

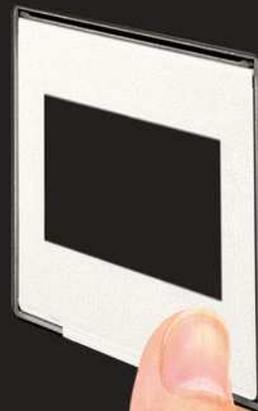
原子結構與原子核

11-1 拉塞福的原子模型

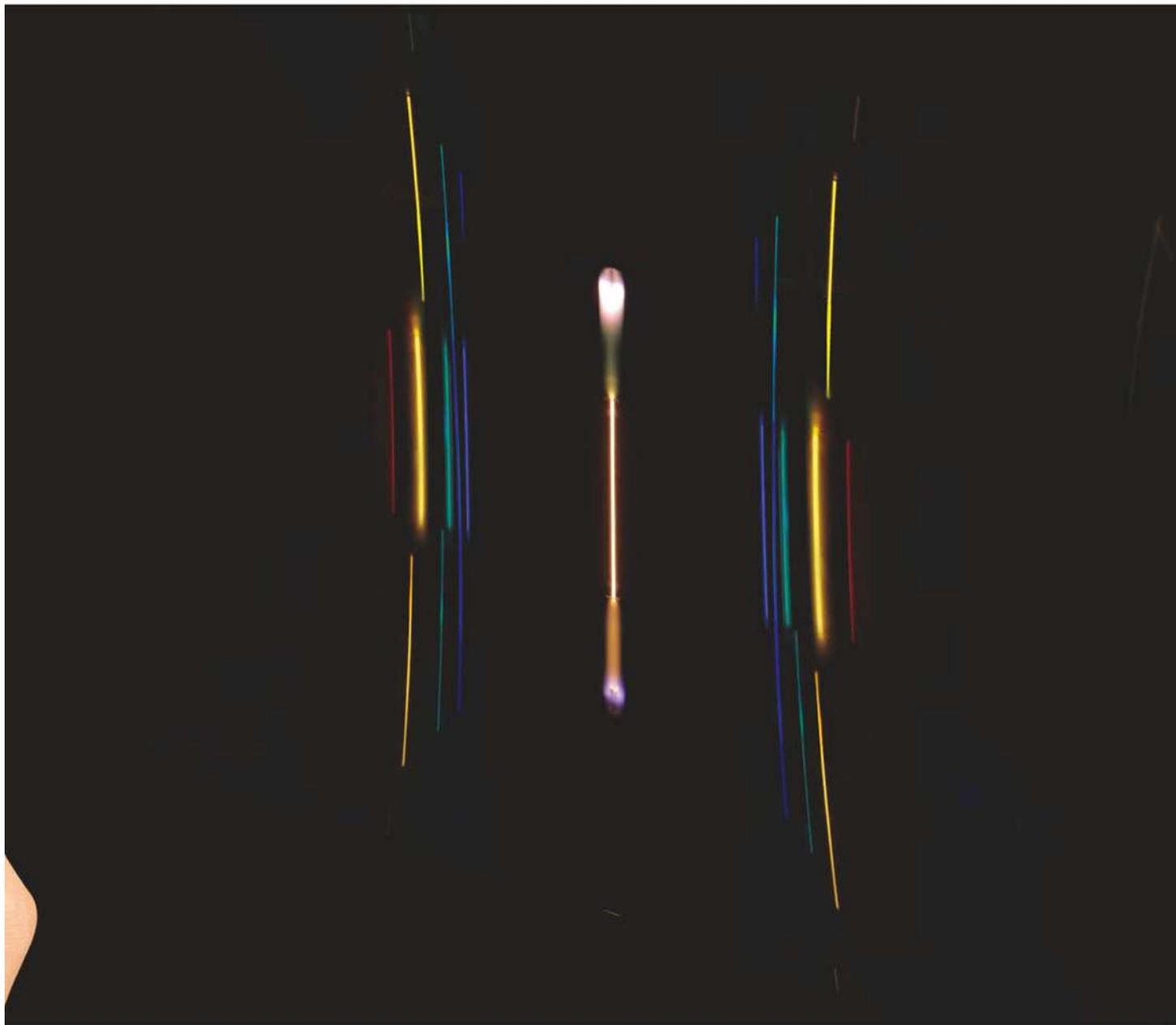
11-2 氫原子光譜與波耳的氫原子模型

11-3 物質波

11-4 原子核



在學校的實驗室中，能夠透過多狹縫干涉片輕易地看到原子氣體所發出的線光譜，圖中是將多狹縫干涉片置放在數位相機的鏡頭前，經由長時間的曝光拍攝氦原子氣體放電管所得到的氦原子光譜。

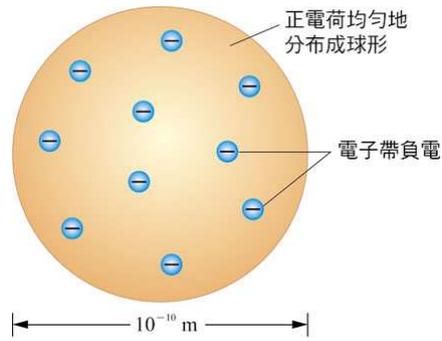


It is wrong to think that the task of physics is to find out how nature is. Physics concerns what we can say about nature....

如果你以為物理學的目的是要發現「自然界的本質」是什麼，那你就錯了！其實物理學關心的是我們能夠針對她說出什麼內容。

— 波耳 (Niels Bohr, 1885-1962)

我們無法親眼目睹原子的內部構造，但是英國人湯姆森在 1897 年由陰極射線實驗發現了原子中的電子，所以應當可以確認電中性的原子內部除了有帶負電的電子，亦須含有正電荷。當時，物理學家們紛紛提出各種不同的原子結構模型，在 1904 年，湯姆森發表論文，提出其原子結構的想法。



▲圖 11-1 湯姆森的原子模型

他推想原子內的正電荷均勻的分布成球狀，球的直徑數量級約為 10^{-10} m，帶負電的微小電子均勻散布在正電荷中，如圖 11-1 所示。

英國人拉塞福 (Ernest Rutherford, 1871-1937) 在 1911 年，藉由 α 射線射擊金箔的散射實驗中，發現到與湯姆森原子模型的預測結果不符合的實驗數據，便提出新的原子模型。在拉塞福的原子模型中，正電荷聚集在稱為原子核 (atomic nucleus) 的極小區域內 (約 10^{-15} m)，而電子以原子核為中心在核外環繞運動。拉塞福根據此原子模型計算所得結果與實驗數據非常吻合，所以他雖然意識到這個模型在預測原子的穩定性與古典電磁理論有所矛盾，但是認為只要對原子內電荷運動特殊性能有更深入的了解，即可解決原子的穩定性問題。雖然拉塞福在提出原子模型之初，遭遇學界冷落，但是丹麥人波耳 (Niels Bohr, 1885-1962) 非常欽佩拉塞福的想法，並於 1913 年將古典物理學和能量與角動量的量子化概念結合在一起，藉著規範拉塞福原子模型裡電子的特殊運動規律，並成功解釋了懸而未決的氫原子光譜的規律性。1924 年，法國人德布羅意 (Louis de Broglie, 1892-1987) 更應用原子內運動電子的波粒二象性，對波耳原子模型裡電子特殊的運動規律給了一個簡單的解釋。

本章將簡要介紹上述一系列原子結構的發展，討論對象除了原子核外的運動電子，亦包含原子核本身的組成及放射性 (radioactivity) 等重要性質。隨著實驗的歸納與量子力學的理论發展，實驗和理論兩者不斷的交互應用，終於將原子內部的面貌，一層層揭示出來。

11-1 拉塞福的原子模型

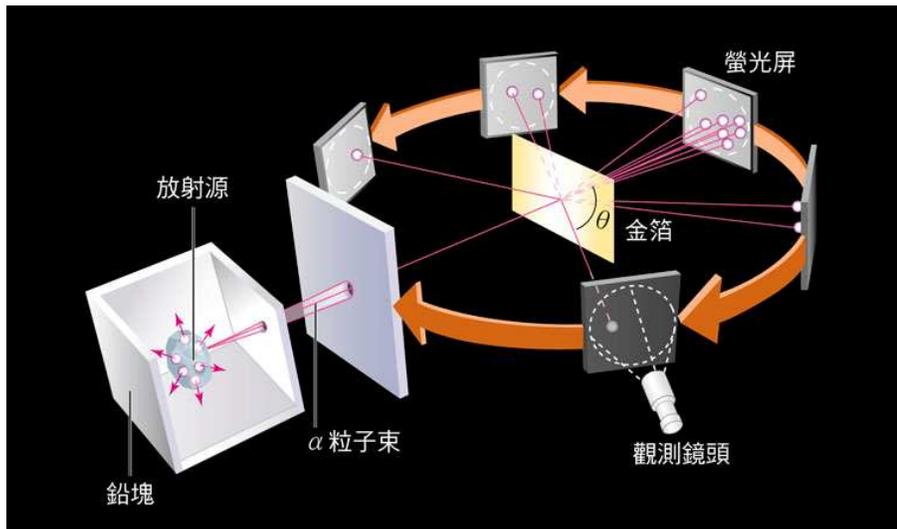
1. α 射線的散射實驗

根據湯姆森提出的原子模型，當原子處於最低的能量狀態時電子將靜止於其平衡位置。但當原子處於較高的能量狀態時（例如高溫物質內的原子），電子就會以其平衡位置為中心而振動，根據古典電磁學理論，具加速度的電荷便會發出電磁波。然而，根據湯姆森的原子模型，計算所得的電磁波頻率分布，與實驗觀察到的數值並不相符。除此之外，1911年，拉塞福（圖 11-2）對原子散射 α 射線的實驗結果分析之後，也得到湯姆森原子模型不正確的結論。 α 射線為帶正電的氦離子（ He^{2+} ）的粒子束，從幾種原子序較大的元素（例如鈾與鐳）中自發地高速發射出來，在本章第四節將詳述此現象。



▲圖 11-2 原子核的發現者—拉塞福。

拉塞福出生於紐西蘭，在 1895 年獲得獎學金，前往英國劍橋大學深造，受教於湯姆森的門下。1898 年，他發現放射性元素鈾會自發發射兩種帶電的射線，並命名為 α 和 β 射線。他也體認到元素可以透過放射性來轉變成另一種元素，並確定了 α 射線中的粒子，其本質為氦。由於在放射性物質研究的重要貢獻，拉塞福在 1908 年獲頒諾貝爾化學獎。1909 年，他提出一個想法：如果將 α 射線直接射擊原子，則在不同散射角度所收集的 α 粒子數之數據，應可透露一些有關原子內部的資料。他設計了一個實驗，指導他的助手蓋革（Hans Geiger, 1882-1945）和學生馬士登（Ernest Marsden, 1889-1970），依照實驗設計讓 α 粒子束通過各種不同的物質薄片，量測 α 粒子的散射結果，圖 11-3 為以 α 粒子束通過厚度僅約 $1\ \mu\text{m}$ ($10^{-6}\ \text{m}$) 的金箔的實驗裝置示意圖。



▲圖 11-3 拉塞福 α 粒子散射實驗的示意圖，移動觀測鏡頭，可以測得不同散射角度 θ 附近的 α 粒子數目。

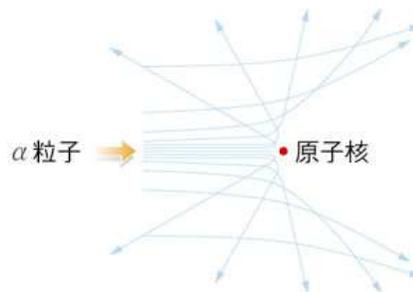
在圖 11-3 中，裝在鉛座內為 α 粒子放射源—鐳，產生的 α 粒子通過兩個欄孔後，形成細窄的粒子束。當 α 粒子束通過金箔的過程中，由於其本身電荷會與金箔上原子內正負電荷間有靜電力作用，故每個 α 粒子的進行方向都會有偏移，散射角 θ 為偏移方向與入射方向的夾角。當 α 粒子撞擊到螢光屏，屏上會產生輕微閃光，因為在當時尚未發明有自動記錄的電子儀器，所以蓋革和馬士登必須在暗室中透過顯微鏡，一個一個地計數在螢光屏上閃現的亮點。進行這個實驗，需要很大的耐心和技巧，由偵測器記錄每單位時間內在散射角 θ 附近的 α 粒子總數。

拉塞福所使用的金箔非常薄，其厚度僅約 $1\ \mu\text{m}$ ，相當於約有 10^4 層金原子排列其中。若 α 粒子非常靠近電子時，將受到極大的靜電力，然而由於鐳放射出的 α 粒子甚為快速，而且 α 粒子的質量遠大於電子，根據兩物體碰撞後的理論分析，可知電子對 α 粒子的運動，幾乎毫無影響，就像是一顆子彈射入蚊子群中，蚊子四散飛舞，子彈則直接穿過。

按照湯姆森的原子模型，原子內的正電荷均勻分布成球狀，因此當 α 粒子通過原子內部時，單一原子的正電荷亦無足夠的靜電力使速度極高 α 粒子產生大角度偏移。當 α 粒子穿透金箔上的大量原子，雖然每經過一個原子就發生一次偏向，但是 α 粒子經過每個原子後的偏向有左有右、有上有下，將每個偏向的結果累加起來後，從理論上可以估算 α 粒子穿透金箔後的散射角度 θ 不大，大致在 1° 以下。當角度 θ 遠大於 1° 時，按照湯姆森的原子模型預示，隨 θ 增大，在角度 θ 附近每單位時間內散射所得的 α 粒子總數應該迅速減小，例如以 θ 為 90° 與 1° 相較，兩者每單位時間內散射所得的 α 粒子總數之比值約為 10^{-3500} ，所以大角度時 α 粒子散射的可能性幾乎為零。

實驗結果顯示雖然大部分的 α 粒子近乎筆直穿透金箔，但是出乎意料地大約每8000個 α 粒子中，就有一個作大角度（超過 90° ）的散射，甚至偶而反向彈回。拉塞福大為驚訝，把這個現象比擬為「好像你以15吋的砲彈射擊一張薄紙，結果竟然被紙張反向彈回，擊中你自己！」，顯然湯姆森的原子模型出現了問題。

拉塞福推想 α 粒子必定擊中一個質量比它大得多，而體積很小的質點，並且受到甚大的排斥力作用。因為 α 粒子帶正電，那麼原子的正電荷必定集中在這個小質點上，拉塞福稱之為原子核。若 α 粒子的入射路徑朝向原子核，則當它極為靠近帶正電的原子核時，由於受到強大的庫侖排斥力作用，將會造成 α 粒子的大角度散射，如圖11-4所示。



▲圖 11-4 α 粒子束射擊單一原子的各種可能散射情形。

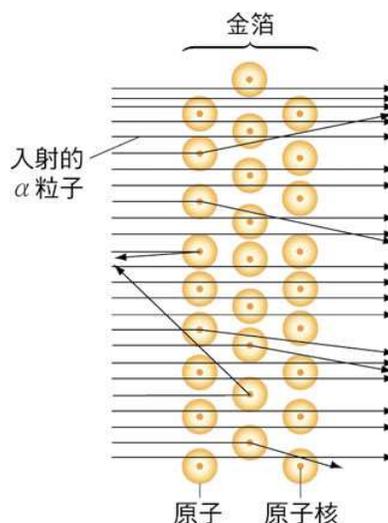
拉塞福進一步推想，當 α 粒子在橫越金箔時，僅需一次非常靠近體積很小的原子核，就能使 α 粒子產生大角度的散射，而不需經多次和原子核的碰撞累積，如圖 11-5 所示。

2. 拉塞福的原子模型

由於湯姆森的原子模型無法解釋 α 射線的散射實驗結果，1911年拉塞福提出一種新的的原子模型，這是物理史上的重大發現之一，為原子的研究跨進關鍵性的一步。在拉塞福的原子結構模型中，原子的中心存在有帶

正電的原子核，原子的質量幾乎都集中在原子核上。電子在原子核的外圍環繞，類似太陽系的行星運動。由於原子為電中性，原子核所帶電荷與原子內所有電子的電荷總和為零，即若原子含有 Z 個電子，則原子核的電荷為 $+Ze$ ， e 為基本電荷。電子和原子核之間的空間為真空。這個模型被稱為原子的行星模型（planetary model）。

根據這個新的原子模型，拉塞福從理論上計算出 α 粒子的軌跡，以及 α 粒子在大角度散射（ 5 到 150° ）的出現機率。因為原子內電子對 α 粒子的散射效應可忽略，所以散射全由原子核對 α 粒子的庫侖力所造成的，而且僅考慮質量大的原子，所以在散射過程中原子核都保持固定的位置，因此 α 粒子和原子核之間的作用力相當於兩個點電荷之間的靜電排斥力。

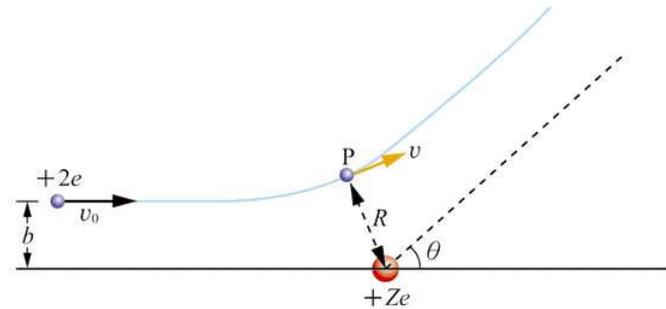


▲圖 11-5 α 粒子束穿透金箔時各種可能的散射情形。大角度的散射為 α 粒子和原子核單次散射時所造成。

範例 11-1

設 α 粒子和金原子核所帶的電量分別為 $+ze$ 和 $+Ze$ ，一質量為 m 的 α 粒子以初速度 v_0 射向一金原子核，由於受到庫侖力的作用而產生散射，其運動軌跡可證明為一雙曲線，如圖 11-6 所示，圖中的 θ 為散射角。因為金原子核比 α 粒子重約 50 倍，故在 α 粒子的散射過程中，金原子核可視為固定不動。 α 粒子的入射線和原子核之間的垂直距離為 b ，軌跡上的 P 點為 α 粒子最靠近原子核的位置，P 點和原子核之間的距離為 R 。回答下列問題：

已知在拉塞福的 α 粒子散射實驗中，從鐳放射源所射出的 α 粒子動能為 5.5 MeV，且 $z=2$ ， $Z=79$ ，若 $b=0$ ，則 α 粒子的散射角為 180° ，即反向彈回，試求 α 粒子和金原子核之間的最近距離為何？



▲圖 11-6 α 粒子的運動軌跡， R 為其最接近原子核的距離。

[解答] 當 $b=0$ 時，最近時 $v=0$ ，則 $\frac{1}{2}mv_0^2 = k\frac{(ze)(Ze)}{R}$ ，即

$$R = \frac{kzZe^2}{\frac{1}{2}mv_0^2}$$

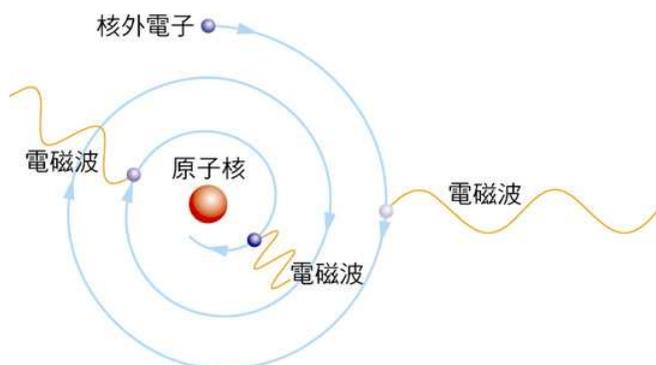
這是 α 粒子所能趨近金原子核的最小距離。將已知值代入，得

$$\begin{aligned} R &= \frac{(9.0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}) (2) (79) (1.6 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{(5.5 \times 10^6) (1.6 \times 10^{-19} \text{ J})} \\ &= 4.1 \times 10^{-14} \text{ m} \end{aligned}$$

由本例題可知，金原子核的半徑必定小於上值。

在拉塞福初步的散射實驗中觀察到大約每 8000 個 α 粒子中，就有一個作大角度散射，蓋革和馬士登重作更詳細的實驗，利用銀箔和金箔從散射角 5 到 150 進行實驗，所得的數據和理論計算結果完全吻合。此外，拉塞福從實驗數據的分析中，得出金原子核的大小約為 10^{-14} m，僅為原子大小（約為 10^{-10} m）的一萬分之一，顯然原子核非常小，原子的內部很空洞。

雖然拉塞福的原子模型建立在堅實的實驗結果上，但原子的穩定性卻是這個模型一個嚴重的問題。電子環繞原子核的運動為加速運動，因此會不斷地輻射出電磁波，其結果是電子的能量逐漸減少，沿著螺旋狀的軌跡，如圖 11-7 所示，最後墜落到原子核上，無法構成一個穩定的原子，而且原子發射的光譜便應該是頻率連續分布，而非當時已確切量測的線狀光譜。拉塞福十分清楚這個矛盾之處，所以在他的論文中，一開始就表明「在現階段，暫不考慮原子的穩定性」。這個拉塞福無法解答的問題，激起了年輕的物理學家波耳的興趣。兩年後，他提出了革命性的氫原子模型。



▲圖 11-7 拉塞福原子模型的缺點：由於電子在環繞原子核運動時，會不斷地輻射電磁波，導致能量減少，將沿螺旋狀的軌跡，墜落到原子核上。



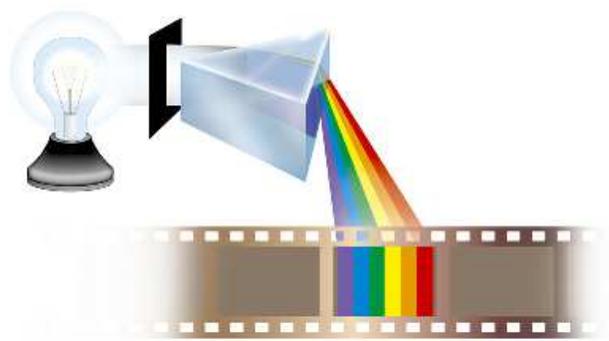
蓋格計數器

蓋革計數器最初是在 1908 年由蓋革在 α 粒子散射實驗中，為了探測 α 粒子而設計的。後來在 1928 年，蓋革又和他的學生米勒對其進行了改進，使其可以用於探測所有的游離輻射。

11-2 氫原子光譜與波耳的氫原子模型

1. 光譜

牛頓利用三稜鏡的色散作用，將白光的組成色光分散開來，可以說是光譜學的萌芽，只是當時牛頓並未觀察到光譜的譜線。十九世紀初，德國人夫朗和斐（Joseph von Fraunhofer, 1787-1826）設計了光譜儀（spectrometer）用於分析和測量光譜線的波長，由此開啟了光譜學的研究。圖 11-8 是測量光源的發射光譜的儀器裝置示意圖，光源所發的光通過單一狹縫後形成一束光線，光線通過稜鏡後，波長相異的各色光散開且照射在照相底片，照相底片的正面就顯示光源的光譜。若光源為高溫固體，由其表面發射的電磁波在照相底片上顯示為連續光譜。若光源為單原子氣體放電，則原子僅發射特定波長的光線，因為每個波長在底片上皆成一條線，故稱為線狀光譜。若將圖 11-8 的光源改為連續光譜的光源，且在光源與三稜鏡間置放透明容器，容器內盛裝單原子氣體，當氣體原子吸收數個特定波長的光，則可觀察到照相底片上就對應有數處未感光的暗線，稱為吸收光譜。



▲圖 11-8 量光譜的儀器裝置示意圖

1814年，夫朗和斐發現太陽的吸收光譜。1859年，德國人克希何夫（Gustav Robert Kirchhoff, 1824-1887）和本生（Robert Wilhelm Bunsen, 1811-1899）研究各種火焰的光譜。他們發現每一個元素在氣體狀態時，都有其特定的明線光譜結構，即在光譜中的亮線各

有其特定的波長，這些亮線構成一定的組合（後稱為發射光譜），就好像是每個元素的身分證一樣。因此光譜可用於精密分析物質的組成成分，對於鑑定化合物的化學成分有重大意義。1868年，瑞典物理學家翁斯傳（Anders Jonas Angstrom, 1814-1874）發表「標準太陽光譜圖表」，記載上千條太陽光譜暗線的波長，以 10^{-8} cm為單位，為從事光譜實驗的科學家提供了極有用的資料，此光譜數據被選作為國際標準達數十年，才被其他科學家修正。後人為紀念翁斯傳的成就，特別將 10^{-8} cm命名為埃（簡寫為Å）。



恆星表面的吸收光譜

由恆星發出的連續光譜，在穿透恆星表面的過程中，被表面大氣中的原子吸收，造成接收到恆星的連續光譜上有非常多的暗黑吸收線，稱為吸收光譜，由吸收光譜可以推斷恆星大氣中的元素種類。

2. 氫原子光譜

原子光譜一般都含有千百條複雜的譜線，但比較起來，氫原子光譜比較簡單，這也因為氫原子本身是只有一個電子的最簡單原子。翁斯傳在研究氣體放電的光譜中，找到了氫元素的紅線光譜，即 H_{α} 線，之後又發現氫元素三條在可見光區域內的光譜線，即 H_{β} 、 H_{γ} 、 H_{δ} ，並精確地測量其波長，如圖 11-9 所示。在圖中可以看到相鄰譜線間的波長差，隨譜線波長之變短而縮小。



▲圖 11-9 氫原子氣體的發射光譜，有特定波長的光譜線。

1885年，瑞士一所女子中學的數學教師巴耳末（Johann Jakob Balmer, 1825-1898），找到了在氫原子光譜的可見光區域中，前四條光譜線波長 λ 之間的經驗公式

$$\lambda = \frac{n^2}{n^2 - 2^2} \lambda_0, n = 3, 4, 5, \dots \quad \text{11-1 式}$$

式中 $\lambda_0 = 364.56 \times 10^{-9} \text{ m} = 364.56 \text{ nm}$ ， n 為大於或等於3的整數。當 $n=3$ 時，利用上式計算所得的波長即為 H_α 線； $n=4$ 時，為 H_β 線； $n=5$ 時，為 H_γ 線。這是一個令人極感興趣的關係式，因為根據式中所計算出的氫原子光譜線波長，與實驗值相差不超過四萬分之一，如表 11-1 所示。根據（11-1）式，巴耳末預測了第五條非常接近紫外光的可見光波長為 396.97 nm （即 $n=7$ ）。這條光譜線在不久之後即被實驗證實。後人將氫原子光譜中可見光區域的一系列光譜線，稱為巴耳末系（Balmer series）。

表 11-1 巴耳末系的前四條光譜線

n	光譜線	依據巴耳末公式計算的波長 (nm)	翁斯傳觀測的波長 (nm)
3	H_α	$\lambda_0 = 656.21$	656.21
4	H_β	$\lambda_0 = 486.08$	486.07
5	H_γ	$\lambda_0 = 434.00$	434.01
6	H_δ	$\lambda_0 = 410.13$	410.12

1890年，瑞典物理學家芮得柏（Johannes Robert Rydberg, 1854-1919）提議：若將巴耳末公式中的波長，改作為倒數的形式，則可得到較簡潔的數學式

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right), n = 3, 4, 5, \dots \quad \text{11-2 式}$$

式中 $R_H = 1.0968 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ ，稱為氫原子的芮得柏常數（Rydberg constant）。

1908 年，瑞茲（Walther Ritz, 1878-1909）提出組合原理，他發現任取光譜中的兩條光譜線，由兩者頻率的和或差，往往可以找到另一條光譜線，其關係式可寫為

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), n > m, \text{ 均為整數}$$

11-3 式

果然，在同一年，德國人帕申（Friedrich Paschen, 1865-1947）觀測到在紅外光區有一系列的光譜線，符合上式中 $m=3$ 的波長系列，命名為帕申系（Paschen series），即

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right), n = 4, 5, 6, \dots$$

11-4 式

巴耳末的經驗公式開啟了光譜奧秘的大門，招引科學家們去思考，為何光譜線會遵循這麼簡單的規律？1913 年，波耳發展了氫原子模型，其簡潔的定量分析結果與氫原子各線系數據完全吻合。

3. 波耳的原子模型

波耳（圖 11-10）1911 年在哥本哈根大學取得博士學位後，前往英國劍橋大學投入湯姆森門下學習，但為期短暫。在那裡他遇見了拉塞福，隨即在 1912 年 3 月轉往曼徹斯特大學，追隨拉塞福學習輻射方面的實驗研究。當時拉塞福剛發現原子核不久，他所提出的原子模型有穩定性的缺點。年輕的波耳非常認同拉塞福的原子模型，認為這是唯一建立在實驗事實上的模



▲圖 11-10 波耳創立了原子的量子模型，解開了氫原子光譜的奧秘。

型。他大膽地引進普朗克和愛因斯坦的量子論，結合牛頓力學，試圖解決原子的穩定性問題。1913 年初，波耳的一位從事光譜學的友人漢森（Hans Marius Hansen, 1886-1956）問他：「有沒有見過氫原子光譜的巴耳末公式？」。當時波耳對此一無所知，但多年後，他回憶說：「當

我一看到巴耳末公式，整個事情都清楚了。」這一年，他正式發表了新的原子模型，稱為波耳原子模型（Bohr model of atom）。

波耳模型的建立基於底下二個假設

1. 在電子與原子核的庫侖力作用下，電子遵守古典力學繞核作圓周運動。但是電子並不會遵照古典力學有連續無窮的軌道，電子僅能在某些特定的圓形軌道上，環繞原子核運動，這些軌道稱為定態（stationary state）。電子在每個定態軌道的角動量 L 等於 $h/2\pi$ 的整數倍（ h 為普朗克常數），即

$$L = rmv = \frac{nh}{2\pi}, n = 1, 2, 3, \dots \quad \text{11-5 式}$$

上式中 r 為軌道半徑， m 為電子質量， v 為軌道速率， n 稱為量子數。

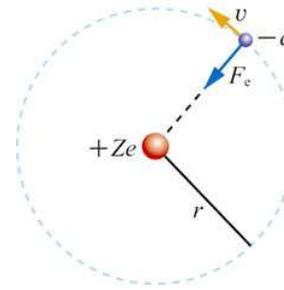
2. 電子在定態軌道上運動時，不會放射電磁波，其能量 E 維持固定。當電子從一個能量較高為 E_i 的定態軌道，躍遷到另一個較低能量為 E_f 的定態軌道時，則以一個光子的形式輻射出電磁波，所輻射出的光子能量等於兩定態間的能量差，即

$$h\nu = E_i - E_f \quad \text{11-5 式}$$

式中 ν 為光子的頻率。反過來說，如果原子吸收一個光子，可使電子從較低能量的定態軌道，躍遷到較高能量的定態軌道，則此光子的能量等於兩定態之間的能量差。（11-6）式與愛因斯坦的光量子理論有密切關係。

波耳認同拉塞福的有核原子模型，但是若要消除拉塞福原子模型的原子穩定性問題，則在原子內的電子運動必須要有量子化的條件，此即為近代物理的嶄新觀點，故根據古典理論電子會發射電磁波的性質就不成立了。要注意的是，量子化假設是根據實驗觀察得原子確屬穩定的事實作基礎。波耳最後都能從各項假設導出與實驗數據相符合的預示結果。

考慮單電子的原子模型，一個電子在以原子核為中心的某定態圓形軌道上運動，如圖 11-11 所示。利用上述假設，可以推得該定態的軌道半徑 r 與能量 E 。設電子的速率為 v ，軌道的半徑為 r ，電子的電荷和質量分別為 $-e$ 和 m ，原子核的電荷為 $+Ze$ ， Z 為原子序，因為原子核的質量遠大於電子，故可視為固定不動，電子作圓運動時所需的向心力，由電子和原子核之間的庫侖力所提供，即



▲圖 11-11 波耳的原子模型，電子在以原子核為中心的圓軌道上運動。電子和原子核之間的庫侖力提供所須的向心力。

$$\frac{kZe^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \quad 11-7 \text{ 式}$$

由 (11-5) 式得 $v = \frac{nh}{2\pi rm}$ 並將之代入 (11-7) 式，可得電子的軌道半徑為

$$r = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 m k Z e^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad 11-8 \text{ 式}$$

由上式可看出，當原子在定態時，電子軌道的半徑是不連續的。被允許的電子軌道半徑的比值為 $1^2 : 2^2 : 3^2 : \dots$ 。

另一方面，電子的力學能 E 為動能 K 與電位能 U 的總合，若規定無窮遠處的位能為零，則

$$E = K + U = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{kZe^2}{r} \quad 11-9 \text{ 式}$$

由 (11-7) 式可得 $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{kZe^2}{2r}$ ，代入 (11-9) 式，得

$$E = -\frac{kZe^2}{2r} \quad 11-10 \text{ 式}$$

將 (11-8) 式的電子軌道半徑代入 (11-10) 式，得

$$E = -\frac{2\pi^2 m k^2 Z^2 e^2}{h^2} \left(\frac{1}{n^2}\right), \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad 11-11 \text{ 式}$$

上式表示電子在定態的能量也是不連續的，因為在定態的電子僅能存在特定的軌道半徑與能量值，所以電子的軌道半徑和能量皆量子化，整數 n 稱為量子數。

將已知的物理量數值代入 (11-8) 式、(11-11) 式，即

$m = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ 、 $e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$ 、 $k = 8.99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ 、 $h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ ，可得

$$r_n = \left(\frac{0.529 \times 10^{-10}}{Z} \right) n^2 \text{ (m)} = \left(\frac{0.0529}{Z} \right) n^2 \text{ (nm)} \quad \text{11-12 式}$$

$$E_n = -\frac{13.6 Z^2}{n^2} \text{ (eV)} \quad \text{11-13 式}$$

上二式中的 r_n 和 E_n 分別代表量子數為 n 時的電子軌道半徑和能量。由於假設原子核靜止不動，故電子的能量實際上就是原子的能量。



想一想

1. 波耳氫原子模型中，當量子數 $n=1$ 與 2 ，電子運動速率與運動週期的比值分別為何？
2. 當 $n=1$ ，請由 (11-13) 式計算氫原子的能量為若干焦耳？

4. 氫原子能階

氫原子的原子序 $Z=1$ ，故氫原子中的電子軌道半徑和能量分別為

$$r_n = 0.0529 n^2 \text{ (nm)} \quad \text{11-14 式}$$

$$E_n = -\frac{13.6}{n^2} \text{ (eV)} \quad \text{11-15 式}$$

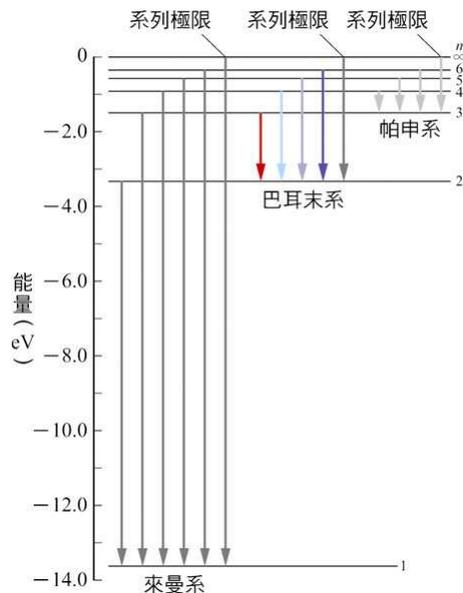
當 $n=1$ 時，可得 $r_1 = 0.0529 \text{ nm}$ ，此值稱為波耳半徑 (Bohr radius)， $E_1 = -13.6 \text{ eV}$ ，此為氫原子的最低能量。當原子處於最低能量，稱為基態 (ground state)，即 $n=1$ 。當 $n>1$ 時，則原子的能量高於基態能量，稱為受激態 (excited state)。例如當 $n=2$ 時，稱為第一受激態， $n=3$ 時，稱為第二受激態，其餘類推。若 $n \rightarrow \infty$ 時，

則 $r \rightarrow \infty$ ， $E_{\infty} \rightarrow 0$ ，當 $E \geq 0$ 時，電子已不受原子核的束縛，稱為游離態。圖 11-12 所示為氫原子的能態圖，由於呈台階狀，所以能態又稱為能階（energy level）。



做一做

請計算氫原子在第一受激態時，電子的軌道半徑及能量分別為若干？



▲圖 11-12 氫原子的能階圖。

5. 波耳的氫原子模型在氫原子光譜的驗證

當電子由高能階 E_i 躍遷到低能階 E_f 時，原子輻射出特定波長的光子，這就是光譜線的成因。利用 (11-6) 式，可得氫原子輻射出的光子頻率為

$$\nu = \frac{E_i - E_f}{h} = \frac{2\pi^2mk^2e^4}{h^3} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right), \quad n_i > n_f \quad \text{11-16 式}$$

式中 n_i 和 n_f 分別為初態和末態的量子數。若上式改以波長來表示，則

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c} = \frac{2\pi^2mk^2e^4}{h^3c} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad \text{11-17 式}$$

比較 (11-2) 式，上式可寫為

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad \text{11-18 式}$$

式中 $R_H = \frac{2\pi^2mk^2e^4}{h^3c}$ 為芮得柏常數。代入各物理量的精確值計算後，可得 R_H 的理論值為 $1.09737 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ 。這個數值雖然已經非常接近芮

得柏所得的實驗值 $1.09678 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ ，但是當時的光譜實驗已經非常精確，所以波耳的理論仍然未被當時的實驗物理學家普遍接受。波耳再仔細地審視原先的理論計算，是假設原子核靜止不動，這相當於把原子核的質量視為無限大，但實際上原子核的質量是有限值。他便假設原子中的電子和原子核繞著兩者共同的質心轉動，重新將理論修正，果然修正後推得 R_H 的理論值和實驗值完全吻合。這實在是波耳理論的一大勝利，意即氫原子光譜的波長經驗公式，已可從其原子理論中推導出來。

從 (11-18) 式中，可看出躍遷到巴耳末系的光譜線系列，是相當於氫原子分別從 $n_i=3, 4, 5, \dots$ ，的能階，躍遷到 $n_f = 2$ 的能階，故巴耳末系的光譜波長 λ 具有下列關係

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n_i^2} \right), \quad n_i = 3, 4, 5, \dots$$

例如當氫原子從 $n_i=3$ 的能階躍遷到 $n_f=2$ 的能階時，所放出的光子能量為

$$E = h\nu = E_3 - E_2 = 13.6 \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) \text{ eV} = 1.89 \text{ eV}$$

其波長為

$$\lambda = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{E} = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{1.89 \text{ eV}} = 656 \text{ nm}$$

此為巴耳末系中的紅色光譜線。其他的光譜線皆可按上法同樣求得。注意當 n 趨近無限大時，相鄰光譜線波長之間的差值愈來愈小，波長趨近於一極限值，即 $\frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{13.6 \text{ eV}/2^2} = 365 \text{ nm}$ 。

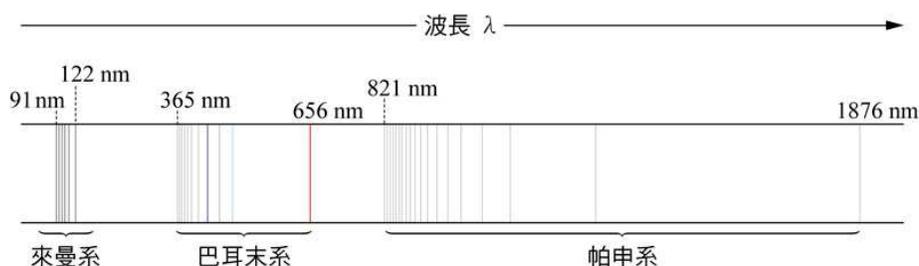
在 1908 年德國人帕申 (Friedrich Paschen, 1865-1947) 發現了屬於不可見的紅外光區光譜，後來稱為帕申系。在 (11-17) 式中，若取 $n_f=3$ ，而 $n_i=4,5,6,\dots$ ，可得帕申系的光譜波長 λ 具有下列關係

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n_i^2} \right), \quad n_i = 4, 5, 6, \dots \quad \mathbf{11-19 \text{ 式}}$$

波耳在發展理論當時，其他光譜系如來曼系、布拉克系和蒲芬德系等尚未發現，其理論預測這些線系應當存在，不久即從實驗一一觀察到，觀察者的名字即被用於各線系的名稱。在(11-17)式中，若取 $n_f=1$ ，而 $n_i=2, 3, 4, \dots$ ，可得來曼系 (Lyman series) 的光譜波長 λ 具有下列關係

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n_i^2} \right), \quad n_i = 2, 3, 4, \dots \quad \text{11-20 式}$$

此系列光譜線屬於不可見的紫外光區，在 1914 年由美國物理學家來曼 (Theodore Lyman, 1874-1954) 發現，稱為來曼系。圖 11-13 所示於依波長排列之來曼系、巴耳末系及帕申系等三個光譜線系列。



▲圖 11-13 氫原子光譜的一些光譜線系列及光譜系的最短波長與最長波長。

在 1922 年和 1924 年，布拉克 (F. S. Brackett, 1896-1988) 和蒲芬德 (A. H. Pfund, 1879-1949) 相繼發現紅外光區域的 $n_f=4$ 和 $n_f=5$ 的譜線系列，分別稱為布拉克系和蒲芬德系，即

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n_i^2} \right), \quad n_i = 5, 6, 7, \dots \quad \text{11-21 式}$$

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n_i^2} \right), \quad n_i = 6, 7, 8, \dots \quad \text{11-22 式}$$

(11-21) 式與 (11-22) 式分別為布拉克系與蒲芬德系的光譜波長 λ 關係式。單電子原子之吸收光譜，其性質亦容易由波耳的原子模型解釋。因為原子內電子所具有之總能僅能有特定的許可值 (即定態軌道

能量)。若將波長連續分布的電磁波射入原子，則僅有能量等於兩定態能量差值的光子會被吸收。在正常情形下，原子處於基態 $n=1$ ，故只能產生由 $n=1$ 至 $n>1$ 的定態躍遷過程，因此僅能觀察到對應於來曼系的吸收光譜。但是當原子氣體的溫度極高，由於原子間的碰撞，若干原子將由 $n=2$ 開始躍遷，便可觀察到對應於巴耳末系的吸收光譜。

波耳理論預示原子內電子能量是量子化的，而對於多電子的原子，雖然波耳未曾導出定量公式，但每個電子的能量亦應該是量子化，故整個原子之總能量亦應僅有某些特定值。1914 年兩位德國物理學家法蘭克 (James Franck, 1882-1964) 和赫茲 (Gustav Ludwig Hertz, 1887-1975) 所作的電子和汞原子之間的碰撞實驗，直接證實此一概念。

波耳以簡單清楚的創新概念，將彼此似乎不相干的力學、光譜學、和量子論結合起來，確實是了不起的成就，使人類對原子的了解跨進了一大步。波耳在 1922 年獲頒諾貝爾物理獎。

◎ 範例 11-2

一氫原子從 $n=1$ 的基態被激發至 $n=4$ 的受激態時，該原子須吸收多少能量？若該原子又從 $n=4$ 的受激態躍遷至 $n=2$ 的受激態，所放出的光子波長為何？

[解答] 由 (11-15) 式可得氫原子分別在 $n=1$ 、2 和 4 時的能量，即

$$E_1 = -\frac{13.6}{1^2} \text{eV} = -13.6 \text{eV} \quad E_2 = -\frac{13.6}{2^2} \text{eV} = -3.40 \text{eV}$$

$$E_4 = -\frac{13.6}{4^2} \text{eV} = -0.850 \text{eV}$$

當氫原子從 $n=1$ 的基態被激發至 $n=4$ 的受激態時，所須吸收的能量等於 $E_4 - E_1 = (-0.850 \text{eV}) - (-13.6 \text{eV}) = 12.8 \text{eV}$

又當氫原子從 $n=4$ 的受激態躍遷至 $n=2$ 的受激態，所放出的光子能量為 $E_4 - E_2 = (-0.850 \text{eV}) - (-3.40 \text{eV}) = 2.55 \text{eV}$

其對應的波長為 $\lambda = \frac{1240}{2.55} \text{nm} = 486 \text{nm}$ 。

範例 11-3

以某固定頻率的電磁波照射處於基態的氫原子，恰可使其電子游離。現以同樣的電磁波照射處於受激態的鋰離子 (Li^{2+} , $Z=3$)，發現亦可將其電子游離，但較低頻率的電磁波則無法將之游離，求該鋰離子所處能態的量子數 n 為何？

[解答] 設照射的電磁波頻率為 ν ，其一個光子的能量為 $h\nu$ ，此能量恰可使一個氫原子的電子游離，故

$$h\nu = E_{\infty} - E_1 = 0 \text{ eV} - (-13.6 \text{ eV}) = 13.6 \text{ eV}$$

鋰離子 (Li^{2+} , $Z=3$) 的原子結構類似氫原子，即在電量為 $+3e$ 的原子核的外面，僅有一個電子在環繞。設鋰離子所處能態的量子數

為 n ，利用 (11-13) 式，可得其能量為 $E'_n = -\frac{13.6 \times 3^2}{n^2} \text{ eV}$ 。因此使其

電子游離所需的能量為 $E'_{\infty} - E'_n = 0 - E'_n = -E'_n$ ，故 $h\nu = -E'_n$ ，

$$\text{即 } 13.6 \text{ eV} = \frac{13.6 \times 3^2}{n^2} \text{ eV, 故 } n = 3$$

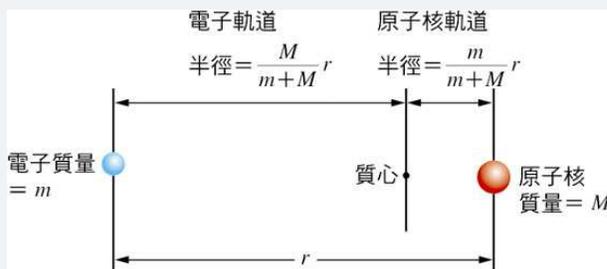


法蘭克-赫茲實驗

1913 年至 1914 年，兩位德國物理學家法蘭克和赫茲（實驗證實電磁波的赫茲之甥）利用電子和原子之間的碰撞實驗，直接以實驗結果證實了波耳原子模型中能量量子化的假設。在實驗中，他們在真空管內封入汞蒸汽，且將經由電壓加速後獲得動能的電子撞擊汞蒸汽。發現當電子的動能增大至 4.9 電子伏特時，汞蒸汽才會開始吸收電子的能量，證實了汞原子內確實具有能階構造。法蘭克-赫茲的實驗明確地證明了原子能量的量子化，並且提供了一種直接測量原子能階差的方法，明白確定原子穩定態的存在，兩人由於在此實驗上的成就，獲頒 1925 年的諾貝爾物理獎。

原子核質量為有限的定態能量修正

原子中的電子和原子核，其實是同時繞著兩者共同的質心轉動（如圖 11-14）。將此項因素加入考慮，經修正後可得以下結果。



▲圖 11-14 電子與原子核繞其共同質心運動。（圖未照比例繪製）

電子與原子核的轉動角速度皆為 ω ，相對質心的角動量總和 L 為

$$L = m \left(\frac{M}{m+M} r \right)^2 \omega + M \left(\frac{m}{m+M} r \right)^2 \omega = \left(\frac{mM}{m+M} \right) r^2 \omega$$

若令 $\mu = \left(\frac{mM}{m+M} \right)$ ， $v = \omega r$ ，則 $L = \mu v r$

$$\text{滿足波耳的角動量量子化條件，即 } \mu v r = n \times \frac{h}{2\pi} \quad (1)$$

$$\text{由庫侖定律，即 } \frac{kZe^2}{r^2} = m\omega^2 \left(\frac{M}{m+M} r \right)，\text{則 } \mu = \frac{v^2}{r} \quad (2)$$

電子與原子核的力學能為

$$E = \frac{1}{2} m \left(\omega \times \frac{M}{m+M} r \right)^2 + \frac{1}{2} M \left(\omega \times \frac{m}{m+M} r \right)^2 - \frac{kZe^2}{r^2}$$

$$\text{則 } E = \frac{1}{2} \mu v^2 - \frac{kZe^2}{r^2} \quad (3)$$

$$\text{由(2)式可得 } \frac{1}{2} \mu v^2 = \frac{kZe^2}{r^2}，\text{代入(3)式，得 } E = -\frac{kZe^2}{2r} \quad (4)$$

$$\text{利用(1)和(2)兩式，消去 } v，\text{可得 } r = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 \mu kZe^2} \quad n = 1, 2, 3, \quad (5)$$

$$\text{將(5)式的 } r \text{ 代入(4)式，得 } E = -\frac{2\pi \mu k^2 Z^2 e^4}{h^2} \left(\frac{1}{n^2} \right) \quad n = 1, 2, 3, \quad (6)$$

$$R_H = \frac{2\pi \mu k^2 e^4}{h^3 c} \quad (7)$$

將各物理量的精確值代入(7)式計算後，可得理論值恰與芮得柏所得的實驗值相吻合，即 $1.09678 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ 。

10-3 物質波

1. 德布羅意的物質波假設

法國人德布羅意（獲 1929 年諾貝爾物理獎，圖 11-15）由自然界的對稱性出發聯想，既然光子具有波動和粒子的二象性，那麼像電子之類的粒子，應該也具有波動的性質。德布羅意在大學主修歷史，對科學也很有興趣，在第一次世界大戰期間，由軍隊退伍後跟隨當時法國非常有名的物理學家朗之萬（Paul Langevin, 1872-1946）攻讀物理學博士學位。德布羅意的兄長是一位研究 X 射線的專家，在 X 射線的本質還未被確定的年代，他和其兄長經常討論波和粒子的關係。



▲圖 11-15 德布羅意首先提出物質波的概念。



朗之萬與愛因斯坦對德布羅意影響

德布羅意在 1924 年完成了博士論文，在這篇論文裡，他根據愛因斯坦的相對論和普朗克提出的量子論，推論出任何物質同時具備波動和粒子的性質。由於論文的題目與內容相當先進，連德布羅意的指導教授朗之萬其實也很難相信這個論點，但論文的內容實在是太過讓人驚嘆，不能確定是否有瑕疵，所以寄給愛因斯坦一份，尋求他的意見。愛因斯坦在看了之後，興奮地回信：「他已經掀起了面紗的一角」！並且將論文送去柏林科學院，因而使得這理論廣知於物理學界。

在 1923 年與 1924 年，德布羅意連續在《法國科學院通報》及其博士論文發表了有關波和量子的論文。德布羅意推理的程序大約是：在古典物理，電磁輻射被認為是一種純粹的波動傳播現象，但是某些情況下，例如光電效應等實驗結果卻證實電磁輻射具有粒子性質的特徵，是否像電子、原子、分子之類的粒子，甚至所有形式的物質，除了粒子的特性外，在某些情況下，應當也都兼具有波動的性質。這種伴隨並規範粒子運動的波動稱為物質波（matter wave）。當愛因斯坦看到德布羅意的論文後非常高興，因為他沒有想到自己創立的有關光的波粒二象性觀

念，竟然可以擴展到了運動粒子。愛因斯坦在其撰寫的論文裡，加了一段介紹德布羅意工作的內容，人們便開始注意物質波假說。

德布羅意提出，若粒子的動量為 p ，則其對應的物質波之波長 λ 為

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \quad \text{11-23 式}$$

上式中的 h 為普朗克常數， m 、 v 分別為粒子的質量與速率，物質波的波長又稱為德布羅意波長。

◎ 範例 11-4

質量為 10 g 的彈珠以 5.0 m/s 的速率運動，則其物質波的波長為何？

[解答] 若彈珠的動量量值 p 為

$$p = mv = (0.010 \text{ kg})(5.0 \text{ m/s}) = 0.050 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

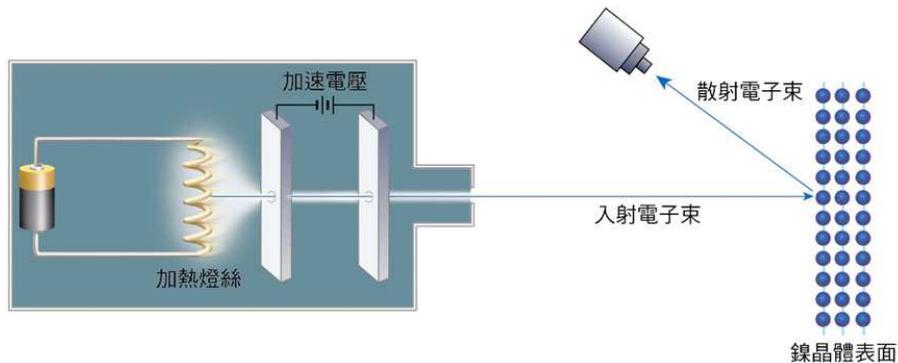
由 (11-23) 式，得物質波的波長 λ 為

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{0.050 \text{ kg} \cdot \text{m/s}} = 1.3 \times 10^{-32} \text{ m}$$

在德布羅意的物質波假說提出當時，人們很積極的研究粒子在運動中是否有波動性質，但是巨觀世界中所見的粒子或物體，其伴隨的物質波波長都非常短，這麼短的波長是無法以儀器偵測出的。以單狹縫繞射實驗為例，若是波動的波長 λ 遠小於狹縫寬度 d ，則我們僅能看到一個很明顯的狹縫圖像投射在後方屏幕，而該種情況是適用於粒子的性質，此時不易呈現出波動性。然而微觀世界中則不然，例如電子的質量很小，故其動量遠小於巨觀世界的粒子，應較有可能測出物質波的存在。

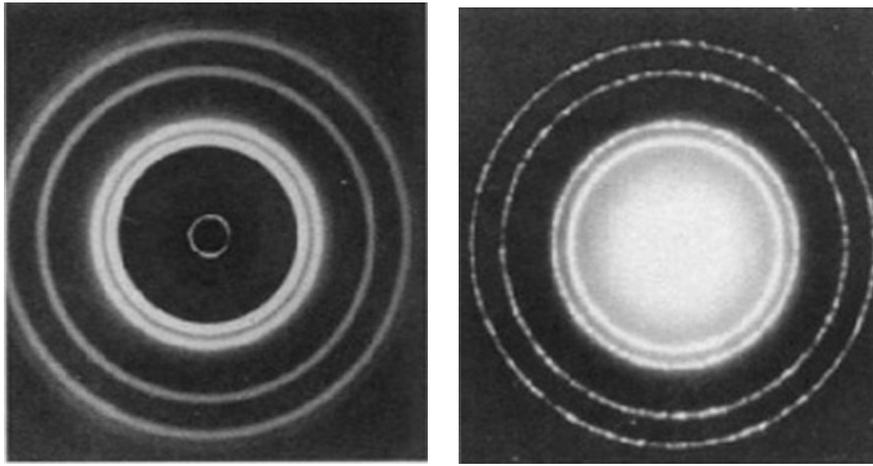
2.物質波假說的實驗證實

1927年，美國人戴維森（Clinton Joseph Davisson, 1881-1958）和革末（Lester Halbert Germer, 1896-1971）兩人做了實驗，如圖 11-16 所示，讓電子經由電壓加速後具有 54 電子伏特的動能，當電子束射擊鎳晶體的表面，沿不同的散射角度偵測由晶體表面散射的電子束強度。實驗結果發現電子束的散射強度和散射角度之間，呈現出和 X 光同樣的散射特性，在某些角度的電子束散射強度會突然增強，這種結果只能有利用波動的建設性干涉才能解釋。根據（11-23）式計算動能 54.0 eV 的電子的物質波長為 0.167 nm，和實驗數據完全吻合，證明了運動電子的物質波確實存在。



▲圖 11-16 電子自加熱燈絲放出，通過加速電壓，入射鎳晶體表面規則排列的鎳原子（藍色圖案），偵測由晶體表面散射後的電子束強度。

英國人 G.P.湯姆森（George Paget Thomson, 1892-1975，為電子發現者 Joseph John Thomson 的兒子）於隔年發表的研究報告顯示，以電子束透射金屬箔，取得電子的繞射圖樣，和改用 X 光繞射所得者十分相似，如圖 11-17 所示，再進一步明確地提供物質波存在的實驗證據。戴維森和湯姆森同時獲得 1937 年的諾貝爾物理獎。現在科學家也已經能夠利用中子做繞射實驗，而且被利用於探測物質結構，成為材料科學中一門重要的實驗技術。



(a)

(b)

▲圖 11-17 (a) X 光透射鋁箔的繞射圖樣；(b)電子束透射鋁箔的繞射圖樣。

◎範例 11-5

一電子經電位差為 54.0 伏特的電場加速後，所得的動能為何？其物質波的波長為何？

[解答] 設電子的電量為 e ，則經電位差 V 的電場加速後，所得的動能為

$$K = \frac{1}{2} mv^2 = eV = 54.0 \text{ 電子伏特}$$

$$\text{其物質波的波長為 } \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mK}} = \frac{h}{\sqrt{2meV}}$$

當電位差單位為伏特，將已知量代入上式可得波長

$$\lambda = \frac{1.23}{\sqrt{V}} \text{ V}^{0.5} \cdot \text{nm}$$

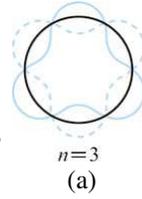
代入 $V = 54.0$ 伏特，得物質波的波長為

$$\lambda = \frac{1.23}{\sqrt{54.0}} \text{ nm} = 0.167 \text{ nm}$$

由本題的計算可看出以普通電壓加速電子，所得的電子的物質波長和 X 光相當，也與晶體內相鄰原子的間距接近。因此以電子束對晶體作繞射實驗，應可取得類似勞厄使用 X 光對晶體的繞射結果。

3.物質波在波耳原子模型的應用

根據波耳的氫原子模型，由(11-14)式可得基態半徑為 0.529×10^{-10} m，處在基態的電子動能為 13.6 eV，由(11-24)式可計算其物質波長為 3.34×10^{-10} m。由於物質波長較半徑大，但是兩者數量級相當，所以德布羅意構想處在定態的電子，其物質波形成駐波，由波動理論可知，駐波的能量儲存在波動的區域內，不會向外傳播，這似乎便對應於電子可以保持在定態軌道上運動。

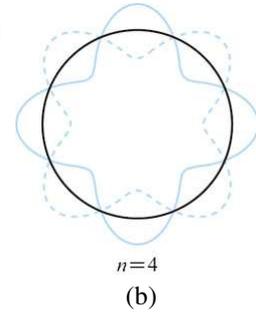


當電子處在能態 n 的軌道運動時，由(11-5)式可知

其角動量 mvr 的量子化關係式為 $mvr = \frac{nh}{2\pi}$ ，即

$\frac{2\pi r}{n} = \frac{h}{mv}$ ，另由(11-23)式可得伴隨的物質波波長

$\lambda = \frac{h}{mv}$ ，故可得 $\frac{2\pi r}{n} = \lambda$ 。當伴隨電子的物質波在



能態 n 的軌道形成駐波時，則物質波波長 λ 與軌道半徑 r 的關係為

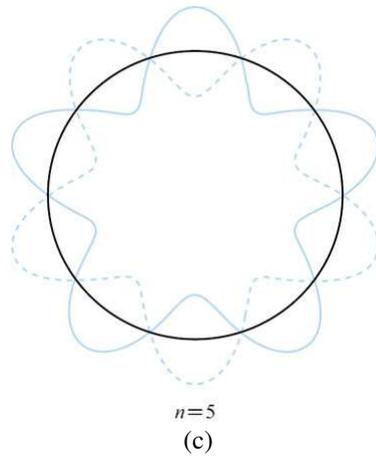
$$2\pi r = n\lambda$$

11-24 式

由(11-24)式可知，當電子處在基態，即 $n=1$ ，則其軌道圓周長度等於物質波波長；當電子處在第一受激態，即 $n=2$ ，則其軌道圓周長度等於物質波波長的兩倍；當電子處在第二受激態，即 $n=3$ ，則其軌道圓周長度等於物質波波長的三倍。依此類推，當電子能態的量子數在 $n=1、2、3、4、5\dots$ 時，軌道半徑 r 的圓周長度，恰等於其物質波波長 λ 的整數倍(圖 11-18)。

德布羅意利用在定態的電子的物質波形成駐

波的概念，就可以簡單解釋波耳氫原子模型中神祕的角動量量子化規則，可說是物質波理論令人嘖嘖稱奇之處。



4.波粒二象性

科學家們一直在爭論光的本質究竟是粒子呢？還是波動？十九世紀末、二十世紀初所發現的光電效應和或在更高等課程中才會學到的康普頓效應（Compton effect），證實電磁波同時呈現出粒子的性質，稱為光的波粒二象性。在德布羅意提出物質波的概念後，又了解到所有的粒子也都兼具有粒子和波動的波粒二象性。事實上，這兩種性質是互補的，即當粒子性明顯時，波動性就隱晦不明，例如在光電效應或康普頓效應中，光的粒子性就相當明顯；但當波動性呈現時，則粒子性不易被察覺，例如光的雙狹縫干涉或單狹縫繞射現象；粒子性和波動性不會同時顯現出來。

1926年奧地利人薛丁格（Erwin Schrödinger, 1887-1961）提出運動粒子的物質波所應遵循的數學方程式，並可以不須透過波耳的假設而直接解出氫原子的能階來。半年後，德國人玻恩（Max Born, 1882-1970）對於物質波所代表的物理意義，有創新的詮釋。他指出物質波與一般的力學波或電磁波不同，它是用來描述粒子出現在空間中某一位置的機率，所謂粒子的波動性實際上是反映出粒子出現的機率分布有波動的特性。薛丁格與玻恩因為這些成就而分別於 1933 年及 1954 年獲頒諾貝爾物理獎。



量子力學的誕生

在薛丁格提出上述波動力學的前一年，德國人海森堡（Werner Heisenberg, 1901-1976，獲得 1932 年諾貝爾物理獎）以矩陣的數學式，來處理粒子的運動，稱為矩陣力學（matrix mechanics）。這兩種力學皆稱為量子力學。在發表初時，兩種力學互爭長短，後來薛丁格證明這兩種力學其實是互通的，只是使用的數學工具不同而已，所得到的物理結果完全相同。1928 年英國人狄拉克（Paul Adrien Maurice Dirac, 1902-1984，和薛丁格合得 1933 年諾貝爾物理獎）結合量子力學和相對論，發展出相對論性量子力學（relativistic quantum mechanics）。量子力學發展至今，已成為近代物理學的理論主幹，並且充分應用在材料、光電、電子元件等多項現代科技。

範例 11-6

動能為 100 eV 的電子束，垂直入射於刻劃在平板上的雙狹縫，狹縫的間隔為 10.0 nm。電子通過後，撞擊在 3.00 m 外塗有螢光劑的屏幕上，形成亮點。這些亮點會構成類似光的干涉條紋。回答下列問題：

- (1) 電子的物質波長是多少？
- (2) 電子的物質波發生完全建設性或破壞性干涉時，代表什麼意義？
- (3) 屏幕上相鄰兩暗線之間的間隔是多少？
- (4) 若電子束的動能減為原先的十分之一，則相鄰兩暗線之間的間隔有何變化？

[解答] (1) 電子的物質波長為

$$\lambda = \frac{1.23 \text{ V}^{0.5} \cdot \text{nm}}{\sqrt{V}} = \frac{1.23 \text{ nm}}{\sqrt{100}} = 0.123 \text{ nm}$$

(2) 電子為最小的基本粒子，不能分割。當電子的物質波在屏幕上某位置發生完全建設性的干涉時，表示電子出現在該位置的機率為極大值，電子撞擊螢光劑所產生的亮點密集，故呈現亮紋。反之，如果發生完全破壞性的干涉時，表示電子出現在該位置的機率為極小值，電子撞擊螢光劑所產生的亮點稀疏，故呈現暗紋。

(3) 電子束的干涉情形與光的雙狹縫干涉的狀況相似，因此可沿用前述雙狹縫的干涉公式（本書上冊 5-2 節），即兩相鄰暗線間隔為

$$\Delta y = \frac{L \lambda}{d} = \frac{(3.00 \text{ m}) (0.123 \times 10^{-9} \text{ m})}{(10.0 \times 10^{-9} \text{ m})} = 0.0369 \text{ m}$$

(4) 若電子的動能減為原先的十分之一，則物質波長增長為原先的倍，兩相鄰暗線之間的間隔也隨之變大倍，即

$$0.0369 \text{ m} \times \sqrt{10} = 0.117 \text{ m}$$

測不準原理

海森堡提出在微觀世界中，不能同時準確測得粒子的位置與動量，位置不確定量與動量不確定量的乘積有一最小極限值，故當位置的不確定量愈小，則動量的不確定量就會愈大，可利用電子的單狹縫繞射實驗結果來說明測不準原理，如圖 11-19。

當電子通過單狹縫前，y 軸動量為零，x 軸動量為 p_x ，故其物質波波長為

$$\lambda = \frac{h}{p_x} \quad (1)$$

當電子通過單狹縫後，抵達後方第一次完全破壞性干涉處的方位角為 θ ，則其 y 軸的動量改變量為 Δp_y ，因為 θ 極小，故 $\theta \approx \frac{\Delta p_y}{p_x}$ ，將(1)式代入，則可得

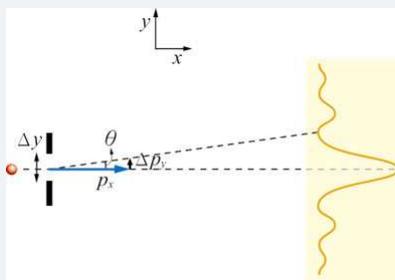
$$\theta \approx \frac{\lambda}{h} \Delta p_y \quad (2)$$

因為不能確定電子是由單狹縫的哪一個位置通過，所以電子通過單狹縫後的位置不確定量 Δy 即為單狹縫寬度，當 θ 很小時，第一次完全破壞性干涉的條件為 $\theta = \frac{\lambda}{\Delta y}$ ，故 $\lambda \approx \Delta y \theta$ (3)

由(2)、(3)兩式可得

$$\Delta y \Delta p_y \approx h$$

由上式可知位置的不確定量 Δy 與動量的不確定量 Δp_y 的乘積數量級為普朗克常數 h ，因為 h 極小，所以在巨觀世界的尺度下，測不準原理的影響性就極其微弱了。



▲圖 11-19

11-4 原子核

1. 原子核的組成

在拉塞福發現原子核之後，陸續測出各元素的原子核所帶的電荷，皆為氫原子核電荷的整數倍，此整數倍的值稱為原子序 Z 。拉塞福從許多實驗的結果中歸納出，所有元素的原子核都含有氫的原子核，他命名氫的原子核為質子（proton）。質子帶正電，其帶電荷和電子所帶的電荷相等，且電子的質量極小，原子的質量幾乎全部集中在原子核。在拉塞福之前，化學家早已得知各元素的原子質量與氫原子質量的比值接近整數值，此整數值稱為質量數 A 。

在拉塞福同年代的許多科學家，普遍認為原子核應是由質子與電子組成的。若元素的質量數為 A ，且原子序為 Z ，則原子核內應含有 A 個質子和 $A-Z$ 個電子，在原子核外面則有 Z 個電子環繞，因此原子保持電中性。因為在當時實驗中發現有電子自原子核中放射出來，上述的想法在當時看起來是相當合理的。然而，後來的許多實驗結果與此由電子及質子組成原子核的模型無法符合。

拉塞福則假想在原子核內，電子與質子結合在一起，形成一種電中性的粒子，其質量等於質子，稱之為中子（neutron），這是拉塞福的中子假說。後來，曾受教於拉塞福並在英國著名的卡文迪西實驗室工作的英國人查兌克（James Chadwick, 1891-1974，圖 11-20），在 1932 年由實驗中證實確有中子的存在^註。中子的發現是原子核物理研究的重大成就，1935 年查兌克獲頒諾貝爾物理獎。中子被證明是一個單一的粒子，如同質子一樣。因此，原子並不是如同拉塞福所構想的僅由質子和電子所組成。



▲圖 11-20 中子的發現者 — 查兌克（圖中右者）與結婚時的伴郎合照。



參看本書局出版之基礎物理（二）B 下第 9 章。

在查兌克發現中子後，科學家已可確認原子核由中子和質子所組成（圖 11-21），質子帶正電，中子不帶電，質子的質量 m_p 和中子的質量 m_n 約略相等，比較精確的實驗得出 $m_n \approx 1.008666 m_p$ 。中子和質子統稱為**核子**（nucleon）。因此，質量數為 A 、原子序為 Z 的原子核是由 Z 個質子，與 $(A-Z)$ 個中子所組成。

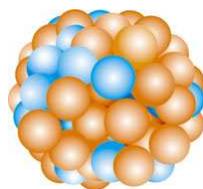


圖 11-21 原子核的組成示意圖。橘色代表質子，藍色代表中子。

原子核的種類，簡稱為核種（nuclide），表記為 ${}_Z^AX$ ，其中 X 為化學元素符號，例如 ${}^{16}_8\text{O}$ 、 ${}^{12}_6\text{C}$ 和 ${}^{14}_7\text{N}$ 。屬於同一種元素的原子核，若具有相同的質子數，但不同的中子數，質量數亦不同，則稱為**同位素**（isotope）。例如在自然界存在的碳，包含有 98.9 % 的 ${}^{12}_6\text{C}$ 和 1.1 % 的 ${}^{13}_6\text{C}$ 及極微量的 ${}^{14}_6\text{C}$ ，前兩者是屬於較穩定的碳同位素。在週期表上所列各元素的原子量，是該元素所有同位素的原子質量的自然界含量的加權平均值。



做一做

若 ${}^{12}_6\text{C}$ 的原子量為 12.000， ${}^{13}_6\text{C}$ 的原子量為 13.003，根據上文中所述碳同位素的存在比例，計算碳元素的平均原子量為何？

原子核約為 1 飛米（ $1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$ ）半徑的圓球，大約是原子尺度的 10^{-5} 倍，由於核內的質子之間有很強的庫侖力作用，彼此排斥，因此核子之間一定存在有更強的吸引力，使所有的核子可以維繫在一起。這種核子之間的吸引力稱為強作用（strong interaction），其有效的作用力範圍的數量級為 1 飛米。核力的一個重要特點是和電荷無關，質子和質子之間，質子和中子之間，以及中子和中子之間，都有核力的作用，彼此吸引。



小知識 中子在原子核內的功用

當元素的原子序增加，原子核內的靜電排斥力隨質子數的增加而變大，因此需要有些許的中子來增強對質子的核力吸引，以克服質子間的靜電排斥力。

2. 原子核的放射性和衰變

在 1896 年，法國人貝克勒（圖 11-22）意外地發現鈾元素會發出不可見的射線，開啟了原子核的研究。居里夫人（Marie Sklodowska Curie, 1867-1934，圖 11-23）和她的丈夫居里（Pierre Curie, 1859-1906）在隔年由實驗中發現釷元素（thorium，原子序 90）、釷元素（polonium，原子序 84）和鐳元素（radium，原子序 88）等，與鈾元素相同也會發出不可見射線。居里夫人首創以放射性來描述上述元素能發出放射線的性質，由於在發現放射元素方面的研究貢獻，居里夫婦和貝克勒共同獲得 1903 年諾貝爾物理獎。



▲圖 11-22 貝克勒首先發現鈾元素具有放射性。



▲圖 11-23 原子核輻射研究的開創者 — 居里夫婦和他們的長女愛玲（Irene Curie），一家三人先後獲得三次諾貝爾獎。

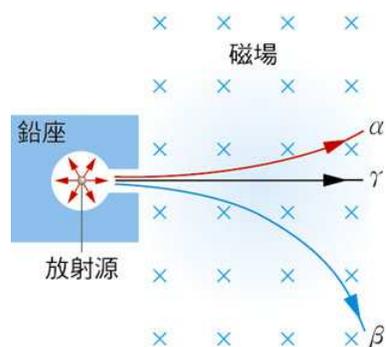


居里夫婦

居里夫婦為了獲得足量的純鐳化合物，以測量其原子量和物理及化學性質，在簡陋的學校倉庫中，以極大的毅力克服艱難，費了三年的功夫，從好幾噸重已提煉出鈾的的瀝青鈾礦殘渣中，分離出 0.1 克的氯化鐳，量出鐳的原子量為 225，其輻射強度是鈾的一百萬倍。當時沒有人認識到輻射對人體的危害，居里夫婦由於長期暴露於輻射之中，使他們的健康受到很大的傷害。1906 年，居里本人因車禍不幸逝世，居里夫人強抑悲慟，繼續原子輻射的研究。1910 年，她成功地分離出純金屬鐳。1911 年，她再一次獲頒諾貝爾化學獎，以表彰這位科學史上極為傑出之女科學家。

.....

拉塞福在 1898 年從事放射線通過磁場的實驗，其結果發現放射線分成兩種不同偏向的路徑，如圖 11-24 所示，此實驗結果顯示放射線為帶電的粒子所組成，他分別命名為 α 射線 (alpha ray) 和 β 射線 (beta ray)。1900 年，法國人維拉得 (Paul Villard, 1860-1934) 發現 γ 射線，該射線不受磁場偏折作用，而且穿透力極強。



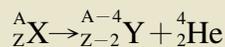
▲圖 11-24 從放射性原子核所放出的三種放射線。 α 射線為帶正電的粒子流； β 射線為帶負電的粒子流； γ 射線為波長比 X 光還短的電磁波。

拉塞福很早就確認 β 射線的本質為高速的電子束，又稱為 β 粒子，在空氣中的射程可達數公尺遠。 α 射線則一直到 1908 年，才從實驗中確證其本質為帶正電的氦原子核所組成，此帶正電的氦原子核稱為 α 粒子，在空氣中的穿透距離甚短，約僅 5 公分的射程。另外，並且得知 γ 射線的本質為光子，是一種波長比 X 光還短的電磁波。

這三種射線都是從不穩定的原子核內放射出來，當原子核放射出 α 粒子時，其核內的結構會產生變化，轉變成另一種原子核，稱為 α 衰變 (alpha decay)。同樣地，當原子核放射出 β 粒子時，也會使其結構改變，稱為 β 衰變 (beta decay)。但當原子核放射出 γ 射線時，原子序和質量數都不會改變，但會使其態改變，稱為 γ 衰變 (gamma decay)。下面分述這三種衰變：

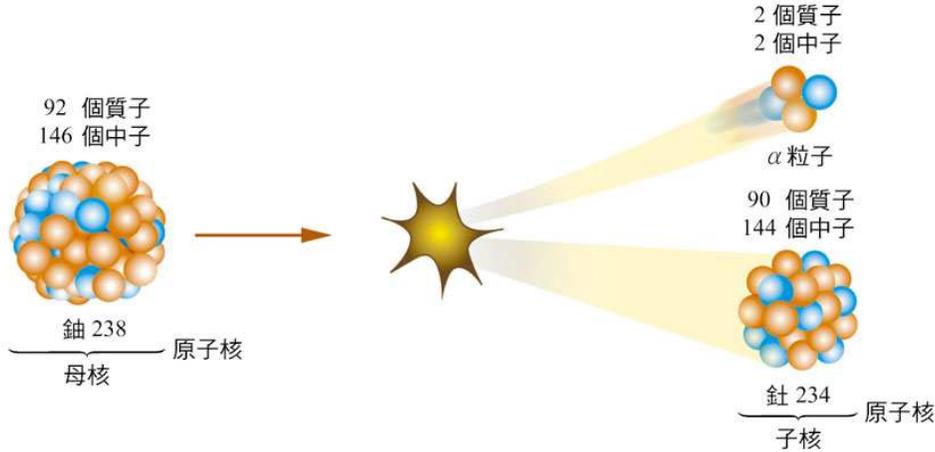
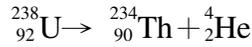
1. α 衰變

由於 α 粒子是由兩個質子和兩個中子所組成的氦原子核，故當原子核產生 α 衰變後，其核內的質子數和中子數各減少兩個，故原子序減 2，而質量數減 4，可以下列的核反應式表示之



11-25 式

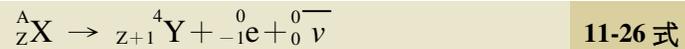
上式中 ${}^A_Z\text{X}$ 為衰變前的放射性原子核，稱為母核（parent nucleus）， ${}^{A-4}_{Z-2}\text{Y}$ 為衰變後形成的新原子核，稱為子核（daughter nucleus）。上式中核衰變前後的質量數總和與原子序總和不變。例如 ${}^{238}_{92}\text{U}$ （鈾 238）原子核進行 α 衰變後，成為 ${}^{234}_{90}\text{Th}$ （鈾 234）（圖 11-25），其核反應式為



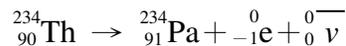
▲圖 11-25 鈾 238 的 α 衰變示意圖

2. β 衰變

β 粒子的本質就是電子，以 ${}^0_{-1}\text{e}$ 表示之，下標表示電子帶有一個負電單位，上標表示其質量數為零。在 β 衰變中，中子會轉變成質子，並生成電子和反微中子（antineutrino，符號為 $\bar{\nu}$ ），故其原子序加 1，但質量數不變。原子核產生 β 衰變可以下式表示之

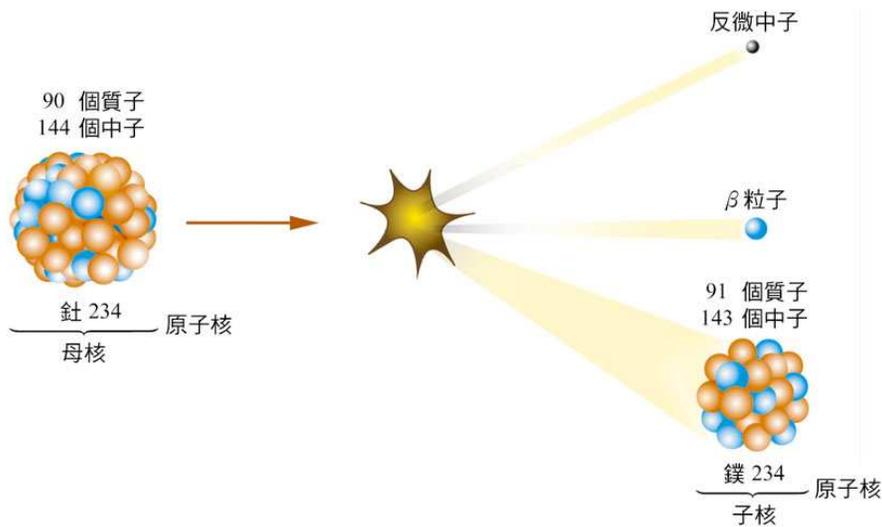


例如 ${}^{234}_{90}\text{Th}$ 經 β 衰變後，成為 ${}^{234}_{91}\text{Pa}$ （鏷 234）（圖 11-26），可以寫成下式



微中子與反微中子

本文中提到的反微中子，在 1956 年第一次在實驗中被偵測到，是一種不帶電、質量極小的粒子，不參與電磁交互作用。此外，在實驗中還發現有微中子（neutrino）。微中子和反微中子兩者在宇宙中皆大量存在，但是其與物質之間的交互作用極為微弱，因此穿透能力極強，可以穿過地球，而不被吸收。



▲圖 11-26 鈾 234 的 β 衰變示意圖。

3. γ 衰變

γ 射線是高能量的光子。當原子核的能態從高能階躍遷至低能階時，就會將兩能階的差值，以光子的形式釋放出來。通常原子核在產生 α 或 β 衰變時，都會伴隨 γ 射線的放射。原子核產生 γ 衰變時，其原子序和質量數都不會改變。例如當原子核衰變成為，同時會由原子核放射出 α 射線與 γ 射線，可以下式表示之



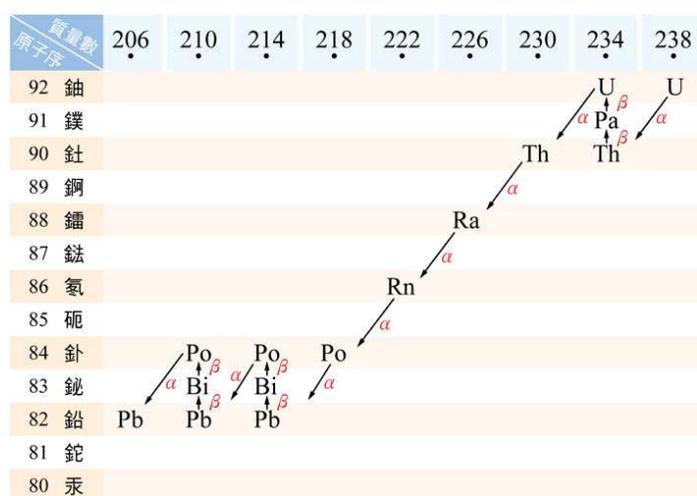
上式的 ${}_{90}^{234}\text{Th}^*$ 表示處於激發態的鈾原子核，帶有較高的能量。 γ 射線波長小於 0.001 奈米，其能量超過百萬電子伏特，具有比 X 射線還要強的穿透能力。



想一想

如何從 γ 射線的波長，估算出其能量？

當一原子核的原子序很大時，其內部所含帶正電的質子也較多，由於強作用僅能存在於鄰近核子（即質子與中子）之間，所以質子所受到的強作用束縛力並不會隨其數目增加而增加，反而此時原子核內部質子的庫倫排斥力，相形之下就會比較顯著，因此會使得原子核比較不穩定。不穩定的原子核經由放射性衰變，使其能量降低。當原子核經過一次衰變後，不一定就可以穩定，也許要連續經過多次的衰變後（可能是 α 或 β 衰變，或是兩者交替進行），才會穩定下來。例如鈾 238 原子核經 α 衰變成為釷 234 後，並未穩定下來，釷 234 會再進行 β 衰變成為錒 234，又再進行一連串的衰變，最後成為鉛 206 ($^{206}_{82}\text{Pb}$)，才變成為穩定的原子核，圖 11-27 表示其衰變過程。



▲圖 11-27 鈾放射出 α 射線與 β 射線衰變成鉛的過程，每個過程都會放射 γ 射線。



想一想

- 碳 14 原子核(1)有多少個質子跟中子；(2)經過 β 衰變後會成為什麼元素；(3)衰變後有多少個質子跟中子？

範例 11-7

${}_{92}^{238}\text{U}$ 原子核衰變成 ${}_{82}^{206}\text{Pb}$ 原子核，其間經過幾次的 α 衰變和 β 衰變？

[解答] 因為原子核經 α 衰變後，質量數會減少，但經 β 衰變後質量數不變，故可先從質量數的減少量來決定 α 衰變的次數。題中原子核的質量數共減少了 $238 - 206 = 32$ ，由於每進行一次 α 衰變後，質量數減少 4，故知總共經過 8 次的 α 衰變。

又因每進行一次 α 衰變，原子序減少 2，現在經過 8 次的 α 衰變，其原子序應減少 16，成為 $92 - 16 = 76$ 。但是最後形成的鉛，其原子序為 82，除了 α 衰變外，每經一次 β 衰變後，其原子序增加 1，故其間進行了 $82 - 76 = 6$ 次的 β 衰變，所以從 ${}_{92}^{238}\text{U}$ 原子核衰變成 ${}_{82}^{206}\text{Pb}$ 原子核的過程中，其間共經過 8 次的 α 衰變和 6 次的 β 衰變。

3. 放射性元素的半衰期

不穩定的原子核會產生放射線。放射性元素在自然狀況下會發生衰變，稱為自發衰變 (spontaneous decay)。這些原子核的放射性，是不受溫度、壓力或化學作用的影響，而只是純粹由原子核本身內部的結構來決定。

如果放射性原子核的數目很大，不論開始時原子核的數量有多少，則每隔一個固定的時間間隔，將有約半數的原子核發生衰變。這個時間間隔稱為半衰期 (half-life)，通常以 τ 或 $T_{1/2}$ 表示之。我們無法促使它衰變得快些，或阻止它衰變得慢些，而且在所有原子核中，我們也不能預先知道究竟哪一個原子核要進行衰變。



具放射性的元素.....

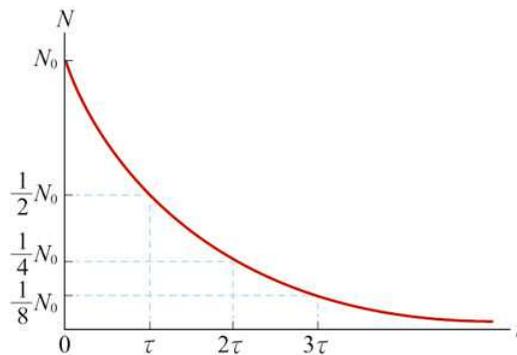
所有原子序大於 82 的元素均有放射性，稱為放射性元素。原子序小於 82 的元素之同位素者，若有放射性者，稱為放射性同位素。

如某放射性元素的半衰期為 τ ，在起始 $t=0$ 時的原子核個數為 N_0 ，經過 τ 後，約有半數的放射性元素的原子核發生衰變而變成他種原子核，原來的放射性元素的原子核個數剩下 $\frac{1}{2}N_0$ ；當 $t=2\tau$ ，在所剩的半數放射性元素的原子核中，又有約一半發生衰變，此時原來的放射性元素的原子核個數僅剩 $\frac{1}{4}N_0$ ；餘類推，如圖 11-28 所示。由上述的推論可知，經過時間 t 後，若設該放射性元素所剩尚未衰變的原子核個數為 N ，則

$$N = N_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{\tau}}$$

11-27 式

放射性同位素的半衰期，因核種的不同而差異甚大，例如氦 6 的半衰期為 0.8 秒，碘 131 的半衰期為 8.04 天，鈾 238 的半衰期為 4.46×10^9 年。



▲圖 11-28 原子核衰變時原子核數 N 與時間關係。

在化石或古生物體內常含有少量的放射性元素，這些元素的放射性強度隨時間而減弱。從 (11-27) 式可知，如果能測得標本內某一放射性元素的現存濃度和起始濃度的比值，便可計算出這些標本所經歷的時間。這種方法稱為放射性定年法 (radioactive dating)。

範例 11-8

一考古學家從古城遺址中挖得一人體的遺骸，測得體內所含 $^{14}_6\text{C}$ 和 $^{12}_6\text{C}$ 的濃度比值為 8.8×10^{-13} ，求此古人生存時的年代。（碳十四的半衰期為5730年，活體的碳十四雖然也會衰變，但是隨時可以經由呼吸作用而使得碳十四與碳十二的比例保持不變，其比值為 1.3×10^{-12} ）

[解答] 設遺骸樣品內含有 x 個 $^{14}_6\text{C}$ 和 y 個 $^{12}_6\text{C}$ 原子核，又設此人活著時，此樣品內含有 x_0 個 $^{14}_6\text{C}$ 和 y_0 個 $^{12}_6\text{C}$ 原子核。由於 $^{12}_6\text{C}$ 非常安定，因此其在體內的含量濃度不會隨時間 t 改變，故 $y_0=y$ 。利用(11-28)，可得

$$x = x_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{t/5730 \text{ 年}}$$

將上式兩邊同除以 y ，得

$$\frac{x}{y} = \frac{x_0}{y_0} \left(\frac{1}{2} \right)^{t/5730 \text{ 年}}$$

代入已知的數據，得

$$8.8 \times 10^{-13} = 1.3 \times 10^{-12} \times \left(\frac{1}{2} \right)^{t/5730 \text{ 年}}$$

$$0.68 = \left(\frac{1}{2} \right)^{t/5730 \text{ 年}}$$

$$t = -5730 \text{ 年} \times \left(\frac{\log 0.68}{\log 2} \right) = 3200 \text{ 年}$$

此古人生存於3200年前。

4. 人工的原子核反應

拉塞福於1919年首次用人工方法，使原子核衰變。他以 α 粒子撞擊氮原子核，發現 α 粒子使氮原子核衰變而放出質子。義大利物理學家費米（Enrico Fermi, 1901-1954）於1934年，利用慢中子撞擊原子核所引起的核反應而產生放射性元素，因此於1938年獲得諾貝爾物理學獎。費米的研究並且使他首度製造出比當時所知最重元素（鈾）還重的人工元素，稱為超鈾元素。

1938年德國人哈恩（Otto Hahn, 1879-1968，於1944年獲得諾貝爾化學獎）及奧國人麥特納（Lise Meitner, 1878-1968）以慢中子撞擊鈾，找到與鈾的原子序相差幾近一半的鋇(barium)及氙(krypton)。這意味我們可以用慢中子撞擊原子核，將其分裂成兩個原子核，稱之為核分裂（nuclear fission）。當鈾原子核分裂時，各粒子的質量總和在反應前後不同，生成物的總質量比反應物的總質量少了些。按照愛因斯坦的質能關係（mass-energy relation），減少的質量轉變成能量，稱為核能。原子核分裂產生的核能比一個化學反應所能產生的能量（只牽涉到一、兩個原子內電子的轉移）大上幾百萬倍。

另一種核反應稱為核熔合（nuclear fusion）的原子核反應，由兩個較小質量的原子核結合在一起，形成一個較大質量的原子核及其他粒子。核熔合前後各粒子的總質量不同，因為生成物的總質量比反應物的總質量少，則由於能量守恆的關係，損失的質量轉換成能量，便有核能產生。核熔合反應是宇宙中像太陽等恆星能量的主要來源。

與核分裂反應相比較，若以相同質量的核反應燃料來比較，核熔合較核分裂可以產生更多的能量，且在核反應後不會產生輻射汙染，可以作為一種乾淨的能源。然而，核熔合需要在極高溫的環境進行，目前世界上進行商業運轉的核能電廠皆利用核分裂產生的核能來發電，直到今日，科學家仍然沒有足夠的技術使核熔合反應可以在安全穩定的控制下進行，所以商業化的核熔合電廠仍尚待開發。



請參考附錄第四節。

11-1 拉塞福的原子模型

1. 拉塞福根據 α 射線散射的實驗結果，提出有核原子模型。
2. 在拉塞福的原子模型中，正電荷聚集在稱為原子核的極小區域內，而電子以原子核為中心在核外環繞運動。
3. 原子核所帶正電荷等於原子內所有電子的電荷總和，原子的質量幾乎都集中在原子核上，原子核的半徑約 $10^{-14} \text{ m} \sim 10^{-15} \text{ m}$ 。
4. 當 α 粒子入射路徑極為靠近帶正電的原子核時，由於受到強大的庫侖排斥力作用，將會造成 α 粒子的大角度散射。
5. 根據古典電磁理論，當電子環繞原子核的運動，會不斷地輻射出電磁波，電子的能量逐漸減小，最後墜落到原子核上，無法構成一個穩定的原子，這是拉塞福原子模型存在的問題。

11-2 氫原子光譜與波耳的氫原子模型

6. 高溫固體表面發射的電磁波為連續的發射光譜，單原子氣體放電僅發射數種波長，稱為線狀的發射光譜。
7. 連續光譜的光源照射單原子氣體，原子僅吸收數個特定波長的光，呈現線狀的吸收光譜。
8. 巴耳末首先找到氫原子光譜的可見光區域中前四條光譜線波長之間的經驗公式為 $\lambda = \frac{n^2}{n^2 - 2^2} \lambda_0$ ， $\lambda_0 = 364.56 \times 10^{-9} \text{ m}$ ， n 為大於或等於 3 的整數。
9. 芮得柏將巴耳末公式中修正為 $\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ ， $R_H = 1.0968 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ ，稱為氫原子的芮得柏常數。
10. 瑞茲提出任何光譜線皆具有關係式為 $\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ ， $n > m$ 且均為整數。
11. 波耳原子模型第一個假設是：電子受原子核的庫侖引力作用下做圓周運動。但是電子僅能在稱為定態的特定軌道上，電子在定態軌道的角動量 L 必定等於 $h/2\pi$ 的整數倍（ h 為普朗克常數）。
12. 波耳原子模型第二個假設是：電子在定態軌道上運動時，不會放射電磁波，當

電子從一個能量較高的定態軌道，躍遷到另一個較低能量的定態軌道時，則以一個光子的形式輻射出電磁波，所輻射出的光子能量等於兩者間的能量差。

13. 根據波耳原子模型，電子能存在的定態的軌道半徑與能量是不連續的，稱為被量子化，軌道半徑 $r = \frac{n^2 h^2}{4 \pi^2 m k Z e^2}$ ，能量 $E = -\frac{2 \pi^2 m k^2 Z^2 e^2}{h^2} \left(\frac{1}{n^2} \right)$ ，電子的電荷和質量分別為 $-e$ 和 m ， Z 為原子序， n 為任意正整數。
14. 氫原子中的電子軌道半徑 r_n 和能量 E_n 分別為 $r_n = 0.0529 n^2$ (nm)， $E_n = -\frac{13.6}{n^2}$ (eV)。
15. 當 $n=1$ 時，此為氫原子的最低能量，稱為基態，而當 $n=2$ 時，稱為第一受激態， $n=3$ 時，稱為第二受激態，其餘類推。若 $n=\infty$ 時，稱為游離態。

11-3 物質波

16. 德布羅意提粒子像光一樣具有波動和粒子的二象性。
17. 若粒子的動量為 p ，則其對應的物質波之波長 $\lambda = \frac{h}{p}$ ， h 為普朗克常數。
18. 戴維森和革末利用電子束射擊鎳晶體的表面，測得散射後的電子束的分布狀況具有波動干涉才能解釋的現象，證明了運動電子的物質波確實存在。
19. G.P.湯姆森，以電子束透射金屬箔，取得電子分布的繞射圖樣，亦提供物質波存在的實驗證據。
20. 德布羅意利用處在定態的電子，其物質波形成駐波，定態軌道半徑 r 的圓周長度，恰等於其物質波波長 λ 的整數倍，簡單解釋波耳氫原子模型中的角動量量子化規則。
21. 玻恩提出粒子的物質波可以反映粒子在空間中出現的機率。

11-4 原子核

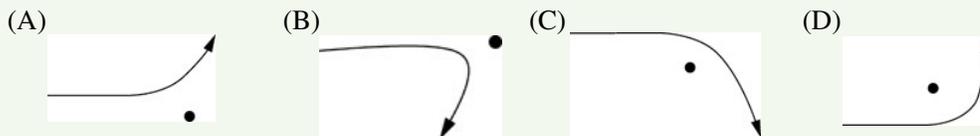
22. 查兌克由實驗證實中子的存在。
23. 原子核由中子和質子所組成，質子帶正電，中子不帶電，質子的質量 m_p 和中子的質量 m_n 約略相等。質量數為 A 、原子序為 Z 的原子核是由 Z 個質子，與 $(A - Z)$ 個中子所組成。

24. 同一種元素的原子核，若具有相同的質子數，但不同的中子數，稱為同位素。
25. 當原子核產生 α 衰變後，其核內的質子數和中子數各減少兩個，故原子序減 2，而質量數減 4。
26. 當原子核產生 β 衰變，中子會轉變成質子，並生成電子和反微中子，故原子序加 1，但質量數不變。
27. γ 射線是高能量的光子，當原子核的能態從高能階躍遷至低能階時，就會將兩能階的差值，以 γ 射線的形式釋放出來，故原子核產生 γ 衰變時，其原子序和質量數都不會改變。
28. 原子核每隔一個固定的時間間隔，將有約半數的原子核發生衰變，這個時間間隔稱為半衰期。
29. 慢中子撞擊原子核，將其分裂成兩個原子核，稱之為核分裂。兩個較小質量的原子核結合在一起，形成一個較大質量的原子核及其他粒子稱為核融合。
30. 在核分裂與核融合，反應後減少的質量轉變成能量，稱為核能。

一、問答題

1. 在拉塞福的 α 粒子散射實驗中，在 α 粒子的入射能量相同的條件下，分別撞擊金箔和銀箔，何者產生大角度散射的機率較高？已知金的原子序為 79，銀的原子序為 47

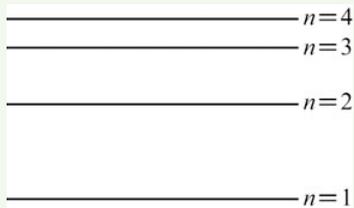
2. 下列各圖為 α 粒子經過原子核附近時的軌跡形狀，哪些是不可能的



3. 在分析拉塞福的 α 粒子散射實驗時，我們都沒有考慮原子核外的電子對 α 粒子的影響。但是我們知道電子的電量是 α 粒子的一半，為何原子核外的電子不會對 α 粒子產生大角度的散射？
4. 波耳在氫原子結構的理論中，引入了量子數 n ，下列各物理量與 n 的比例關係為何？

例如：電子的軌道半徑 r	$\propto n^2$
電子的動能 K	\propto
電子在軌道中的角動量 L	\propto
電子在軌道中的運動速率 v	\propto
電子的軌道運動頻率 f	\propto

5. 在波耳的氫原子模型中，當電子由能態 $n=3$ 直接躍遷至 $n=1$ 所發射的光子和由能態 $n=2$ 躍遷至 $n=1$ 所發射的光子比較，何者波長較長？
6. 在氫原子光譜中同一系列的譜線，隨著頻率的增高，相鄰譜線之間的頻率差距是隨之增加還是減少？
7. 如圖 11-29 所示為氫原子的部分能階圖，當電子由 _____ 能態 $n=4$ 躍遷至低能態，所輻射出的光譜線頻率最多可能有幾種？又哪一條譜線的頻率最大？哪一條譜線的波長最大？



▲圖 11-29

8. 在不同溫度下，測量氫原子的巴耳末系光譜，所得發射光譜上的亮線波長是否會隨之改變？
9. 當粒子的物質波長增大至 1 公尺，是否我們就可以用眼睛看到粒子隨其物質波振動？
10. 放射性同位素鈷 60 (^{60}Co) 常用以治療癌症，請查閱週期表，說出鈷 60 原子的內部由哪些粒子組成？其數量各是多少？
11. 一考古學者宣稱找到一個生物化石，經利用放射性碳 14 測年法，得知該生物生存於 2 億年以前。這句話的可信度如何？（已知碳 14 半衰期為 5730 年）

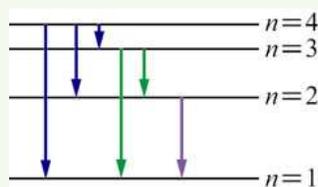
二、計算題

11-1 拉塞福的原子模型

12. 一 α 粒子以 1.6×10^7 m/s 的速率，正面碰撞金原子核（假設金原子核固定不動），則 α 粒子和金原子核之間所能趨近的最小距離為何？
13. 在拉塞福的 α 粒子散射實驗中，設 α 粒子的初速保持不變，若 α 粒子入射方向恰正對金原子核時，兩者之間的最近距離為 r 。若 α 粒子的入射方向偏離金原子核，當兩者最接近時， α 粒子的動能為初動能的 $15/16$ ，則此時兩者之間相距多遠？

11-2 氫原子光譜與波耳的氫原子模型

14. 如圖 11-30 所示為氫原子的部分能階圖， λ_1 、 λ_2 和 λ_3 分別為電子從不同的能階躍遷時，所輻射出的光子波長，試問三者之間有何數學關係？
15. 一處於基態 ($n=1$) 的氫原子，吸收一個光子後被激發至 $n=3$ 的能階，則此光子的波長為多少？
16. 在氫原子光譜的巴耳末系和帕申系的各譜線中，最長的波長各為何？又在此兩系中的最短波長各為何？
17. 一處於基態的氫原子，在吸收光子後，其軌道半徑增大為原先的 4 倍，則所吸收的光子的能量為何？
18. 已知一氫原子的電子從 $n=2$ 的能階，躍遷至 $n=1$ 的能階時，所放出的光子能量為 E ，則一氦離子 He^+ （原子序 $Z=2$ ）的電子從 $n=3$ 的能階，躍遷至 $n=2$ 的能階時，所放出的光子能量為何？



▲圖 11-30

- ※19. 已知將氦原子中的兩個電子完全除去，所需的總能量為 79.0 eV，則僅除去第一個電子時，所需的能量為何？
- ※20. 若氫原子輻射出波長為 102.5 nm 的紫外線光譜線，求該譜線是由哪個高能態躍遷至哪個低能態所產生的？
- 21. 設電子質量為 m 、電荷為 $-e$ ，依照波耳氫原子模型，若氫原子中的電子處於能態 n 時，電子的軌道速率為何？
- 22. 欲將原子內電子自最低能態脫離出原子，所需提供的最小能量稱為游離能 (ionization energy)。試問 Li^{2+} ($Z=3$) 的游離能為何？

11-3 物質波

- 23. 在溫度為 27 °C 時，處於熱平衡狀態下的中子 (質量為 1.67×10^{-27} kg) 物質波的波長的數量級為何？
- 24. 設一質量為 m 的電子其速率遠小於光速，它的動能與一光子的能量相等，若電子的物質波之波長為 λ ，則光子的波長為何？
- 25. 一氫原子從基態被激發至 $n=2$ 的受激態，則電子的物質波波長為原來的幾倍？

11-4 原子核

- 26. ${}_{92}^{235}\text{Pb}$ 原子核經衰變成 ${}_{82}^{207}\text{Pb}$ 原子核，其間經過幾次的 α 衰變和 β 衰變？
- 27. 已知放射性元素甲會衰變成元素乙，設某樣品中的元素甲在第三年末，其中有 $\frac{7}{8}$ 會衰變成元素乙，則在第四年末時，該樣品中元素甲的含量還剩下幾分之幾？
- 28. 若原為 5.0 克的碳 14 同位素經過 11460 年後，衰變成為氮 14 的原子有幾個？
- 29. 鉛的放射性同位素 ${}_{82}^{214}\text{Pb}$ 會進行一次 β 衰變成為元素 X，請寫出核反應方程式。