73 所示，注意圖中兩波源位置的中央線，現在成為中央節線。在實際觀察時，兩個相同頻率的點波源，只要產生波峰或波谷的時間差保持一定，兩者具有固定的相位差，都可以在水波槽中產生穩定的干涉圖樣，我們稱這兩個點波源為**同調波源**（coherent sources）。



▲圖 2-73 180°異相點波源的干涉圖樣， $N_0$ 、 $N_1$ 、 $N_2$ 、 $N_3$  分別表示中央節線、第一節線、第二節線、第三節線； $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$  分別表示第一腹線、第二腹線、第三腹線。





### 想一想

在水波槽實驗中，兩點波源干涉所形成的節線，屬於數學上的何種曲線？

## 4. 水波的繞射

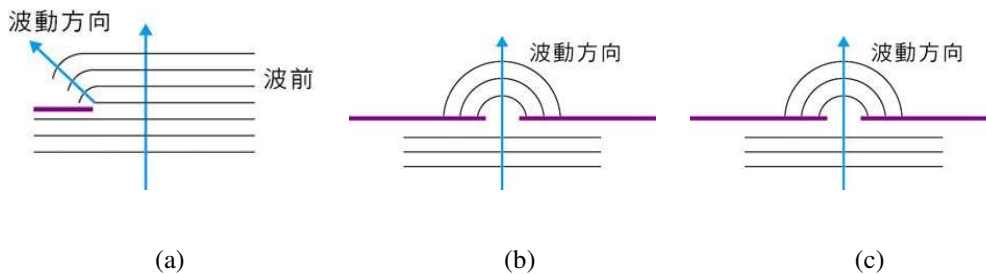
在海邊觀看浪時，可以看到許多不同的波紋。當海浪在傳播過程中遇到礁石或防波堤等障礙物時，可以繞過這些障礙物，進入其背後的遮蔽區域內，產生繞射的特殊波紋，如圖 2-74。由於海浪受到地形或地物（島嶼、突堤等海工建物）



▲圖 2-74 海浪由障礙物開口進入石滬內時的繞射波紋。

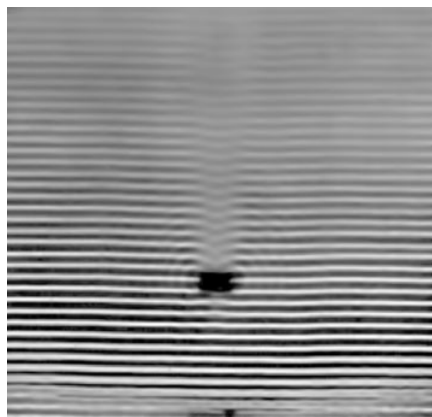
等的影響，產生反射、折射、繞射等現象，觀察並研究這些特性，對海上運輸、海洋工程建設、近海污染物擴散漂移的管控皆有極大的幫助。

水波在行進中，到達障礙物的邊緣時，可以繞過這個障礙物，進入其遮蔽區域內，如圖 2-75(a)；若遇到小型障礙物時，仍然可以繞過這些障礙物，在其後方繼續前進，如圖 2-75(b)；也可以在通過孔隙或細縫後，往各方向傳播，如圖 2-75(c)；這些現象稱為波的繞射（diffraction）。

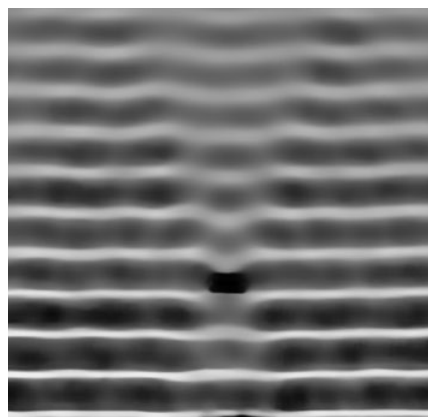


▲圖 2-75 水波繞射現象的示意圖：(a)經過障礙物邊緣的繞射；(b)經過小型障礙物的繞射；(c)通過孔隙或細縫的繞射。圖中紫色粗線條代表障礙物。

觀察水波槽的實驗，可以看到繞射現象的明顯程度與障礙物的大小或孔隙的開口大小有關，也和水波的波長（或頻率）有關。圖 2-76 所示為波長不同的水波對同一障礙物的繞射情形，照片中顯示圖 2-76(b)的波長較長，水波在障礙物正後方的繞射角度也較大；而圖 2-76(a)的波長較短，水波在障礙物後方的繞射角度也較小。圖 2-77 所示為不同波長的水波通過同一個小孔的繞射情形，圖中顯示波長大者產生的繞射現象較為明顯。圖 2-78 所示則為波長相同的水波通過開口大小不同的孔隙後產生的繞射情形，在此圖中則顯示開口小者產生的繞射現象較為顯著。

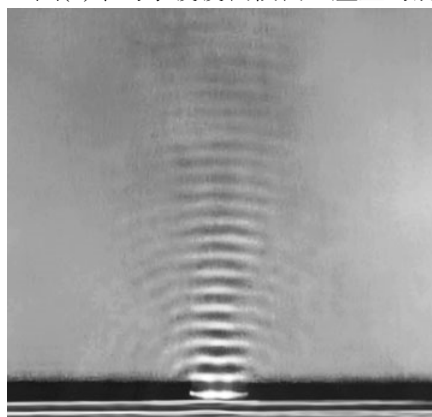


(a)

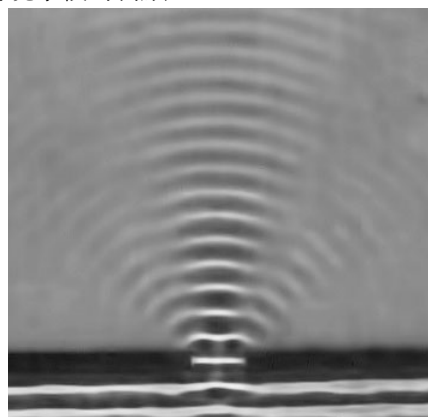


(b)

▲圖 2-76 對相同的障礙物而言，圖(a)中的水波波長較短，產生的繞射現象較不明顯；圖(b)中的水波波長較長，產生的繞射現象較為明顯。

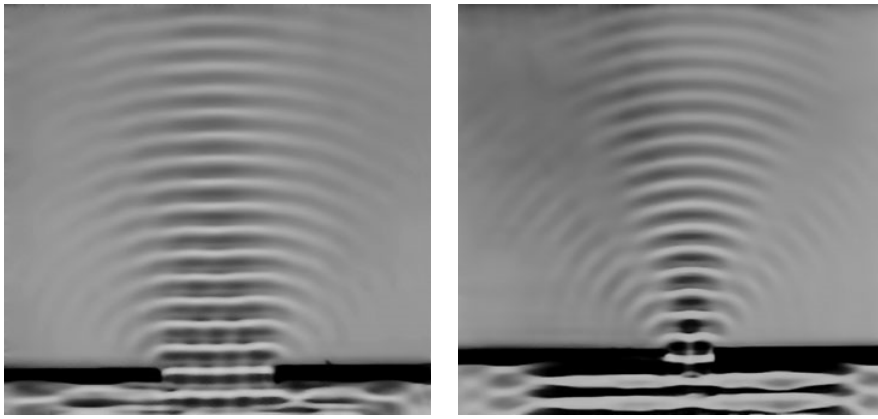


(a)



(b)

▲圖 2-77 對開口大小相同的小孔而言，圖(a)中的水波波長較短，產生的繞射現象較不明顯；圖(b)中的水波波長較長，產生的繞射現象較為明顯。



(a)

(b)

▲圖 2-78 波長相同的水波分別通過開口較大(a)和開口較小(b)的孔隙時，開口較小者所產生的繞射效應較為明顯。

我們可以發現，當水波行進中遇到障礙物或孔隙時，若水波的波長遠小於障礙物或孔隙的大小，則看似水波直進，而不易觀察到明顯的繞射；但若水波的波長接近障礙物或孔隙的大小時，則水波產生明顯的繞射現象。

# 本章學習重點

## Chapter Summary

### 2-1 波的基本性質

1. 當介質中的某質點受到外力擾動時，引起鄰近質點作相同形式擾動的現象，稱為波動。
2. 波動是擾動現象的傳遞，可以傳播能量，但並不隨波傳送物質。
3. 力學波是因物質的振動而產生，必須靠介質才能傳播。
4. 力學波傳播時，若介質質點振動的方向和波的行進方向垂直者，稱為橫波；若介質質點振動的方向和波的行進方向平行者，稱為縱波。

### 2-2 振動與週期波

5. 波源作有規律的振動時可產生週期波，完成一次振動所需的時間稱為週期，以  $T$  表示；週期的倒數，即單位時間內振動的次數稱為頻率，以  $f$  表示。
6. 波在一個週期的時間內所行進的距離稱為波長，以  $\lambda$  表示。若波速為  $v$ ，則  $v=f\lambda$ 。
7. 波動傳播時，質點振動最大位移的量值稱為振幅。水波或繩波上最高點的位置稱為波峰，最低點的位置稱為波谷。
8. 若繩弦的線密度為  $\mu$ ，所受的張力為  $F$ ，則繩波的波速為  $v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}$

### 2-3 波的疊加原理

9. 兩波動在同一介質相向行進而交會重疊時，在重疊範圍內介質質點的振動位移等於個別兩波動單獨存在時所造成位移的向量和。
10. 兩波同相重疊時為完全建設性干涉，合成波有最大的振幅； $180^\circ$  異相重疊時兩波為完全破壞性干涉，合成波的振幅為最小。

### 2-4 繩波的反射和透射

11. 波動在不同介質中的傳播速率不同，傳播至交界處時會發生部分反射和部分透射的現象。
12. 繩波行進時若遇固定端，其反射波上下顛倒；若遇自由端，則反射波上下不顛倒。
13. 繩波由線密度較小的輕繩（波速較大）行進至線密度較大重繩（波速較小）的交界時，波形部分透射，部分反射。透射波上下不顛倒，而反射波則上下顛倒。
14. 繩波由線密度較大的重繩行進至線密度較小輕繩的交界時，波形部分透射，部分反射。透射波上下不顛倒，而反射波上下也不顛倒。

## 2-5 駐波

15. 兩週期波的振幅、波長和週期相同，在相向運動交會疊加時，可形成駐波。介質質點始終保持靜止的位置稱為節點，相鄰兩節點之間的距離為半波長。相鄰兩節點間的中點位置的質點，振幅為最大，稱為腹點，愈接近節點位置的質點振幅愈小。
16. 兩端固定的弦形成駐波時，弦長  $l$  為半波長的整數倍，即  $l = n \left( \frac{\lambda_n}{2} \right)$ ，式中  $n$  為正整數，振動頻率為  $f_n = \frac{nv}{2l} = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ 。
17. 一端固定，另一端為自由端的弦形成駐波時，弦長  $l$  為四分之一波長的奇數倍，即  $l = n \left( \frac{\lambda_n}{4} \right)$ ，式中  $n$  為正奇數，振動頻率為  $f_n = \frac{nv}{4l} = \frac{n}{4l} \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ 。

## 2-6 惠更斯原理

18. 波自波源向外傳播時，將同一時刻到達的各點連接而成的線或面稱為波前。
19. 波行進時，波前上的每一點都可視為新的點波源，以此為圓心或球心，各自發出圓形子波或球面子波。在某一時刻這些圓形子波或球面子波相切的包絡面即形成新的波前，稱為惠更斯原理。

## 2-7 水波的反射與折射

20. 水波遇障礙物界面反射時適用反射定律，即入射線、法線和反射線在同一平面上，且反射角等於入射角。
21. 水波在深水中的波速較在淺水中的波速大。當水波由深水區進入淺水區時在交界面產生折射，其折射線將偏向法線，而入射角和折射角的正弦比值為一常數。
22. 由惠更斯原理可推知：波折射時入射角和折射角的正弦比值等於波在兩介質中的速率之比，或波長之比，即  $\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2}$ 。

## 2-8 水波的干涉與繞射

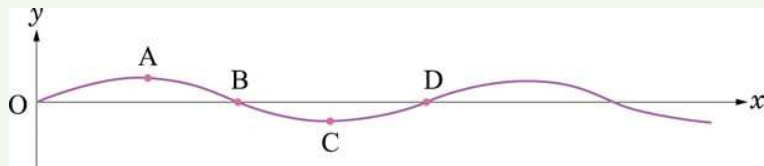
23. 水波槽中兩同相點波源發出的水波形成干涉時，兩點波源到節線上任一點的波程差為半波長的奇數倍，而腹線上的點與兩點波源的波程差為波長的整數倍。
24. 波行進時若遇障礙物，會偏離原先的行進方向，可繞至障礙物的後方，也可以通過小孔或細縫後向各方向傳播，這些都是波的繞射現象。



25. 當波長遠小於障礙物或孔隙的大小時，繞射現象較不明顯；當波長接近障礙物或孔隙的大小時，繞射現象較為明顯。

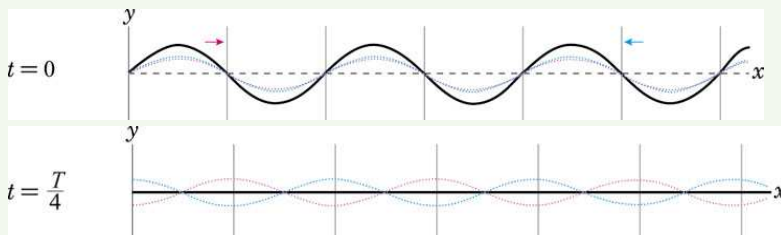
## 一、問答題

- 一縱波向右行進時，若將各介質質點離開其原有平衡位置的位移記為  $y$ ，並定向右為正，向左為負，且假設波的行進方向為  $x$  方向，作出質點位移  $y$  對位置  $x$  的函數圖，如圖 2-79 所示，圖中 ABCD 各點中，哪一個是密部的位置？哪一個又是疏部的位置？



▲圖 2-79

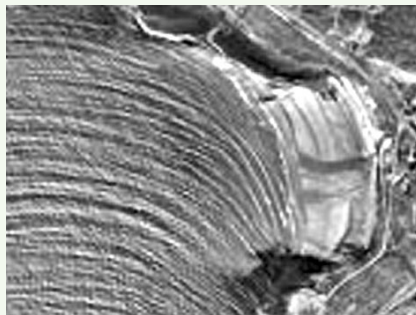
- 將繩弦之一端固定，手持另一端，上下振動產生橫波。若突然加快振動，則
  - 波長有何變化？
  - 振動加快時產生的波會趕上並超越原來振動較慢時產生的波嗎？
- 波動既然可以傳送能量，為何在池塘中央擾動引起的水波，往往在傳播到池塘邊之前就消失了？
- 在同一繩子上兩行進波疊加形成駐波的條件為何？
- 兩行進方向相反的正弦波，其振幅、波長和週期都相同時會形成駐波，在  $t=0$  及  $t=\frac{T}{4}$  時所產生的合成波形形成駐波，如圖 2-80 所示，其中當  $t=\frac{T}{4}$  瞬間，在忽略重力的情況下，整條繩弦的力學能是否為零？



▲圖 2-80

- 試用物理的原理，說明彈奏吉他時，如何可以發出不同音調高低的聲音？
- 試用物理的原理，說明吉他如何調音使音調發生變化？

8. 從高處觀察海邊的波浪時，發現遠方波浪的波長較長，而近處的波長較短，為什麼呢？
9. 如圖 2-81，從高處觀察海邊的波浪時，看到海浪的波前總是大約以平行岸邊的方向衝擊過來，為什麼呢？



▲圖 2-81

## 二、計算題

### 2-2 振動與週期波

10. 有某收音機的調頻波段範圍為 88 MHz 至 108 MHz，已知電磁波的速率為  $3.0 \times 10^8$  m/s，則所對應的波長範圍為何？

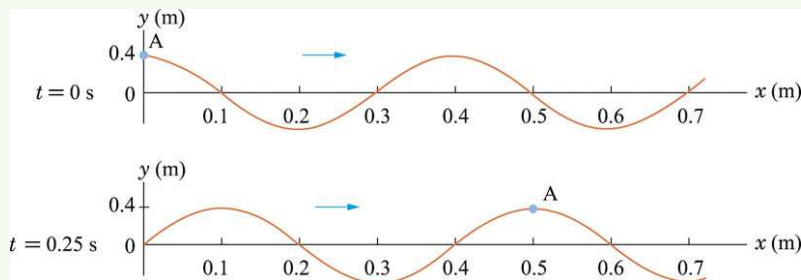
11. 圖 2-82 中，線密度分別為  $\mu_1$  和  $\mu_2$ ，長度分別為  $l_1$  和  $l_2$  的兩段繩子連接起來，



▲圖 2-82

某甲與某乙各執繩的一端，並同時拉動繩子產生上下振動的脈衝波。若  $\mu_2 = 4\mu_1$ ， $l_2 = 2l_1$ ，且繩重可以忽略，則兩脈波相遇時的位置和兩段繩子的接點距離為何？（答案以  $l_2$  表示）

12. 一正弦波向右行進，在  $t=0$  和  $t=0.25$  s 兩瞬間的波形，如圖 2-83 所示，圖中 A 為波形上的一點，求此行進波的振幅、波速和頻率。

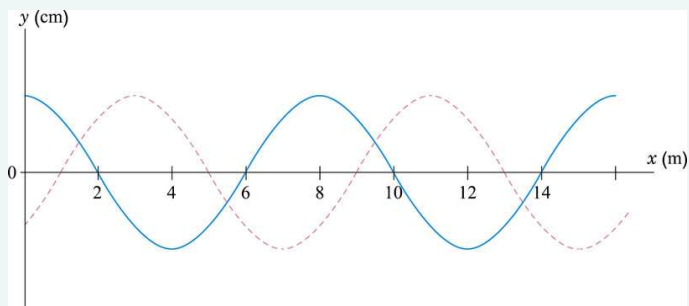


▲圖 2-83

13. 一彈簧質量為 1.0 kg，長為 5.0 m，將其一端固定，另一端施力 10 N 拉撐，使彈簧的長度成為 10 m。若同時使施力端以每秒四次振動在彈簧上產生波動，求波速和波長。

✱ 14. 在圖 2-84 中，有一行進中的正弦橫波，實線為時間  $t=0$  時的波形，虛線為時間  $t=0.50$  s 時的波形。此波的週期為  $T$ 。

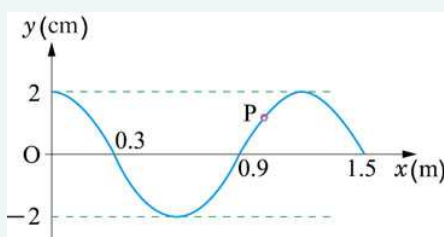
- (1) 若此波為向右行進，且  $3T < 0.50 \text{ s} < 4T$ ，則波速為何？
- (2) 若此波為向左行進，且  $3T < 0.50 \text{ s} < 4T$ ，則波速為何？
- (3) 若此波的波速為  $74 \text{ m/s}$ ，則其傳播方向為向左或向右？



▲圖 2-84

15. 圖 2-85 為某瞬時沿彈性繩向右傳遞橫波的質點振動位移 ( $y$ ) 對位置 ( $x$ ) 的函數關係圖。若已知波速為  $2.4 \text{ m/s}$ ，則

- (1) 此波的週期為何？
- (2) 則由此時刻起算歷時  $1.0$  秒內，圖中 P 點振動所經過的路徑長為何？



▲圖 2-85

16. 兩彈性繩 A 和 B 的質量為  $m_1$  和  $m_2$ ，串接起來，沿水平方向將兩端拉起，量得長度分別為  $l_1$  和  $l_2$ 。在 A 繩的一端激起一脈衝波，問

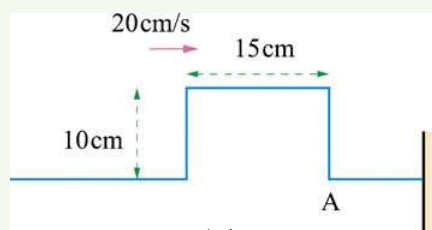
- (1) 此脈衝波在 A 和 B 兩彈性繩內行進速率的比值為何？
- (2) 此脈衝波從 A 繩的一端傳到兩繩的接點需時  $t_1$ ，從該點傳到 B 繩的另一端需時  $t_2$ ，則  $t_1$  和  $t_2$  的比值為何？
- (3) 若在 A 繩的一端產生正弦波，從 A 繩進入 B 繩，則此波在兩繩中波長的比值為何？

## 2-3 波的疊加原理

17. 振幅分別為  $4.0 \text{ cm}$  和  $3.0 \text{ cm}$  的兩正弦波在同一繩上相向行進，當兩波交會重疊期間，繩上質點振動可能的最大位移量值和最小位移量值各為若干？

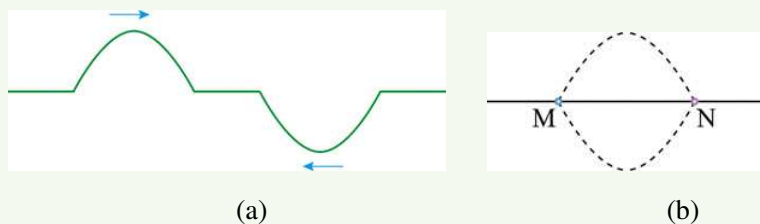
## 2-4 繩波的反射和透射

18. 圖 2-86 所示為一方形脈衝波，以  $20 \text{ cm/s}$  的速率向右行進，畫出 A 抵達右邊固定端後  $0.25 \text{ s}$  時的脈衝波波形。



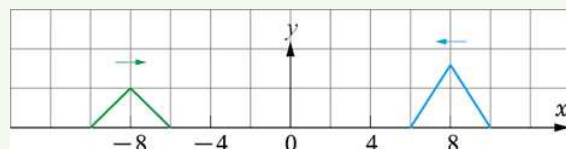
▲圖 2-86

19. 有兩脈衝波在同一繩弦上相向行進，如圖 2-87(a)所示。在相遇期間的某一瞬間，波形似乎消失，如圖 2-87(b)所示，此瞬間圖中的 M 和 N 兩質點的振動速度方向各應為何？



▲圖 2-87

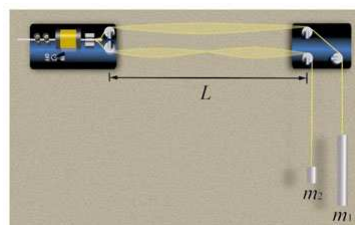
- ※20. 一條拉緊的長繩位於  $x$  軸，其上有兩個不等高的脈衝，分別向右及向左行進。在時間  $t=0$  時，其波形如下圖 2-88 所示，圖中在  $x$  方向及  $y$  方向上每格均為  $2 \text{ cm}$ 。已知繩波的波速為  $10 \text{ cm/s}$ ，試繪出在  $t=0.9 \text{ s}$  時繩波的形狀。



▲圖 2-88

## 2-5 駐波

- ※21. 在圖 2-89 所示的實驗裝置中，左邊為振盪器，可以使線密度相同、固定左端的上下兩條弦線作同頻率的振動。圖中可以看出上方弦線恰為半波長，下方弦線恰為一個波長，則



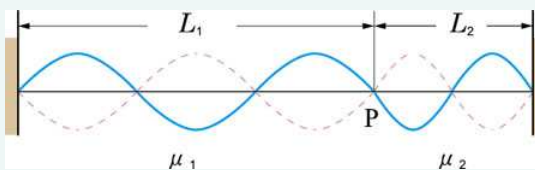
▲圖 2-89

- (1) 弦線右方下端所懸掛兩物體的重量之比為何？

- (2) 若已知圖上所示的弦長  $L=0.50 \text{ m}$ ，若以曝光時間為  $\frac{1}{20} \text{ s}$  拍照，有時（但非每次）可拍到如圖所示之完整駐波圖形，則對圖上所形成的駐波而言，在上方弦線上波形的最小可能的傳播速率為何？



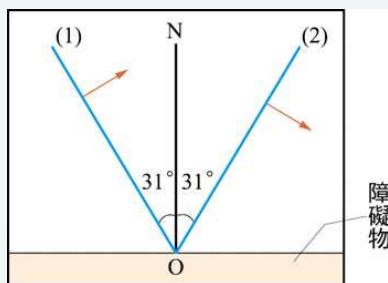
22. 線密度分別為  $\mu_1$  和  $\mu_2$ 、長度分別為  $L_1$  和  $L_2$  的兩彈性繩在 P 點頭尾相連，串接起來。當兩端固定時，使繩子振盪後恰可形成如圖 2-90 所示的駐波，且 P 點恰為一節點。若彈性繩的線密度之比為  $\mu_1 : \mu_2 = 4 : 5$ ，則兩繩長度之比  $L_1 : L_2$  應為何？



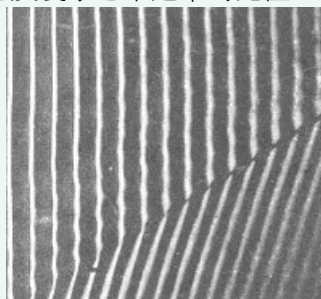
▲圖 2-90

## 2-7 水波的反射與折射

23. 如圖 2-91 所示，表示水波槽中直線形波的反射現象，圖中的伏和悠表示波前，紅色箭頭表示波的行進方向。則
- (1) 何者為入射波前、何者為反射波前？
  - (2) 入射角為若干？
24. 如圖 2-92 所示，為直線形水波由深水區進入淺水區的折射實驗照片。量出照片中的入射角和折射角，並計算水波在深水區及淺水區中速率的比值。



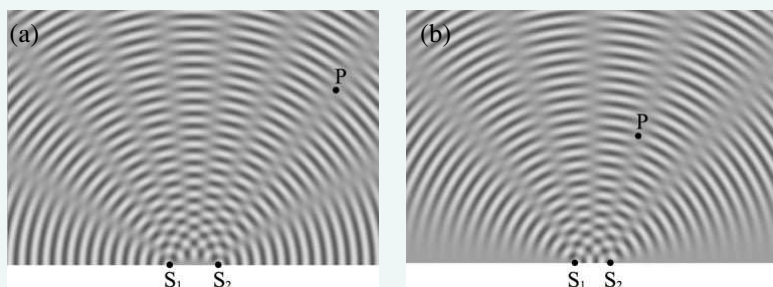
▲圖 2-91



▲圖 2-92

## 2-8 水波的干涉與繞射

25. 如圖 2-93 所示，計算下列兩圖中節線上某一 P 點到兩點波源的波程差。



▲圖 2-93

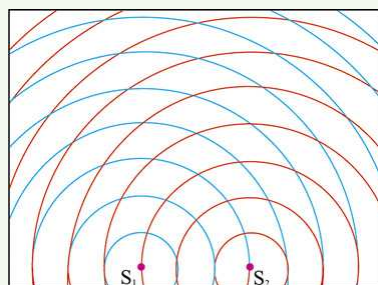
- ※ 26. 水波槽實驗中，兩點波源  $S_1$  與  $S_2$  相距  $d$ ，頻率相同且同相，如圖 2-94 所示。水波的波長為  $\lambda$ ，已知  $d=4\lambda$ 。圖中  $S_2A$  與  $S_1S_2$  連線垂直，則從  $S_2$  出發，沿著  $S_2A$  向  $A$  的方向前進時，第一次碰到節點的位置與  $S_2$  的距離是多少？



▲圖 2-94

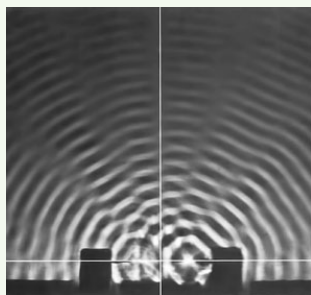
- ※ 27. 圖 2-95 顯示水波槽中兩同相點波源所發出的圓形波列，若各個波前表示水波的波峰，兩點波源之間的距離為波長的三倍，則

- (1) 此同相干涉時共能產生幾條節線？
- (2) 兩波源連線上共有幾個節點？連線的中點為腹點，中點和左右側第一個節點的距離為波長的幾倍？相鄰兩個節點之間的距離是波長的幾倍？

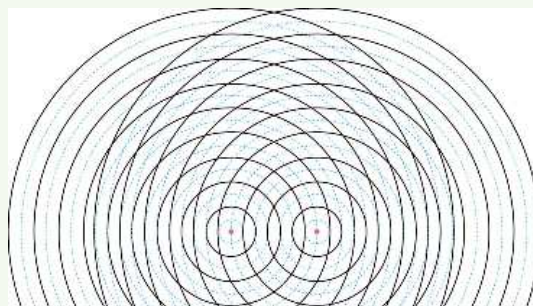


▲圖 2-95

28. 在兩個反相點波源所形成的干涉圖樣中，如圖 2-96 所示，說明產生第  $n$  條節線和第  $n$  條腹線的條件為何？
29. 在圖 2-97 中，兩同相點波源之間的距離為波長的 3.5 倍，實線和虛線分別表示波峰和波谷的位置，作圖繪出所有的節線和腹線。



▲圖 2-96



▲圖 2-97 兩點波源的干涉。