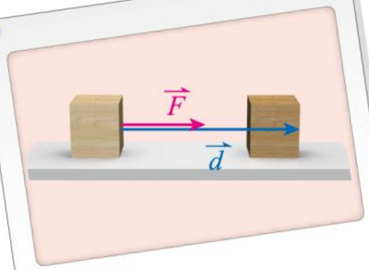
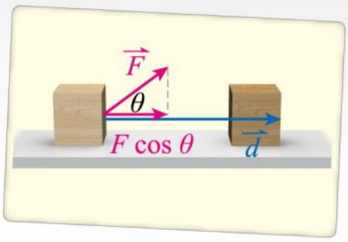
大雨過後，水庫大壩上宣洩過多的儲水，其勢浩大令人難忘，水由高處往低處流，本是自然界中常見的現象。本章將介紹功與能量，看看這些場景如何以「能量」的觀點來討論。

CHAPTER 8 8-1 功與功率

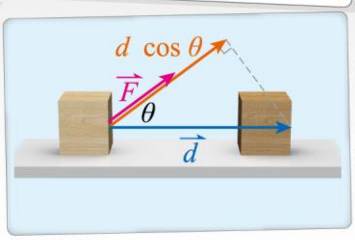
∴圖 8-1



(a)當物體受力的方向和位移同方向，則施力對物體所作的功 $W = Fd$ 。



(b)當物體受力的方向和位移夾成 θ 角，則施力對物體所作的功 $W = (F\cos\theta)d = Fd\cos\theta$ 。



(c)當物體受力的方向和位移夾成 θ 角，則施力對物體所作的功 $W = F(d\cos\theta) = Fd\cos\theta$ ， $d\cos\theta$ 為平行力方向的位移分量。

一、施力所作的功

在一光滑平面上施一水平方向的力推動一物體，行進的距離愈大，物體的末速也會愈大；若固定物體的行進距離，則愈大的定力作用下，物體也可以得到愈大的末速度。同一物體的速度愈大，其動能也愈大，因此可以推斷動能的改變與作用力及位移均有關。當手握細繩使小球在水平面上繞圓心作等速圓周運動時，手不停地向細繩施力，小球會沿著圓周方向運動，但是物體的動能卻不增加，可見要改變物體的動能，還需要考慮作用力及位移的方向。在施一水平力推動一物體的例子中，人用力推動物體，而使此物體產生運動，我們說：人對物體作功，而所作的功轉換成物體的動能。一般說來，能量轉換過程中常常伴隨著作功，而物理學中，功是有明確定義的。

如圖 8-1(a)所示，考慮一個物體在光滑平面上受一定力 $\vec{F}$ 作用時，若物體受力的方向與其位移同方向，則施力對物體所作的**功**（work）定義為力 F 與位移 d 的乘積，以數學式表示為：

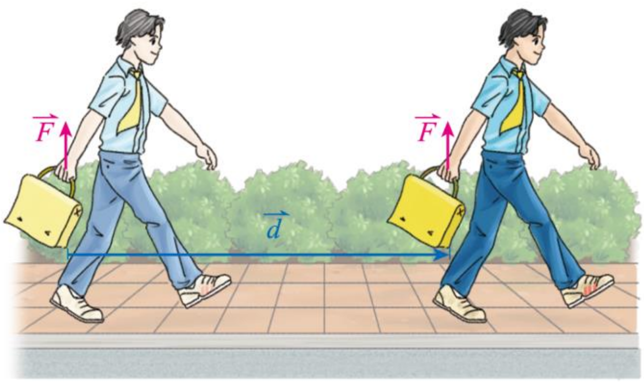
$$W = Fd \qquad (8\text{-}1)$$

如圖 8-1(b)所示，如果物體受力的方向和所產生的位移並不同方向，而是夾了一個角度

θ，則施力對物體所作的功為沿位移方向的分力（$F\cos\theta$）和位移量值（d）的乘積，也就是：

$$W = Fd\cos\theta \tag{8-2}$$

(8-2)式的意義在功 $W = (F\cos\theta)d$，其中 $F\cos\theta$ 為平行位移方向有效的分力，也可看成 $d\cos\theta$ 為平行力方向有效的位移，如圖 8-1(c)，則施力對物體所作的功 $W = F(d\cos\theta) = Fd\cos\theta$。在(8-2)式中，若 θ 介在 0°與 90°之間（$0° \le \theta < 90°$），則由(8-2)式，可知 $W > 0$，此時施力對物體所作的功為正功，物體的動能增加；若 θ 介在 90°與 180°之間（$90° < \theta \le 180°$），則由(8-2)式，可知 $W < 0$，此時施力對物體作負功，物體的動能減少；若 $\theta = 90°$，也就是施力方向與位移方向垂直，則 $W = 0$，此時施力對物體是不作功的。例如小威提著書包等速水平移動（圖 8-2），此時施力垂直向上，位移為水平向前，雖然提著書包移動比起兩手空空是較費力，但在物理學上他對書包所作的功為零。



∴圖 8-2　小威提著書包等速水平移動，施力方向與位移方向垂直，施力作功為零。

(8-2)式中沿位移方向的分力和位移量值的乘積即為施力對物體所作的功，由於力和位移皆為向量，數學上兩向量 $\vec{A}$ 與 $\vec{B}$ 之內積定義為 $\vec{A}\cdot\vec{B} = AB\cos\theta$，其中 θ 為兩向量 $\vec{A}$ 與 $\vec{B}$ 所夾的角度，因此(8-2)式可改寫為：

$$W = \vec{F}\cdot\vec{d} = Fd\cos\theta \tag{8-3}$$

功的單位在 SI 制中為牛頓．公尺（N．m），為了紀念十九世紀英國科學家焦耳（James P. Joule，英國，1818～1889），此單位又稱為**焦耳**（joule，簡寫為 J）。

物理學上的「功」與日常生活用語中的「功」意義不同，大家要小心以免產生混淆。例如日常生活用語中我們說一名成日埋首書堆的同學很「用功」唸書，然而在物理學的描述中，對某物體作功可以改變此物體的能量。

例題　8-1

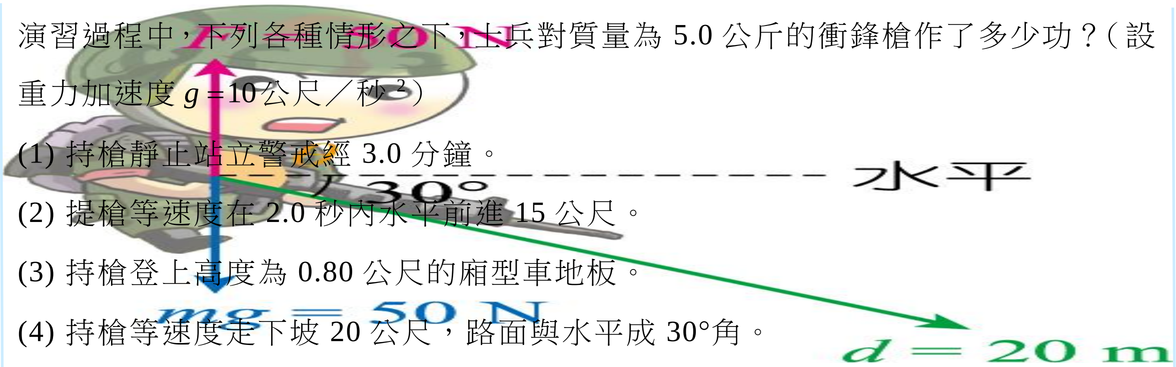
演習過程中，下列各種情形之下，士兵對質量為 5.0 公斤的衝鋒槍作了多少功？(設重力加速度 g = 10 公尺／秒^2)

(1) 持槍靜止站立警戒經 3.0 分鐘。

(2) 提槍等速度在 2.0 秒內水平前進 15 公尺。

(3) 持槍登上高度為 0.80 公尺的廂型車地板。

(4) 持槍等速度走下坡 20 公尺，路面與水平成 30°角。



解　(1)衝鋒槍靜止平衡，故士兵施力 F 向上抵消衝鋒槍的重量，

$F = mg = 5.0 \times 10 = 50$（N），但無位移，故作功為零。

(2)衝鋒槍等速水平運動，故所受的合力為零，

同第(1)小題，士兵施力 50 N 鉛直向上，但位移為水平，故夾角 90°，

$W = \vec{F} \cdot \vec{d} = 50 \times 15 \times \cos 90° = 0$。

(3)士兵施力向上，衝鋒槍位移亦向上，夾角為 0°，

$W = \vec{F} \cdot \vec{d} = 50 \times 0.80 \times \cos 0° = 40$（J）。

(4)如圖，士兵施力向上，

而衝鋒槍之位移與水平方向夾 30°角向下，

故施力與位移夾角 $\theta = 120°$，

$W = \vec{F} \cdot \vec{d} = 50 \times 20 \times \cos 120° = -500$（J）。

想一想

功的正負號是否代表方向？

例題　8-2

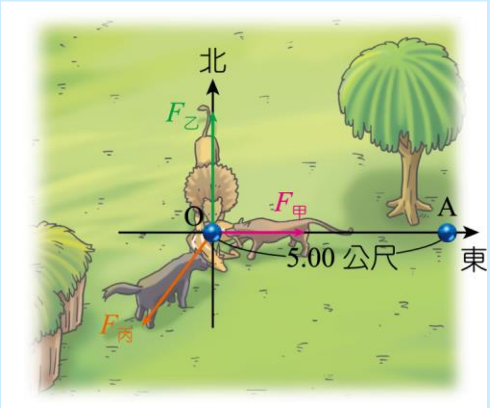
由高空向下看，甲、乙、丙三隻猛獸在平原上搶奪一獵物，施力的方向如圖所示，考慮獵物的位置由 O 點向東方等速移動至 A 點的過程，OA 長 5.00 公尺。

(1) 問三隻猛獸的施力對獵物作正功、負功或不作功？

(2) 合力若干？合力作功若干？

(3) 承上題，若甲獸施力 300.0 牛頓，乙獸施力 400.0 牛頓，求丙獸施力量值與方向？

(4) 承上題，求三隻猛獸之施力對獵物各作功若干？三隻猛獸對獵物作功之總和若干？



解

(1)甲獸施力與位移同方向，甲獸作正功；乙獸施力與位移垂直，乙獸不作功；丙獸施力與位移方向之夾角為鈍角，丙獸作負功。

(2)獵物作等速運動，故外力的合力為零。獵物雖有位移，但因合力為零，故作功為零。

(3)獵物為三力平衡。丙獸施力量值為甲、乙兩獸施力之向量和的量值。

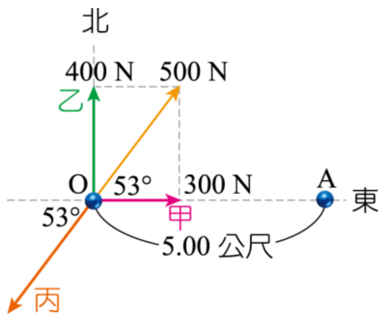
故丙獸施力 $F=\sqrt{300.0^2+400.0^2}=500.0$（N），

方向與甲、乙兩獸之合力反方向。

設甲、乙兩獸合力的方向為東偏北 ϕ 度，

$\tan\phi=\dfrac{400.0}{300.0}=\dfrac{4}{3}$，$\phi=53°$，

丙獸施力的方向為西偏南 53°。



(4)甲獸作功 $W_1=Fd\cos\theta=300.0\times5.00\times\cos0°=1.50\times10^3$（J），

乙獸作功 $W_2=Fd\cos\theta=400.0\times5.00\times\cos90°=0$（J），

丙獸作功 $W_3=Fd\cos\theta=500.0\times5.00\times\cos(180°-53°)=-1.50\times10^3$（J），

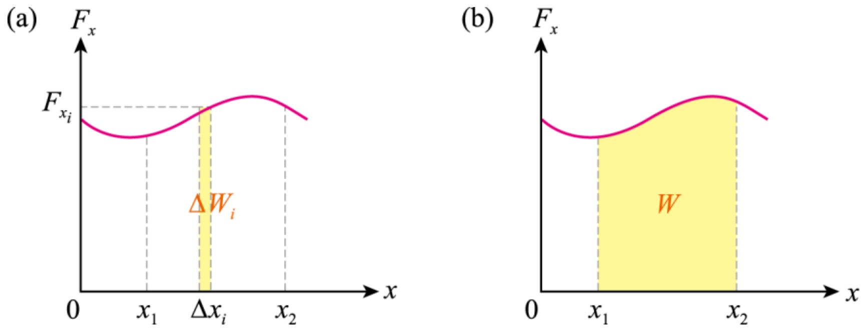
三隻猛獸對獵物作功之總和為

$W=W_1+W_2+W_3=1.50\times10^3+0+(-1.50\times10^3)=0$。

想一想

多個力同時作用於同一物體時，各力分別作功的總和與合力作功相等嗎？

如果物體所受的力隨物體所處位置的不同而改變，要計算這種變力所作的功，由於力的量值與方向皆有可能變化，處理上將有些繁複。以一維運動為例，我們可以藉由上冊第一章的概念：等速運動物體的位移為速度與時間的乘積，若為速度隨時間改變的變速度運動，物體的位移為其 $v-t$ 圖曲線下面積。同樣的概念下，定力作功為定力與物體位移的乘積，故變力作功為其 $F-x$ 圖曲線下面積。如圖 8-3(a)所示，每一小段的位移過程中，施力對物體所作的功為圖中底邊寬為 Δx_i 、高為 F_{x_i} 的細長條面積；而當物體從位置 x_1 移動至 x_2 的過程中，位移 $d=x_2-x_1$ ，施力對物體所作的功 W，就等於 F_x 對 x 函數關係圖所繪出曲線與 x 軸所圍出的面積，如圖 8-3(b)中的黃色區域所示。非直線運動的處理，可沿著路徑分割成許多小位移，再將各段小位移中所作的功相加，即可求出作功大小來。



∴圖 8-3 (a)在某一小段位移 Δx_i 中，施力對物體所作的功 ΔW_i 恰等於細長條的面積。
(b)當物體從位置 x_1 移動至 x_2 的過程中，施力者對物體所作的功 W 恰等於 F_x 對 x 函數關係圖所繪出曲線與 x 軸所圍出的面積。

例題 8-3

小威於水平面上推質量 m 的木箱前進，如圖所示，下列兩種情形小威對木箱作功若干？

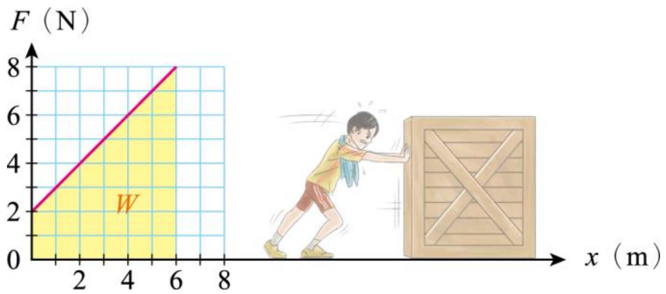
(1) 沿 x 方向推木箱，施力量值為 $F(x)=x+2$（SI 制）。則木箱由 $x=0$ 至 $x=6$ 過程中，施力對木箱作的功為若干？

(2) 施力推動木箱使其等速率緩慢繞半徑 R 之操場一周，回到原出發點，動摩擦係數 μ，則施力對木箱作功若干？

思路：(1)力 F 的量值改變，但方向不變時所作的功為 $F-x$ 圖曲線下的面積。

(2)方向不斷改變的變力，其作功可視為很多個階段作功的總和。

解 (1)小威所施的力隨木箱之位置而變，故小威所施之力為變力，作功 $W=F-x$ 圖之圖線下的面積=梯形的面積$=(2+8)\times 6\div 2=30$（J）。



(2)小威顯然無法施量值固定、方向也固定的推力，使木箱繞半徑 R 之操場一周，回到原出發點。所以本題為變力作功，將全程分為 n 階段運動，即圓周分為 n 等分，每等分的路徑長為 $\Delta\ell$。若 $n\to\infty$，則 $\Delta\ell\to 0$，每階段均可視為定力（量值固定、方向也固定）作功，且位移的量值與路徑長可視為相等。

每階段固定的施力 F 與動摩擦力 f_k 量值相等，但方向相反，

作功 $\Delta W=F\cdot d=f_k\cdot\Delta\ell=\mu mg\cdot\Delta\ell$，

全程作功 $W=\Sigma\Delta W=\Sigma\mu mg\cdot\Delta\ell=\mu mg\Sigma\Delta\ell=\mu mg\cdot 2\pi R=2\pi\mu mgR$。

想一想

在例題 8-3 第(2)小題中，物體的位移為零，為何施力作功不為零？

二、功率

小康和小熹施相同的力向前推動腳踏車，使之移動相等的位移，則兩人作功相等，誰可以在較短的時間內推動腳踏車，完成所作的工作（達到相等的位移），從實用的觀點來看有時更加重要。當颱風來襲時，抽水站的抽水馬達要源源不絕地把積在市區的水往河道中抽，只要時間夠，再多的水也可以抽乾，但是實際的情況是抽水馬達單位時間內抽的水量要夠多，才能夠保證不淹水，如圖 8-4 所示。

∴圖 8-4　當颱風來襲時，抽水馬達單位時間內插的水量要夠多，才能夠保證不淹水。

單位時間內所作的功稱為**功率**（power）。假設施力者在 Δt 的時間間隔內作了 ΔW 的功，則**平均功率** $\overline{P}$（average power）的定義如下：

$$\overline{P}=\frac{\Delta W}{\Delta t} \tag{8-4}$$

如果所取的時間間隔 Δt 極短（即 Δt 趨近於零），則可以將這一極短時間視為一瞬間，其間的平均功率就稱為瞬時功率，簡稱功率，以數學式表示為：

$$P=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta W}{\Delta t} \tag{8-5}$$

功率的 SI 單位為焦耳／秒（J/s），又稱為**瓦特**（watt），簡稱瓦（W），也就是 1 瓦特等於 1 焦耳／秒（1 W＝1 J/s）。一千瓦特的功率也常用千瓦（kW）表示之，1 kW＝1000 W。

Note

英制工程上常用馬力（horse power，簡寫為 hp）作為功率的單位。馬力和瓦特的換算關係為 1 hp＝746 W。

假設某一時間間隔 Δt 內，物體沿著 $+x$ 方向運動（或取物體的運動方向為 $+x$ 方向），由功的定義 $\Delta W = F_x \Delta x$，可以知道 $\Delta W = F_x \Delta x = F(\Delta x)\cos\theta$，其中 Δx 為物體在力 $\vec{F}$ 的作用下的位移，θ 則為作用力與此位移間的夾角，ΔW 為所作的功。把此式代入(8-5)式可以得到：

$$P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{F \Delta x \cos\theta}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} F \frac{\Delta x}{\Delta t} \cos\theta = Fv\cos\theta \tag{8-6}$$

式中 v 為物體的瞬時速率，極短時間內的位移方向就是瞬時速度的方向，因此 θ 也是作用力和瞬時速度之間的夾角，我們可以改寫(8-6)式為：

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} \tag{8-7}$$

也就是說功率可寫成作用力與瞬時速度的內積。當作用力的方向和物體的速度方向相同，也就是 $\theta = 0°$，則(8-6)式可以改寫為：

$$P = Fv \tag{8-8}$$

例題 8-4

一抽水機每秒將 8.0 公斤的水由 9.0 公尺深的井底抽上地面，求抽水機運作時的最小功率？（設重力加速度為 g＝10公尺／秒 ²）

解　《方法一》

抽水機對水之施力 F 鉛直向上，使水在 1 秒內由井底到達 9.0 公尺高的地面，

故平均速度量值 $v = \dfrac{\Delta y}{\Delta t} = \dfrac{9.0}{1}$ =9.0（m/s），方向亦向上。

$P = \vec{F} \cdot \vec{v} = mg \times v \times \cos 0° = (8.0 \times 10) \times 9.0 \times 1 = 7.2 \times 10^2$（W）。

8

《方法二》

抽水機反抗向下的重力，至少需施向上的力 mg，使質量為 m 的水上升至 h 高處，故抽水機作功 $W=\overrightarrow{F}\cdot\overrightarrow{d}=mg\times h\times\cos 0°=mg$，

功率 $P=\dfrac{W}{t}=\dfrac{mgh}{t}=\dfrac{8.0\times 10\times 9.0}{1}=7.2\times 10^{2}$（W）。

由於抽水機運作時，機件間的摩擦亦會損耗功率，故 7.2×10^2（W）為運作時之最小功率。

例題 8-5

質量 3.00 公斤之物體從 20.0 公尺高處自由落下，取重力加速度 $g=10$ 公尺／秒 ^{2}，則：

(1) 落地前瞬間重力的瞬時功率為何？

(2) 全程平均功率為何？

解

(1)物體作靜止出發之自由落體運動，

由 $d=\dfrac{1}{2}gt^2$， $20.0=\dfrac{1}{2}\times10.0\times t^2$，解得 $t=2.00$（s），

落地前瞬間物體受力 $F=mg=3.00\times 10.0=30.$（N），

物體速度 $v=gt=10.0\times 2.00=20.$（m/s），

故重力的瞬時功率 $P=\overrightarrow{F}\cdot\overrightarrow{v}=30\times20\times\cos 0°=60$（W）。

(2)物體全程受量值固定且方向也固定之重力 mg，

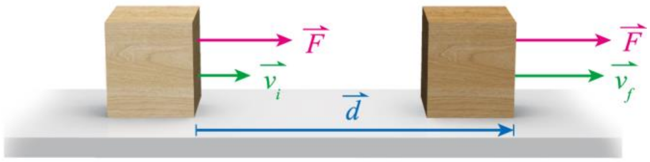
$$\overline{P}=\frac{\Delta W}{\Delta t}=\frac{\overrightarrow{F}\cdot\overrightarrow{d}}{\Delta t}=\frac{(mg)h\cos 0°}{\Delta t}=\frac{(3.00\times10.0)\times20.0}{2.00}=3.00\times10^2\ (\text{W})。$$

想一想

例題 8-5 中，平均功率為瞬時功率的一半，為什麼？不同形式的運動都有同樣的結論嗎？

CHAPTER 8 8-2 動能與功能定理

質量為 m 的物體在合力 $\vec{F}$ 的作用下，於光滑水平面上以初速 $\vec{v_i}$ 往右方運動，行經的位移為 $\vec{d}$，在這過程中物體的速度由 $\vec{v_i}$ 改變為 $\vec{v_f}$，如圖 8-5 所示。



∴圖 8-5　質量為 m 的物體在合力 $\vec{F}$ 的作用下，行經位移 $\vec{d}$，物體的速度由 $\vec{v_i}$ 改變為 $\vec{v_f}$。

則分析合力對物體所作的功為：

$$W = Fd = (ma)d \tag{8-9}$$

並代入等加速運動公式：$v_f^2 - v_i^2 = 2ad$，整理可得：

$$W = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 \tag{8-10}$$

(8-10)式等號右邊的物理量 $\frac{1}{2}mv^2$ 稱為物體的**動能**（kinetic energy），以簡寫記號 K 表之，即：

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \tag{8-11}$$

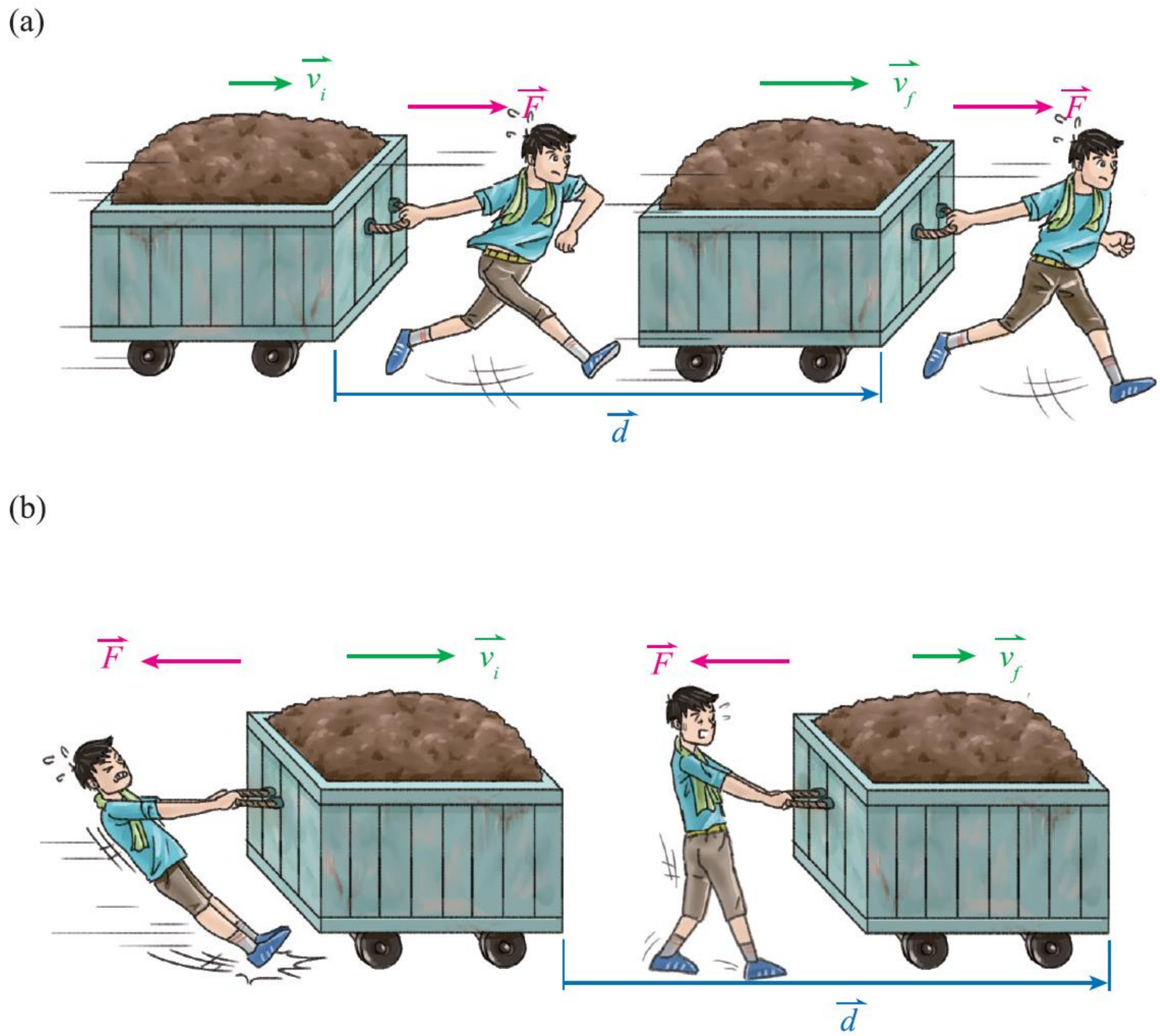
所以物體受力時，合力所作的功與動能之間的關係式(8-10)式可改寫為：

$$W = K_f - K_i = \Delta K \tag{8-12}$$

此式顯示合力對物體所作的功 W 等於物體動能的變化量 $K_f - K_i$，稱為**功能定理**（work-kinetic energy theorem）。

如果合力作正功，則物體的速率會增加；如果合力作的是負功，則物體的速率會減少，如圖 8-6 的例子所示，施力拉動車子，車子的速率會增加，若是反向拉住行進間的車子，則可以減小車子的行進速率。如果合力所作的功為零，則物體的速率不變，例如物體作等速圓周運動時，因為向心力一直是與瞬時位移的方向垂直，所作的功為零，因此物體的動能沒有變化，也就是說其速率不變。

由於功與能量都是純量，因此應用功能定理時不用涉及向量的運算，常常可以使物理問題的處理大為簡化。



∴圖 8-6　(a)拉動車子，增加車子的行進速率。
(b)拉住行進間的車子，則可以減小車子的行進速率。

例題　8-6

如圖一汽車，質量為 1.00×10^3 公斤，正以 10.0 公尺／秒的速度行駛。若突然緊急煞車，車在 1.00 秒內停住。設摩擦力為定值，則：

(1) 用牛頓第二運動定律求減速過程摩擦力為若干？

(2) 用功能定理算出煞車時摩擦力作功若干？再求出煞停前的位移，並以功的定義求摩擦力。

思路：以作用力產生加速度的觀點可以求得摩擦力，或以摩擦力作負功使汽車動能減小的觀點也可以求得摩擦力。

解　(1)減速時摩擦力為定值，因此汽車作等加速運動，

由 $v_2=v_1+at$ ，$0=10.0+a\times1.00$ ，

解得加速度 $a=-10.0$（m/s²），

由牛頓第二運動定律 $f=ma=1.00\times10^3\times(-10.0)=-1.00\times10^4$（N）。

(2)由功能定理 $W=\Delta K$ ，

$$W=\Delta K=K'-K=0-\frac{1}{2}mv^2$$

$$=0-\frac{1}{2}\times1.00\times10^3\times10.0^2=-5.00\times10^4\ (\text{J})。$$

$$再由\ d=v_1t+\frac{1}{2}at^2$$

$$=10.0\times1.00+\frac{1}{2}\times(-10.0)\times1.00^2\ (\text{m})，$$

得煞停距離為 5.00（m）。

摩擦力作功為 $W=fd$，$-5.00\times10^4=f\times5.00$ ，

$f=-1.00\times10^4$（N）。

例題 8-6 中之兩小題計算摩擦力所使用的方法不同，所得到的摩擦力相同嗎？

例題 8-7

質量 2.0 公斤之物體在光滑水平面上作直線運動，其位置對時間之關係為 $x = 3.0 \times t^2 + 5.0$（SI 制），則自 0 到 4.0 秒之間，外力共作功若干？

思路：功可由定義 $W = \vec{F} \cdot \vec{d}$ 求得，亦可由功能定理 $W = \Delta K$ 求得。

解

《方法一》

物體位置對時間之關係 $x = 3.0\times t^2 + 5.($為 t 的二次方程式，

可以判斷出物體作等加速運動，

由 $d = \Delta x = v_0 t + \dfrac{1}{2}at^2$，

得 $x = \dfrac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$，比較係數，

可得初速度 $v_0 = 0$，加速度 $a = 6.0$（m/s^2）。

物體受力 $F = ma = 2.0\times 6.0 = 1$（N），

於 0～4.0 秒內的位移

$d = x(4.0) - x(0) = (3.0\times 4.0^2 + 5.0) - 5.0 = 48$（m），

故外力作功

$W = \vec{F} \cdot \vec{d} = 12\times 48\times \cos 0° = 5.8\times 10^2$（J）。

《方法二》

4.0 秒末的速度 $v = v_0 + at = 0 + 6.0\times 4.0 = 2$（m/s），

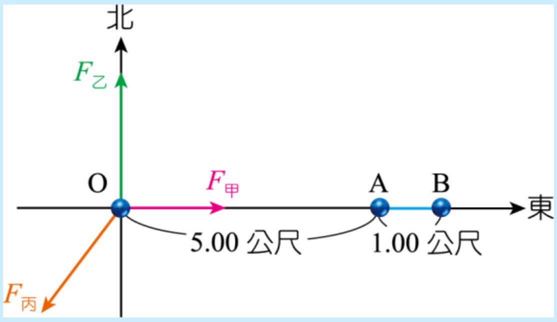
由功能定理，$W = \Delta K$，

$$W = \Delta K = K' - K = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}m{v_0}^2$$

$$= \frac{1}{2}\times 2.0\times 24^2 - 0 = 5.8\times 10^2 \text{（J）。}$$

例題　8-8

在例題 8-2 中三隻猛獸搶食獵物，合力為零，獵物由 O 點等速移至 A 點，設此速率為 0.500 公尺／秒。若獵物到達 A 點時，乙、丙兩獸的施力不變，但甲獸的施力由原來的 300.0 牛頓突然增為 350.0 牛頓，三隻猛獸的合力將成為 50.0 牛頓（向東方），則獵物將向東作等加速運動，移動 1.00 公尺而到達 B 點，如右圖所示。若獵物質量 50.0 公斤，則：



(1) 獵物由 A 移至 B 的過程中，合力作功為何？

(2) 獵物之初動能（A 點的動能）為何？

(3) 獵物之末動能（B 點的動能）為何？

(4) 獵物由 A 移至 B，動能的變化量為何？

解　(1)由於合力與位移的方向相同，$W = Fd = 50.0 \times 1.00 = 50.$（J）。

(2)A 點的動能 $K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 50.0 \times 0.500^2 = 6.25$（J），

(3)由牛頓第二運動定律 $F = ma$，

$$a = \frac{F}{m} = \frac{50.0}{50.0} = 1.00 \text{（m/s}^2\text{）},$$

再由等加速運動公式 $v_2^{\,2} = v_1^{\,2} + 2ad = 0.500^{\,2} + 2 \times 1.00 \times 1.00 = 2.25$，

解得 $v_2 = 1.50$（m/s），

B 點的動能 $K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 50.0 \times 1.50^2 = 56.25$（J）。

(4)動能的變化量 $\Delta K = K_B - K_A = 56.25 - 6.25 = 50.00$（J）。

自我練習

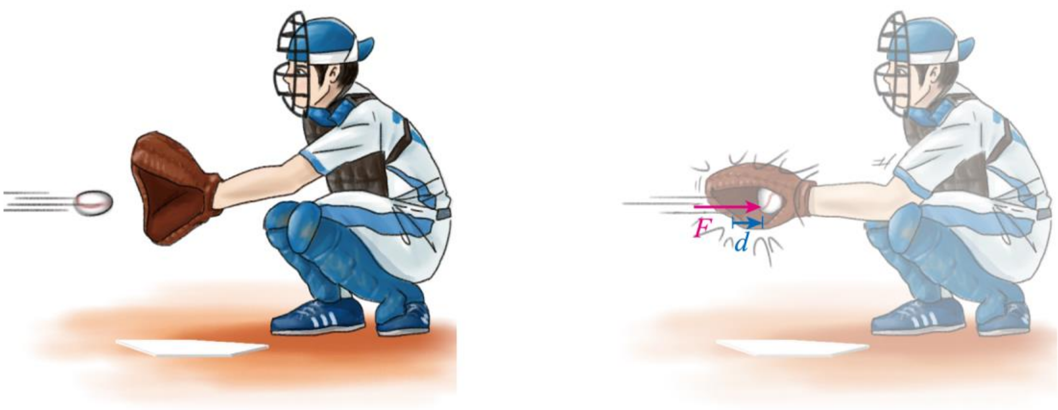
例題 8-8 中，功能定理成立嗎？也就是說，三隻猛獸之合力對獵物所作的功是否等於獵物的動能變化量？

8

在本小節中由(8-9)式到(8-12)式推導的結果顯示合力所作的功可以使物體的動能產生變化，反過來說，一個物體的動能變化也可以對外作功。例如重錘打木樁把木樁敲進泥土中，當抬高重錘時，重錘具有重力位能，重錘落下過程中重力位能轉化為動能，落在木樁上可將木樁敲進泥土中，重錘所作的功 W，列式如 $W = Fd$ ，其中 F 為重錘作用於木樁之平均力，d 為木樁敲進泥土中的距離，如圖 8-7 所示。

∴圖 8-7　抬高重錘後釋放重錘使之落下敲到木樁，重錘的重力位能轉變為將木樁敲進泥土所作的功。

投手投出棒球後，棒球具有動能向前飛行，棒球投在捕手手套時可以使手套向後移動，偏離原先的位置；這是因為棒球原先具有的動能部分轉變成作用在捕手手套作的功 $W = Fd$，F 為捕手用手套接球期間所受的平均力，d 為手套後退的位移，如圖 8-8 所示。



∴圖 8-8　捕手接到球的過程中，棒球投在捕手手套時可以使手套向後移動，棒球的部分動能可轉變成作用在手套上的功。

Note

在衝量時談到的平均力與在作功時的平均力，一般來說是不相同的，一個是對時間的平均，另一個是對位移的平均。

例題　8-9

鐵鎚以 15 焦耳之動能沿水平方向正面撞擊牆上鐵釘，若撞擊時鐵鎚有 60%的動能傳給鐵釘，使鐵釘進入牆內 3.0 公分，如圖，求牆對鐵釘的平均阻力為何？

思路：牆對鐵釘的阻力作負功W，使鐵釘的動能由K最終減少為零，即遵守功能定理 $W=\Delta K=0-K$ 。

解　鐵釘進入牆前之動能 $K=15\times 60\%=9.$（J），

鐵釘進入牆後之動能 $K'=0$，

牆對鐵釘的平均阻力作負功，使鐵釘之動能由 9.0 J 減少為零，

由功能定理，

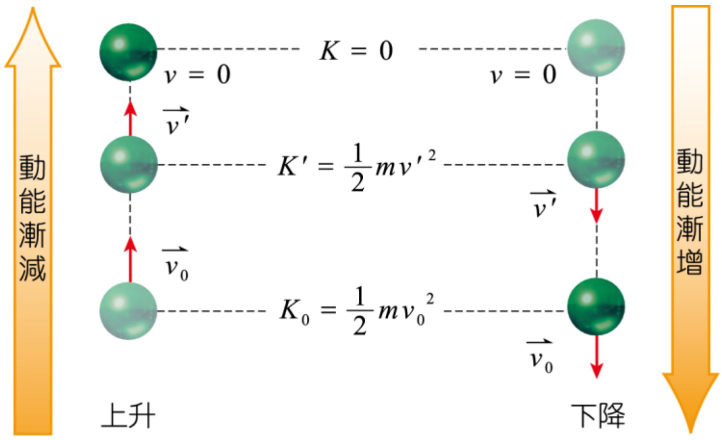
$W=\Delta K$ ，$-fd=K'-K$ ，$-f\times 0.030=0-9.0$ ，$f=3.0\times 10^2$（N）。

8

CHAPTER 8 8-3 位能

將一物體自地面以鉛直方向向上拋出，可以見到物體的速率漸漸減小；當物體到達最高點時，其速率為零；當物體下落時，其速率逐漸變大，若忽略全程的空氣阻力，當它回到與拋出點相同高度時，具有的速率與物體最初的速率相等。由上一小節所介紹的動能概念，我們知道運動中的物體具有動能：物體上拋開始運動時具有動能（圖 8-9），到達最高點時，動能消失為零，但是當物體下落後，動能逐漸變大，如何以能量的觀點去描述物體鉛直上拋與下落？我們必須引入另一種形式的能量，這種能量與物體所在的位置有關，稱為**位能**（potential energy）。

當物體鉛直上拋時，由於向下的重力吸引使物體減速，此時重力對物體作負功，使其動能減少；當物體鉛直下降而加速時，向下的重力與物體的位移同方向，此時重力對物體作正功，使物體的動能增加。分析這一物體鉛直上拋與下落的過程會發現當物體上升時，其減少的動能是以與物體所在的位置有關的位能形式儲存起來；當物體下落時，這個能量可以再被釋放出來。這一儲存的能量與物體在重力場中的位置有關，稱為**重力位能**（gravitational potential energy）。



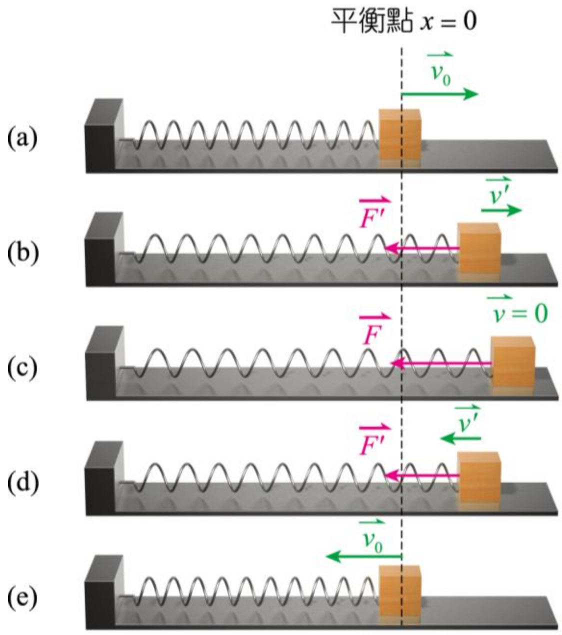
∴圖 8-9　物體在上升過程中動能減少；下降過程中動能增加。

彈簧是另外一種可以儲存位能的系統。如圖 8-10 所示，一靜置於水平光滑面上的彈簧一端沿水平方向固定在牆壁上，在彈簧的另一端聯結某物體，往外用力拉動物體後放開，物體作簡諧運動。物體運動過程中在平衡點處的速率最大，當彈簧被拉長，會產生向內的回復力，對物體作負功，而使其動能減少（圖 8-10 中由(a)→(b)→(c)），此減少的動能會被儲存為彈簧內部的位能，稱為**彈性位能**（elastic potential energy）。當物體的動能減至零時，物體處在端點（如圖 8-10(c)），彈簧開始向內縮短（圖 8-10 中由(c)→(d)→(e)），此時彈簧的回復力與物體的位移同方向，對物體作正功使其動能增加，也就是說儲存的位能釋放出來，轉變為物體的動能。

固然位能種類很多，如重力位能、彈性位能、電位能等，本節將只討論重力位能與彈性位能。

一、地表附近的重力位能

一質量為 m 的物體在地表附近所受的重力為定值 $m\vec{g}$。考慮在地表附近，質量為 m 的物體上拋的運動過程，忽略空氣的阻力，物體只受到來自地球的引力



∴圖 8-10　彈簧被拉長，會產生向平衡點的回復力，使物體在往外運動的過程中動能減少（(a)→(b)→(c)），轉變為彈性位能儲存；當彈簧向內縮短時（(c)→(d)→(e)），儲存的彈性位能轉變為動能。

（重力）$m\vec{g}$，當物體以初速 $\vec{v_0}$ 開始上升時，重力對物體作負功，使其動能減少，如圖 8-11。當物體上升到達最大高度 h 時，則重力對物體所作的總功為 $-mgh$，此時物體的動能為零，由能量的觀點來看，物體原先具有的動能全部轉變為重力位能儲存，也就是物體達到最高點時，所獲得的重力位能為 mgh。這一個關係可由第一章的一維空間等加速運動公式求得，由(1-17)式，以及物體的末速為零，可得物體上升到達最大高度 h 時，

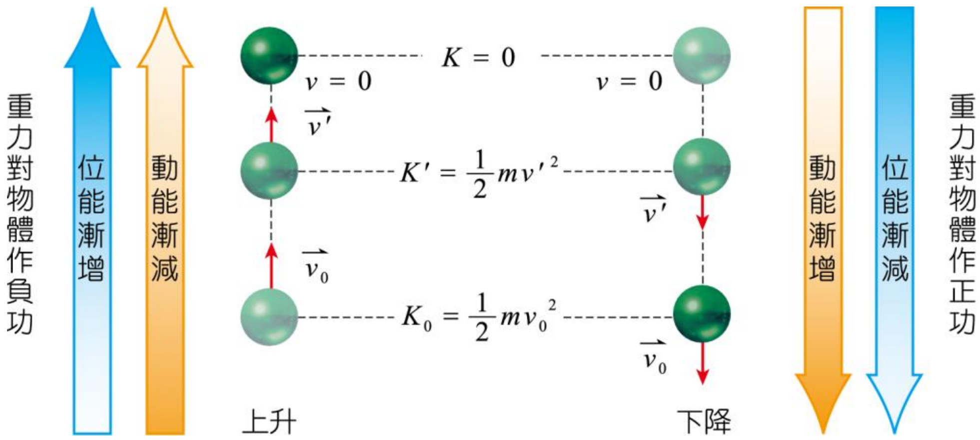
$$v_0^2 = 2gh \tag{8-13}$$

改寫上式為動能的數學形式，可得：

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = mgh \tag{8-14}$$

(8-14)式等號的左邊為物體的初始動能，右邊則為物體在最高點時所獲得的重力位能；因此可知物體原先具有的動能 $\frac{1}{2}mv_0^2$ 全部轉變為重力位能 mgh 儲存起來。當物體由最高點落下到地面的過程中（圖 8-11），重力對物體作正功，此時其所儲存的重力位能 mgh 將釋放轉變成為動能，此過程也是一維空間等加速運動，亦可以用(8-14)式來描述落下過程中的能量變化。

考慮物體落下的過程中，當物體的起始高度愈高，其落地時的速率愈大（也就是動能愈大），這一能量的轉換過程中，高度愈高的物體所具有的重力位能也愈大；一般而言，一個物體的重力位能是其鉛直高度 y 的函數。如果重力對物體

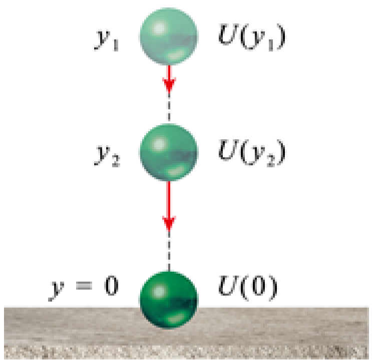


∴圖 8-11　在物體上升過程中，重力對物體作負功，使物體的重力位能增加；在物體下降過程中，重力對物體作正功，使重力位能減少。

作正功，則會使物體的重力位能減少（但其動能增加），而對物體所作的正功等於減少的重力位能。若重力對物體所作的功為 W_g ，$U(y_1)$和$U(y_2)$分別代表物體在初位置和末位置的重力位能（圖 8-12），則：

$$W_g = U(y_1) - U(y_2) = -\Delta U \qquad (8\text{-}15)$$

上式中的負號表示重力對物體作正功會使物體的重力位能減少。



∴圖 8-12　$U(y_1)$、$U(y_2)$為物體在高度為 y_1 、 y_2 時的重力位能。

若取鉛直向上的方向為 $+y$ 軸，參考坐標系的原點 O 設在地面上，當我們把一個質量為 m 的物體由地面以很慢的速度提升到高度坐標為 y 的位置，所需作的正功為 mgy。此一過程中，重力對物體作負功，其大小為 $-mgy$，使物體的重力位能增加 mgy ，也可以說，施一外力恰以抵抗重力，此外力所作的功，可以轉化為物體的重力位能。若$U(y)$和$U(0)$分別為物體在位置坐標 y 和在地面（ $y=0$ ）時的重力位能，則可得：

$$U(y) - U(0) = W_g = mgy \qquad (8\text{-}16)$$

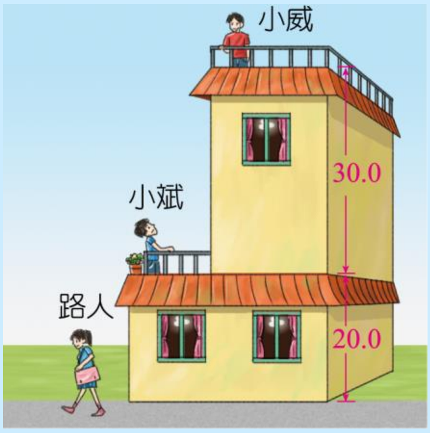
一般而言，重力位能的計算僅和相對鉛直高度有關。為求方便常常取地面作為重力位能的參考面（簡稱零位面），也就是物體在地面時的重力位能設為零，即$U(0)=0$，則(8-16)式可改寫為：

$$U(y) = mgy \qquad (8\text{-}17)$$

在計算重力位能時，有時不一定會取地面為重力位能的參考面，其實零位能可以設定在任一高度的水平面。例如一顆小石子落入枯井中，隨著落下距離愈遠，小石子的速度也愈快，我們可以設定井底為重力位能的參考面。

例題 8-10

一高樓高 50.0 公尺，地面上方 20.0 公尺處有一露台，露台上置一質量 5.00 公斤的盆栽。小威位於樓頂，小斌位於露台上，另有路人於地面上，如圖所示。若各觀察者均將自身所在之高度訂為零位面，且取重力加速度為 10.0 公尺／秒 ^{2}，則



(1) 小威、小斌與路人分別認為該盆栽之重力位能為多少？

(2) 若盆栽由露台摔落至地面，小威、小斌與路人分別認為該盆栽此時之重力位能為多少？

(3) 承上題，重力位能之變化量為多少？

思路：重力位能 $U = mgh$，h 為距離零位面的鉛直高度，零位面可以任意選取，通常各觀察者均將自身所在之高度定為零位面。

解

	盆栽在露台上的重力位能	盆栽在地面的重力位能	重力位能的變化量
小威	mgh $= 5.00 \times 10 \times (-30.0)$ $= -1.50 \times 10^3$（J）	mgh $= 5.00 \times 10 \times (-50.0)$ $= -2.50 \times 10^3$（J）	$\Delta U = U' - U$ $= -2500 - (-1500)$ $= -1.00 \times 10^3$（J）
小斌	0	mgh $= 5.00 \times 10 \times (-20.0)$ $= -1.00 \times 10^3$（J）	$\Delta U = U' - U$ $= (-1.00) \times 10^3 - 0$ $= -1.00 \times 10^3$（J）
路人	mgh $= 5.00 \times 10 \times 20.0$ $= 1.00 \times 10^3$（J）	0	$\Delta U = U' - U$ $= 0 - 1.00 \times 10^3$ $= -1.00 \times 10^3$（J）

想一想

為何三個人認為盆栽之重力位能不相等，而重力位能變化量卻相等？

二、重力位能的一般式

在上一小節分析地表附近的重力位能時，我們假設一質量為 m 的物體，其重力為定值 $m\vec{g}$，且取地面的重力位能為零，因此物體在高度為 y 處的重力位能 $U_g = mgy$。由第七章萬有引力定律，可知物體所受的重力應該是與距離 r 平方成反比的力，

$$F_g(r) = G\frac{M_E m}{r^2}，$$

其中地球的質量為 M_E，當重力不是定值，而是隨著與地球距離改變時，重力位能形式會是如何？求地表附近的重力位能時，我們推論「當施一外力以抵抗重力，此外力所作的功可以轉化為物體的重力位能」。在此因物體所受的重力不再是一定力，其抵抗重力之外力 F 量值會隨著物體與地心距離的增加而改變；外力 F 對物體所作的正功 W 等於重力對物體所作的負功，而外力 F 所作的功即為物體在重力場下之重力位能變化。

假設物體受重力時施一外力，使之沿著與地心連線方向緩慢移動，移動的過程中，物體所受的重力隨物體與地心的距離 r 而變化，不為定力且外力量值恰等於重力量值。若將物體的總位移分成很多小段的位移 Δr_i，且每一小段的位移 Δr_i 夠小，在這段位移中物體所受的外力 F_i 可視為不變。則施力者在這一小段位移 Δr_i 中對物體所作的功為：

$$\Delta W_i = F_i \Delta r_i \tag{8-18}$$

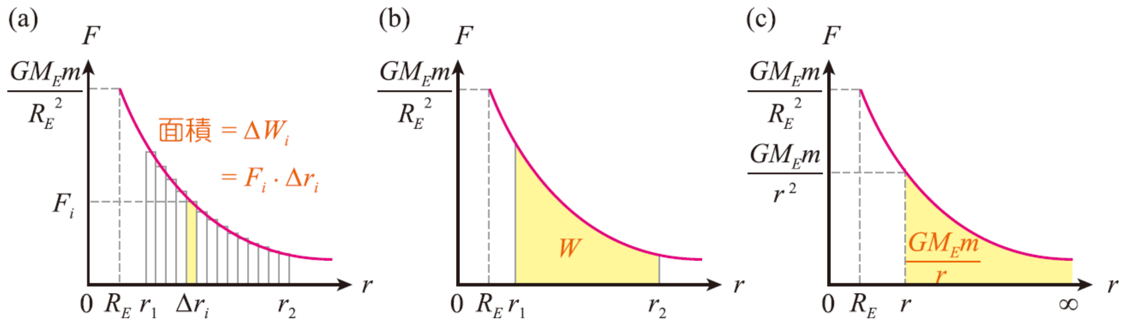
若把各小段位移中所作的功相加起來，即為外力對物體所作的總功 W，

$$W = \Sigma \Delta W_i = \Sigma F_i \Delta r_i \tag{8-19}$$

把外力 F 對地心的距離 r 作圖，如圖 8-13(a)所示，則(8-18)式的 ΔW_i 等於圖中底邊為 Δr_i 的細長條面積。如果所取的 Δr_i 非常地小（即趨近於零），則當物體與地心的距離從 r_1 移動至 r_2，施力對物體所作的總功 W 的大小，為各細長條面積的總和，等於圖 8-13(b)中 $F-r$ 關係圖中曲線下的面積。

若施一外力 F 將物體由距地心 r 處（$r \geq R_E$），緩慢移動至無窮遠處，其 $F-r$ 關係圖，如圖8-13(c)，曲線下的面積為 $G\dfrac{M_E m}{r}$，可由積分計算而得，計算細節超出高中程度，在此事實將省略。而外力 F 變化之事實將於以下之敘述作說明。

8



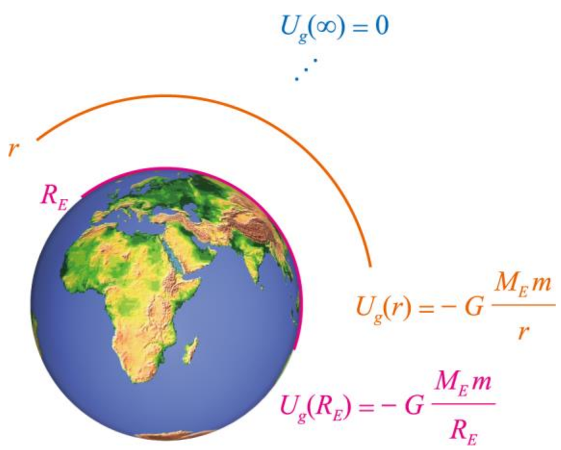
∴圖 8-13　(a)施力者在小段位移 Δr_i 中對物體所作的功等於細長條的面積。
(b)當物體與地心的距離從 r_1 移動至 r_2，施力者對物體所作的總功 W，等於 $F-r$ 關係圖中曲線下的面積。
(c)當物體與地心的距離從 r 移動至無窮遠處，施力者對物體所作的總功 W 等於 $\frac{GM_E m}{r}$

$$G\frac{M_E m}{r}=\Delta U=U_g(\infty)-U_g(r) \tag{8-20}$$

若取離地球無窮遠處的重力位能為零（距地球無限遠處，其作用力為零），則重力位能的一般式應該為：

$$U_g(r)=-G\frac{M_E m}{r} \tag{8-21}$$

圖 8-14 顯示物體在離地心距離 r 處的重力位能為 $U_g(r)=-G\frac{M_E m}{r}$，在地表處的重力位能為 $U_g(R_E)=-G\frac{M_E m}{R_E}$，而在距地球無限遠處，重力位能為零。

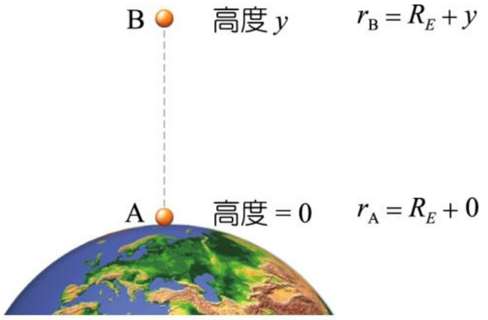


∴圖 8-14　離地心距離 r 處的重力位能為 $U_g(r)=-G\frac{M_E m}{r}$。

Note

當物體受到如重力作用，重力為一距離平方反比力，常取離地球無窮遠處的重力位能為零，這是因為距地球無限遠處，其作用力為零，在計算重力作功時較方便。一般而言，當物體受到如重力這類的距離平方反比力，例如電力，也常取兩電荷距離無窮遠處的電位能為零。

由此重力位能的一般式，我們也可以求得地表附近的重力位能式。如圖 8-15 所示，A 點位在地球表面上，距地表高度為零，但是 A 點至地球中心的距離 r_A 為地球半徑 R_E，B 點離地面的高度為 y，至地心的距離則為 $r_B = R_E + y$。



∴圖 8-15　A 點位在地球表面上，距地表的高度為零，但是 A 點至地球中心的距離 r_A 為地球半徑 R_E，B 點離地面的高度為 y，至地心的距離則為 $r_B = R_E + y$。

應用上述重力位能的一般式，質量為 m 的物體由 A 點移動至 B 點處，其重力位能的差值（與零位面的選擇無關）為：

$$U_{g,B} - U_{g,A} = -G\frac{M_E m}{R_E + y} - (-G\frac{M_E m}{R_E}) = GM_E m\frac{y}{(R_E + y)R_E}$$

當 $y \ll R_E$ 時，

$$U_{g,B} - U_{g,A} \approx m(\frac{GM_E}{R_E^{\ 2}})y = mgy$$ ，

式中 g （$= G\frac{M_E}{R_E^{\ 2}}$）為在地球表面的重力加速度。若取地面為重力位能的零點，即 $U_{g,A} = 0$，則離地面的高度為 y 處的重力位能 $U_g = mgy$。

例題 8-11

設地球的半徑 R，質量為 M，若令無窮遠處位能為零，則質量為 m 的物體在下列情形下之位能為若干？

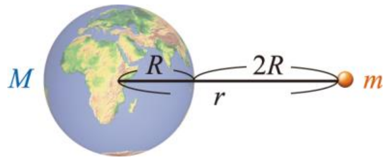
(1) 在地球外距地表的高度 $2R$ 處的位能為若干？

(2) 在地球外距地表的高度 $3R$ 處的位能為若干？

思路：地表外，物體 m 距離地心為 r 處的重力位能 $U_g(r)=-\dfrac{GM_E m}{r}$ 。

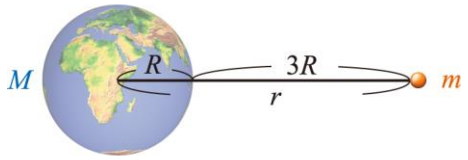
解 (1)如圖，物距地表 $2R$ 時，距地心 $r=R+2R=3R$，

則 $U_g(r)=-\dfrac{GMm}{r}=-\dfrac{GMm}{3R}$ 。



(2)同理，物距地表 $3R$ 時，距地心 $r=R+3R=4R$，

$U_g(r)=-\dfrac{GMm}{r}=-\dfrac{GMm}{4R}$ 。



自我練習

當零位面設於無窮遠處，同一物體距地表愈高處，位能愈大或愈小？位能最大值發生於何處？

例題　8-12

設地球的半徑為 R，質量為 M，一般取離地球無窮遠處的重力位能為零，即 $U_g(\infty)=0$；則在地球外圍距地心 r 處的位能為 $U_g(r)=-\dfrac{GMm}{r}$；地表（$r=R$）之重力位能 $U_g(R)=-\dfrac{GMm}{R}$。但零位面的選取是任意的，若選取地球的表面重力位能為零，即 $U_g{}'(R)=0$，則質量為 m 的物體在距地球表面無限遠處的位能 $U_g{}'(\infty)$ 為若干？在地球外圍距地心 r 處的位能 $U_g{}'(r)$ 為若干？

思路：零位面的變更並不會影響各點間的位能差值。

解　將物體由地表等速推至無窮遠處，

重力位能的差值（即所作的功）必須保持不變。

變更零位面前，$U_g(\infty)-U_g(R)=\dfrac{GMm}{R}$。

變更零位面後，$U_g{}'(\infty)-U_g{}'(R)$ 亦等於 $\dfrac{GMm}{R}$，

即 $U_g{}'(\infty)-0=\dfrac{GMm}{R}$，可得 $U_g{}'(\infty)=\dfrac{GMm}{R}$。

故為變更零位面前之重力位能加上 $\dfrac{GMm}{R}$，

即為變更零位面後的重力位能。

無限遠處的位能變更後為

$$U_g{}'(\infty)=U_g(\infty)+\frac{GMm}{R}=0+\frac{GMm}{R}=\frac{GMm}{R}。$$

在地球外圍距地心 r 處的位能變更為

$$U_g{}'(r)=U_g(r)+\frac{GMm}{R}=-\frac{GMm}{r}+\frac{GMm}{R}=GMm\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{r}\right)。$$

自我練習

例題 8-12 中，若選取地球表面為零位面，地球外圍的重力位能形式為 $U_g{}'(r)=GMm\left(\dfrac{1}{R}-\dfrac{1}{r}\right)$？

8

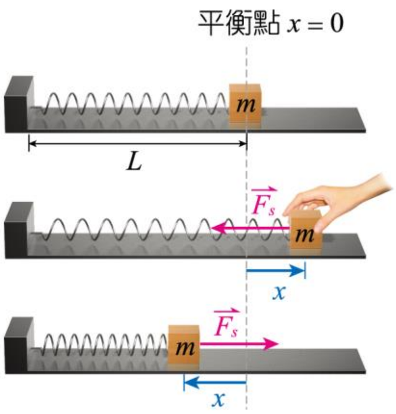
三、彈性位能

考慮一置於光滑水平面上力常數為 k 的輕彈簧，其一端固定，未受外力的情況下，彈簧的平衡長度為 L，當施力拉動使彈簧伸長為 $L+x$，如圖 8-16 所示，則彈簧的回復力 F_s 與伸長量 x 成正比，當施力壓縮彈簧使長度為 $L-x$，則彈簧的回復力 F_s 與彈簧壓縮量 x 也成正比，為方便起見，本書後續內容將彈簧的回復力簡稱為彈力，彈力 F_s 與形變量 x 的關係遵守虎克定律（上冊第三章(3-1)式）：

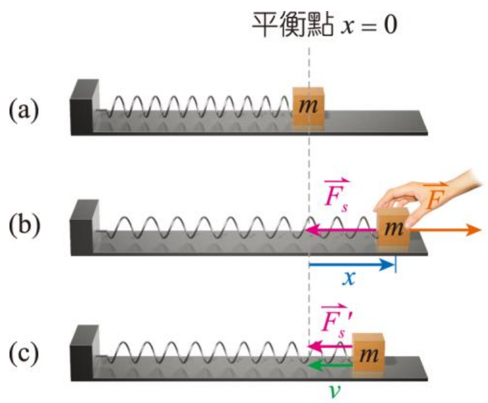
$$F_s=-kx$$

若圖 8-16 中的彈簧一端固定，另一端繫上一質量為 m 的物體，假設物體原先靜止（圖 8-17(a)），當外力緩慢拉動物體，在外力與彈力平衡下，使彈簧伸長量為 x，如圖 8-17(b)所示；某一瞬間外力消失，物體將被彈力拉回而獲得動能（圖 8-17(c)）。分析此一受外力拉長的彈簧，會發現外力所作的功為正功，在拉伸彈簧的過程中外力所作的功並沒有損失，而是被儲存在彈簧（物體系統）中成為位能；當外力消失時，系統中所儲存的位能可以藉由彈力對物體作正功而釋放出來，轉變為物體的動能。

上一小節求重力位能時，我們推論「當施一外力以抵抗重力，此外力所作的



∴圖 8-16　彈簧受力被拉長或是壓縮時，彈簧回復力 F_s 的方向。

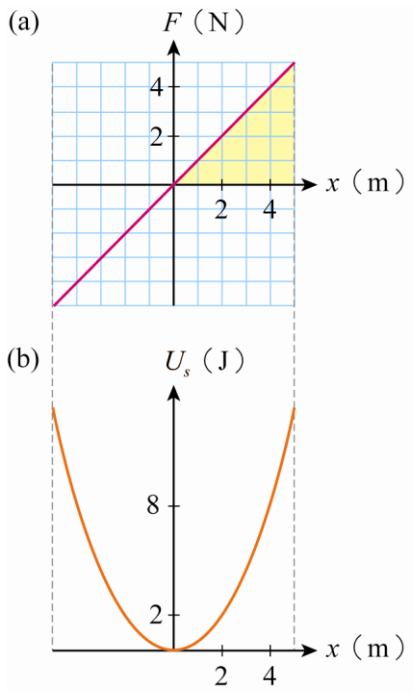


∴圖 8-17　(a)彈簧一端繫上一質量為 m 的物體。(b)施力拉動物體使彈簧伸長，此時外力與彈力平衡。(c)瞬間把外力除去，物體將被彈力拉回而獲得動能。

功可以轉化為物體的重力位能」，相同的概念下，我們也可以推論「當施一外力恰以抵抗彈簧回復力，此外力所作的功可以轉化為彈性位能」。考慮外力拉長彈簧的作功過程，當彈簧的伸長量為 x 時，其彈力為 $F_s=-kx$，且拉長彈簧的外力 F 的量值隨著彈簧伸長量的增大而加大，達成外力與彈力平衡，物體並未獲得動能；外力 F 對物體所作的正功 W 剛好被彈力 F_s 對物體所作的負功抵消，彈力將外力所作的功轉換為彈簧的彈性位能。把外力 F 對彈簧伸長量作圖，W 的大小等於圖 8-18 中 $F-x$ 關係圖中三角形的面積，也就是 $W=U_s(x)-U_s(0)=\Delta U_s=\frac{1}{2}kx^2$，以上的討論同樣適用於彈簧被壓縮的情況。若取 $x=0$ 時，彈簧的彈性位能 $U_s(0)$ 為零，則可得到當彈簧的形變量為 x 時，彈性位能為：

$$U_s(x)=\frac{1}{2}kx^2 \qquad (8\text{-}22)$$

雖然被壓縮的彈簧形變量 x 為負值，但是彈性位能如(8-22)式，仍然為正值，這表示釋放壓縮的彈簧後，彈簧的彈性位能可以轉換為物體的動能，使物體運動。當物體通過平衡點時，彈簧無形變，故彈性位能為零，此時物體的動能最大。



∴圖 8-18　(a)外力 F 及(b)彈性位能 U_s 對彈簧的形變量 x 作圖。

8

例題　8-13

質量 2.0 公斤之重物，懸掛於力常數為 100 牛頓／公尺之彈簧下靜止平衡，問伸長量為若干？儲存之彈性位能為若干？（設重力加速度 $g=10$ 公尺／秒 ^{2}）

解　由虎克定律 $F=kx$， $mg=kx$ ， $2.0\times10=100\times x$ ，

得彈簧的伸長量 $x=0.20$（m），

彈性位能 $U=\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}\times100\times0.20^2=2.0$ （J）。

例題 8-14

以 30.0 牛頓的力作用一彈簧可使其伸長 3.00 公分，今施外力緩慢等速的壓縮此彈簧，使其壓縮量由 3.00 公分增為 5.00 公分，問：

(1) 壓縮量 3.00 公分時彈性位能為若干？

(2) 壓縮量 5.00 公分時彈性位能為若干？

(3) 外力所作的功為若干焦耳？

思路：彈性位能為 $U_s(x)=\dfrac{1}{2}kx^2$，且當外力恰等於彈力時，外力反抗彈力所作的功轉化為彈性位能變化量，即 $W=\Delta U_s$。

解　由虎克定律 $F=kx$，$30.0=k\times3.00\times10^{-2}$，得力常數 $k=1.00\times10^{3}$（N/m），

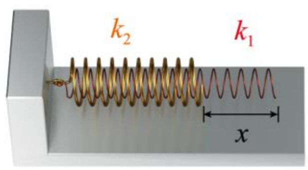
(1)　$U_s=\dfrac{1}{2}kx^2=\dfrac{1}{2}\times1.00\times10^3\times(3.00\times10^{-2})^2=0.450$（J）。

(2)　$U_s'=\dfrac{1}{2}kx'^2=\dfrac{1}{2}\times1.00\times10^3\times(5.00\times10^{-2})^2=1.25$（J）。

(3)　$W=\Delta U_s=U_s'-U_s=1.25-0.45=0.80$（J）。

例題 8-15

力常數 k_1 之細長彈簧置於力常數 k_2 之粗短彈簧之內部，但不互相接觸。兩彈簧之左端均固定於牆上，細長彈簧的長度較粗短彈簧長 x，如右圖所示，施力等速緩慢的將其壓縮 $2x$ 須作功若干？



思路：外力反抗彈力所作的功成為兩彈簧彈性位能變化量 $W=\Delta U_s=\Delta U_{s1}+\Delta U_{s2}$。

解　壓縮 $2x$ 後，細長彈簧的壓縮量為 $2x$，但粗短彈簧的壓縮量僅為 x，

$$W=\Delta U_{s1}+\Delta U_{s2}=(U_{s1}'-U_{s1})+(U_{s2}'-U_{s2})$$

$$=[\frac{1}{2}k_1(2x)^2-0]+[\frac{1}{2}k_2(x)^2-0]$$

$$=2k_1x^2+\frac{1}{2}k_2x^2。$$

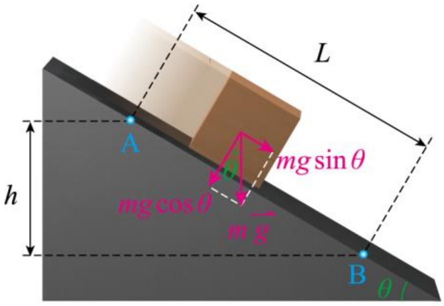
CHAPTER 8 8-4 力學能守恆

一、保守力

觀察自然界中各種作用力作功的結果，可以將力分為**保守力**（conservative force）與**非保守力**（nonconservative force）二大類。例如捷運列車進站時必須減速，也就是降低動能。根據前述的功能定理，必定需要外力作負功，在摩擦力可忽略的情況下，設想若將車站建築於高處，使列車進站時必須要上坡，藉由重力作負功來降低列車的動能，而列車下坡回到原高度時重力作正功，動能回復原值，重力作負功時所減少的動能可以完全重複利用。類似重力，還有彈力、靜電力（如圖 8-19）等，屬於保守力。但若捷運列車在平地行駛進站時，需使用煞車提供摩擦力作的負功來降低動能，動能將轉成熱能而散失，無法再行利用，空氣阻力也有類似的性質，因此它們都屬於非保守力。

考慮一質量為 m 的物體從一斜面上滑下，如圖 8-20 所示，由 A 點到 B 點的斜面長度為 L，其鉛直高度為 h，斜面斜角為 θ。我們可以將物體所受的重力 $m\vec{g}$ 分解為垂直於斜面的分力 $mg\cos\theta$ 和平行於斜面的分力 $mg\sin\theta$。假設物體從斜面的上方 A 點滑至下方 B 點時，則重力對物體所作的功，等於沿位移方向上重力

∴圖
保守力的一種。



∴圖 8-20　當物體從 A 點沿斜面滑至 B 點時，重力對其所作的功等於 mgh。

8

的分力與位移量值的乘積，也就是：

$$W_{g(\mathrm{A}\to\mathrm{B})}=(mg\sin\theta)\cdot L=mg(L\sin\theta)=mgh$$

若物體再由 B 點返回 A 點，則從 B 點出發移至 A 點的過程中，重力對該物體所作的功為：

$$W_{g(\mathrm{B}\to\mathrm{A})}=(-mg\sin\theta)\cdot L=-mg(L\sin\theta)=-mgh$$

因此物體從 A 點出發移至 B 點，再返回 A 點，則重力對該物體全程所作的總功為零。廣義上來說，「若質點沿任意封閉路徑運動環繞一周，最後回到起始點，則保守力所作的功為零。」這是保守力場的一個重要特性。事實上，保守力對物體所作的功只與物體的起點與終點有關，而與物體所經的路徑無關。

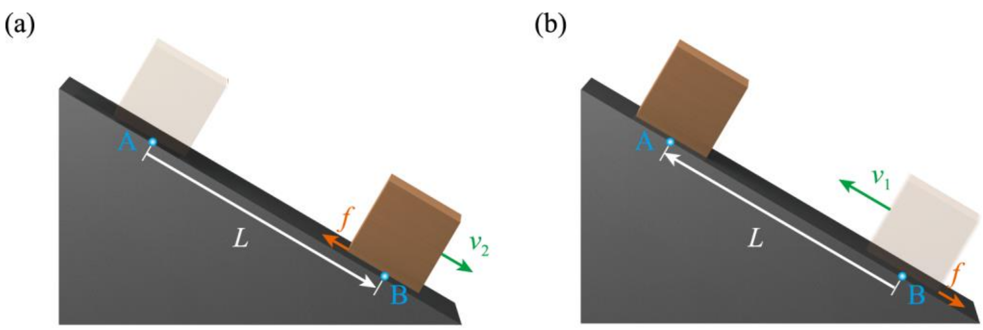
再次考慮一質量為 m 的物體從一粗糙斜面上滑下，假設木塊在斜面上運動時，受到滑動摩擦力作用，其量值為 f，由於摩擦力的方向與物體運動方向相反，因此質點從斜面的上方 A 點滑至下方 B 點時，如圖 8-21(a)所示，摩擦力所作的功為：

$$W_{f(\mathrm{A}\to\mathrm{B})}=-fL$$

若施力使物體再由 B 點返回 A 點，如圖 8-21(b)所示，則在此過程中，摩擦力對該物體所作的功仍為：

$$W_{f(\mathrm{B}\to\mathrm{A})}=-fL$$

因此物體從 A 點至 B 點來回一次摩擦力所作的總功為 $-2fL$，不等於零，而是和物體運動所經的路徑長度有關。由此分析可以知道摩擦力不是保守力，而是一種



∴圖 8-21　(a)當物體由上方的 A 點滑至下方 B 點，摩擦力對物體作功為 $-fL$。
(b)當物體從 B 點沿斜面返回 A 點，摩擦力對物體所作的功仍為 $-fL$。

非保守力。

由於保守力對一物體所作的功與所經的路徑無關，因此保守力必定只為位置的函數，而不是其他物理量（如速度、時間）的函數，例如重力是物體所在高度（位置）的函數，與速度、時間無關，屬保守力；彈力與彈簧的伸長量，或所掛物體所在位置有關，也是保守力。而摩擦力和空氣阻力皆與運動路徑有關，手施的力可以任意變化，它們都不是保守力。

二、力學能守恆律

根據功能定理，合力對物體所作的功 W 等於物體動能的變化量 ΔK，即(8-12)式：

$$W = K_f - K_i = \Delta K$$

由(8-15)式，可知保守力所作的功可寫為：

$$W = -\Delta U$$

如果物體僅有保守力作功時，也就是說合力只包含保守力，則由(8-12)式與(8-15)式可得 $\Delta K = -\Delta U$ ，即：

$$\Delta K + \Delta U = 0 \qquad (8\text{-}23)$$

為了便於比較討論，我們將 ΔU 改寫為：

$$\Delta U = U_f - U_i \qquad (8\text{-}24)$$

上式中 U_f 為物體後來的位能， U_i 則為物體起始的位能，將(8-12)式與(8-24)式代入，(8-23)式可以改寫為：

$$K_f + U_f = K_i + U_i \qquad (8\text{-}25)$$

因此可知，在保守力的作用下，物體所具有的動能和位能的總和，在運動過程中保持不變。動能與位能皆為力學能（mechanical energy）的一種。物體的力學能為其動能及位能的和，以 E 表示之，即：

$$E = K + U \qquad (8\text{-}26)$$

8

由上式，(8-23)式可改寫為：

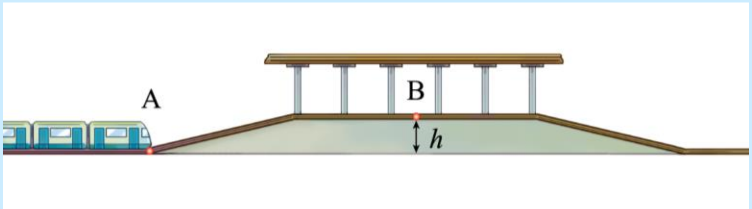
$$\Delta E = E_f - E_i = 0 \tag{8-27}$$

即若僅有保守力對物體作功時，則其動能和位能的總和（即物體的力學能）保持不變，稱為**力學能守恆律**（law of conservation of mechanical energy）。

分析物體的運動可以用能量的概念來處理，由於動能與位能都是純量，運算時只需處理能量的大小，比起從作用力的觀點來處理問題時必須同時考慮力的量值和方向，數學求解上可以大大的簡化，尤其在解決複雜的物理問題上，運用能量的概念是非常有用的。

例題 8-16

捷運列車進站時必須減速，也就是降低動能。若車站月台建得高些，車輛進站時要上坡、出站時要下坡，如圖所示，設月台高為 $h = 4.00$ 公尺，進站車輛到達坡下 A 點時速度為 10.0 公尺／秒，此時切斷電源，若不計摩擦，則列車到達月台上的速率為若干？（設重力加速度 $g = 10.0$公尺／秒 ^{2}）



解 列車僅受重力與正向力，重力為保守力，

而正向力不作功，故力學能守恆。

設列車質量為 m，並定 A 點為零位面，

$$\frac{1}{2}mv_A{}^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_B{}^2 + mgh_B，$$

$$v_A{}^2 = v_B{}^2 + 2gh_B，$$

$$10.0^2 = v_B{}^2 + 2 \times 10.0 \times 4.00，$$

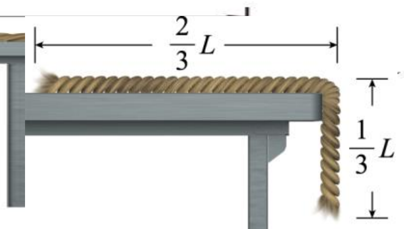
解得列車到達月台上的速率為 $v_B = 2\sqrt{5} = 4.47$（m/s）。

自我練習

例題 8-16 中，若列車過站不停，則列車下坡後的速率為何？

例題 8-17

質量為 m 長度 L 的均勻繩子置於光滑桌面上，長度的 $\frac{1}{3}$ 下垂懸於桌邊，由靜止釋放，求當繩子滑離桌邊時的瞬時速度量值。



思路：繩於下滑過程僅受重力與正向力，重力為保守力，而正向力不作功，故全程力學能守恆。

解　體積或長度不可忽略的物體，

其重力位能形式仍為 $U_g = mgh$，

其中 h 為物體重心距零位面之鉛直高度。

為方便計算令桌面為零位面，

則繩長的 $\frac{2}{3}$ 於桌面，位能為零；

繩長的 $\frac{1}{3}$ 下垂懸於桌邊，

重心於零位面下方 $\frac{1}{6}L$ 處，如圖(a)，

故位能 $U_g = (\frac{1}{3}m)g(-\frac{1}{6}L) = -\frac{1}{18}mgL$，

繩子滑離桌邊時，

重心於零位面的下方 $\frac{1}{2}L$ 處，如圖(b)，

位能 $U_g' = mg(-\frac{1}{2}L)$，

分析物體之受力，僅受正向力與重力，正向力時時與位移垂直，

故正向力不作功，而重力為保守力，故全程力學能守恆。

$K + U_g = K' + U_g'$，$0 + (-\frac{1}{18}mgL) = \frac{1}{2}mv^2 + (-\frac{1}{2}mgL)$，解得 $v = \sqrt{\frac{8}{9}gL}$。

8

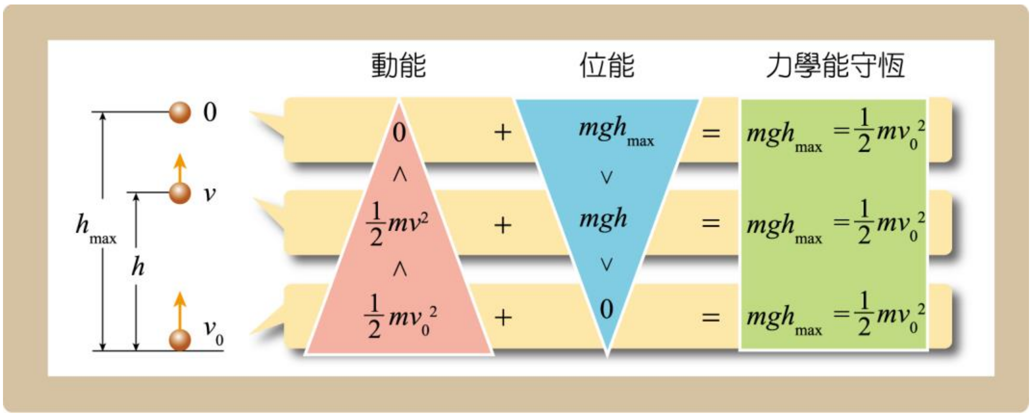
(一)拋體運動的力學能守恆

由於重力是一種保守力，所以物體在重力作用下其運動過程遵守力學能守恆律。以一質量為 m 的物體鉛直上拋運動為例，當由地面鉛直上拋的物體，其初速為 v_0，動能為 $\frac{1}{2}mv_0^2$，位能為零（取地面為重力位能的參考面）；在高度 h 時，物體的速度為 v，則其動能為 $\frac{1}{2}mv^2$，而位能為 mgh；在最高點 h_{max} 處物體速度為零，此時位能為 mgh_{max}，由力學能守恆關係式(8-25)式或(8-27)式，可得總力學能 E 為：

$$E = K_f + U_f = K_i + U_i，$$

$$E = \frac{1}{2}mv_0^2 + 0 = \frac{1}{2}mv^2 + mgh = 0 + mgh_{max} \text{ 為定值} \qquad (8\text{-}28)$$

以圖例表示(8-28)式如圖 8-22。



∴圖 8-22　物體在鉛直上拋運動中不同位置的力學能比較。

例題　8-18

不計空氣阻力，重力加速度為 g，以力學能守恆的觀點計算下列二題：

(1) 質量為 m 的物體，在距地面的高度為 h 處由靜止狀態自由落下，物體著地時的速率為若干？

(2) 質量為 m 的物體，於地面以初速度 v_0 鉛直向上拋出，求物體所能達到的最大高度？

解　拋體在空中僅受重力，

而重力為保守力，故全程力學能守恆。

$K+U_g=K'+U_g'$，令地面為零位面。

(1)出發點物體之動能 $K=0$、位能 $U_g=mgh$，

著地時之重力位能 $U_g'=0$、動能 $K'=\frac{1}{2}mv'^2$，

由力學能守恆，$0+mgh=\frac{1}{2}mv'^2+0$，

$v'=\sqrt{2gh}$。

(2)出發點（地面）物體之動能 $K=\frac{1}{2}mv_0^2$、位能 $U_g=0$，

設達到之最大高度為 h_{max}，此時物體停止，

故 $U_g'=mgh_{max}$、動能 $K'=0$，

由力學能守恆，$\frac{1}{2}mv_0^2+0=0+mgh_{max}$，

$h_{max}=\frac{v_0^2}{2g}$。

自我練習

以等加速運動的觀點重算上列二題，答案相同嗎？

8

例題　8-19

從地面以初速為 10.0 公尺／秒，仰角為 37°斜向拋出質量為 3.0 公斤的物體，重力加速度取 $g=10$ 公尺／秒 ^{2}，並忽略空氣阻力，問：

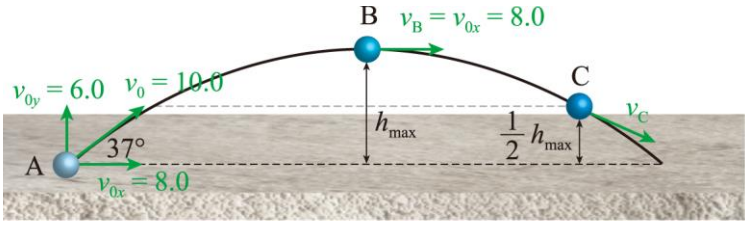
(1) 此物可達之最大高度為若干？

(2) 達最大高度的一半時，速率若干？

解 (1)分析物體之受力，僅受重力，而重力為保守力，故全程力學能守恆。設 A 為拋射點，B 為最高點，定 A 點為零位面。分解 A 點之速度 v_0 為

$v_{0x} = v_0 \cos 37° = 10.0\cos 37° = 10.0 \times 0.80 = 8.0$（m/s），

$v_{0y} = v_0 \sin 37° = 10.0\sin 37° = 10.0 \times 0.60 = 6.0$（m/s）。



$K_A + U_{g,A} = K_B + U_{g,B}$，$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B$，

$\frac{1}{2}\times 3.0\times 10.0^2 + 0 = \frac{1}{2}\times 3.0\times 8.0^2 + 3.0\times 10\times h_{max}$，解得 $h_{max}=1.8$（m）。

(2)設 C 點的高度為最大高度的一半，則，

$h_C = \frac{1}{2}h_{max} = \frac{1}{2}\times 1.8 = 0.9$（m），

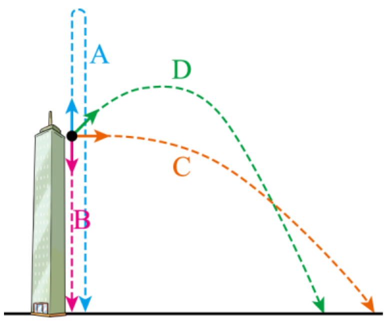
$K_A + U_{g,A} = K_C + U_{g,C}$，$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C$，

$\frac{1}{2}\times 3.0\times 10.0^2 + 0 = \frac{1}{2}\times 3.0\times v_C^2 + 3.0\times 10\times 0.9$，

解得 $v_C = \sqrt{82} = 9.1$（m/s）。

自我練習

自同一高度，以相等速率拋出四顆小球，A 球鉛直上拋，B 球鉛直下拋，C 球水平拋射，D 球斜向拋射，如右圖，若忽略空氣阻力，問四球著地前瞬間速率的大小順序。



動動手

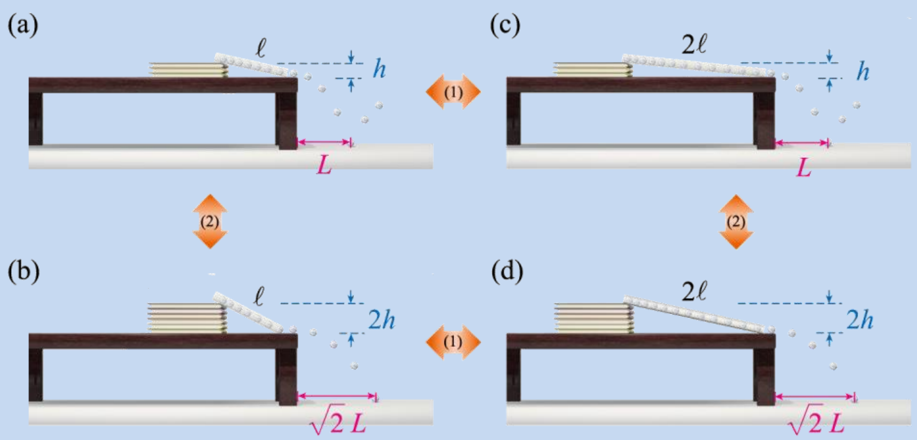
將二張白紙捲成筒狀，將一支紙筒的長度裁剪為另一支的一半。

將紙銅的一端置於數本物理課本之上，另一端置於桌面，使玻璃珠由紙筒的上端靜止滾下。玻璃珠離開桌面後將作水平拋射運動，由其水平射程可以估算玻璃珠的速度。

(1) 若課本的數目不變，但使用較長的紙筒（即斜面高度不變，但斜面的長度增加），可以發現玻璃珠的水平射程並未增加，表示速度不變，動能不變，如圖(a)(c)與(b)(d)。

(2) 若使用相同的紙筒，但將物理課本的數目加倍（即斜面長度不變，但斜面高度增為 2 倍），可以發現玻璃珠的水平射程增為 $\sqrt{2}$ 倍，表示速度增為 $\sqrt{2}$ 倍，動能增為 2 倍，如圖(a)(b)及圖(c)(d)。

(3) 比較(a)圖與(d)圖，(d)圖之斜面高度為(a)圖之 2 倍，斜面之長度亦為(a)圖之 2 倍，但使水平射程增為 $\sqrt{2}$ 倍的原因為斜面的高度，並非斜面之長度。



(二)鉛直圓周運動的力學能守恆

以繩繫物使物作圓周運動，但圓周所在平面與地面垂直，如圖 8-23 所示，此運動稱為鉛直圓周運動。物體在鉛直圓周運動的過程中，僅受重力與張力，重力為保守力，而張力不作功，故鉛直圓周運動過程中力學能守恆。在鉛直圓周運動中之圓周上任取兩點 P、Q，力學能守恆。

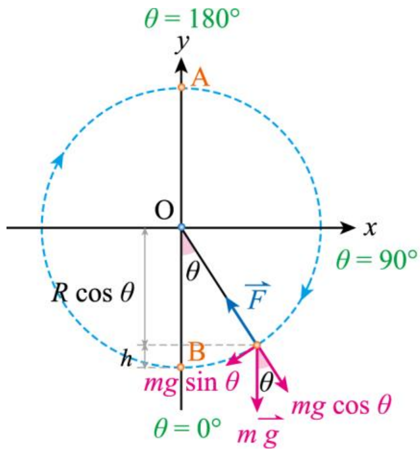
$$K_P + U_P = K_Q + U_Q \text{，}$$

$$\frac{1}{2}mv_P^{\ 2} + mgh_P = \frac{1}{2}mv_Q^{\ 2} + mgh_Q \qquad (8\text{-}29)$$

取圓周最低點所在的平面為零位面，式中 h_P、h_Q 為距零位面的高度。因物體位於圓周上，描述物體的位置，僅須標定其對於圓心之方位。通常以與 y 軸負向之夾角 θ 表示之，則物體距最低點的高度可表示為 $h = R - R\cos\theta$，如圖 8-24。

鉛直圓周運動並非等速圓周運動，在上升過程中位能漸增，故動能與速率漸小，下降過程中位能漸減，故動能與速率漸大。在最高點 A 的動能與速率有最小值，而最低點 B 的動能與速率有最大值。

∴圖 8-23　以繩繫物作鉛直圓周運動。



∴圖 8-24　鉛直圓周運動。

物體作鉛直圓周運動的過程中，張力 $\vec{F}$ 隨物體的位置與速率 v 而變，速率太小，物體將於上升過程中脫離圓周，無法維持完整的鉛直圓周運動。若物體速率夠大，則可作完整的圓周運動，物體在最高點時速率最小，且重力指向圓心，可以判斷物體在最高點時，繩子的張力最小。若使繩子在最高點時仍緊繃（即張力 $\vec{F}$ 不為零），則其他各點必然更為緊繃（張力更大），物體離圓心的距離不變（即繩長），軌跡仍可維持圓形。故物體可維持完整鉛直圓周運動的最基本條件為：最高點的張力等於零。

$$F_A = 0$$

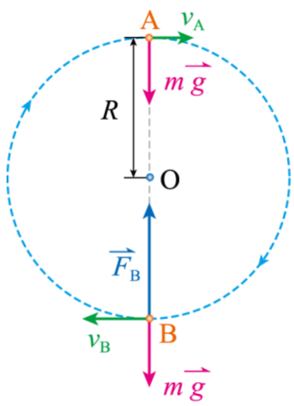
當鉛直圓周運動最高點 A 點之張力等於零時，如圖 8-25，物體僅受重力 mg，以速率 v_A 對圓心 O 作半徑 R 之圓周運動，由向心力 $= m\times\frac{v^2}{R}$，$mg = m\times\frac{v_A{}^2}{R}$，

可得最高點的速率：

$$v_A = \sqrt{gR} \qquad (8\text{-}30)$$

由(8-29)式可知最高點 A 的力學能與最低點 B 的力學能相等，

$$\frac{1}{2}mv_A{}^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_B{}^2 + mgh_B$$



∴圖 8-25　恰可作完整鉛直圓周運動最高點 A 與最低點 B 之力圖。

將最高點的鉛直高度 $h_A = 2R$、速率 $v_A = \sqrt{gR}$，以及最低點之鉛直高度 $h_B = 0$ 代入上式可得最低點的速率：

$$v_B = \sqrt{5gR} \qquad (8\text{-}31)$$

再次觀察圖 8-25，物體在最低點 B，同時受張力 F_B 與重力 mg，張力指向圓心但重力指離圓心，合力作為向心力，使物體以速率 v_B 對圓心 O 作半徑 R 之圓周運動，即 $F_B - mg = m\times\frac{v_B{}^2}{R}$，代入(8-31)式可得最低點的張力 $F_B = 6mg$。

8

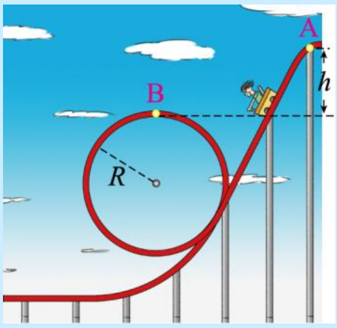
便利貼

物體可維持完整的鉛直圓周運動的條件

	位置	速率	張力
最高點 A	$\theta=180°$	$v_A \geq \sqrt{gR}$	$F_A \geq 0$
最低點 B	$\theta=0°$	$v_B \geq \sqrt{5gR}$	$F_B \geq 6mg$

例題 8-20

如右圖所示，某人由 A 點乘坐無動力的小滑車循軌道下滑，希望能夠緊貼著如圖的軌道完成圓圈內的打轉而不脫離。假定摩擦力可以忽略，圓圈的半徑為 R，則 A 點與 B 點之鉛直高度差值 h 至少須為若干？



思路：物體作鉛直圓周運動過程，全程力學能守恆，且由(8-30)式得知維持完整鉛直圓周

解 設 B 點所在的高度為零位面。

分析滑車之受力，正向力 N 不作功，重力 mg 為保守力，

故並無非保守力作用於 m，

運動過程力學能守恆 $K_A+U_{g,A}=K_B+U_{g,B}$，

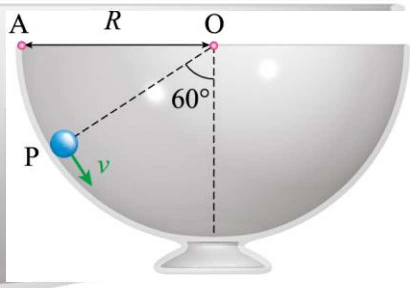
即 $0+mgh=\dfrac{1}{2}mv_B^{\ 2}+0$，$v_B=\sqrt{2gh}$……① 。

且 B 為完整的鉛直圓周運動的最高點，$v_B \geq \sqrt{gR}$……②，

將①式代入②式中可得 $h \geq \dfrac{R}{2}$ 。

例題　8-21

質量為 m 的物體，置於光滑之半圓形碗中邊緣 A 點，由靜止釋放，碗的半徑為 R，當物體的位置至碗心 O 的連線與鉛直線夾角 θ 為 60°時，如右圖所示 P 點，則



(1) 物體的瞬時速率為若干？

(2) 碗與物體間的正向力為若干？

解　(1)分析物體之受力，正向力 N 不作功，重力 mg 為保守力，運動過程中力學能守恆。選取碗的底部所在的平面為零位面，

$$K_{\mathrm{A}}+U_{g,\mathrm{A}}=K_{\mathrm{P}}+U_{g,\mathrm{P}}\text{，}$$

$$0+mgR=\frac{1}{2}mv^2+mg(R-R\cos 60°)\text{，}$$

解得 $v=\sqrt{gR}$。

(2)物體於 P 點作圓周運動，

需要向心力，

$$\text{由 } N-mg\cos 60°=m\times\frac{v^2}{R}\text{，}$$

$$N-\frac{1}{2}mg=m\times\frac{(\sqrt{gR})^2}{R}\text{，解得 } N=\frac{3}{2}mg\text{。}$$

想一想

麻省理工學院的 Walter Lewin 教授是傳奇人物，善於利用大型而引人注目的物理實驗來演示物理原理。在一次演示實驗中，Lewin 將他的生命寄託於他所深信的力學能守恆律。他將重達 15.5 磅（質量約 7 公斤）的擺錘用約 5 公尺的擺線繫於天花板上，擺錘被 Lewin 拉到教室左側牆壁，恰由他的下巴下方靜止出發，擺錘來回擺盪後再度逼近 Lewin，如果力學能守恆律成立，擺錘是否會擊碎他的下巴？若釋放時不小心向前推了一下擺錘，會發生什麼事？

(三)人造衛星的力學能守恆

大多數的人造衛星環繞地球作橢圓運動，但有些人造衛星之軌道近似於圓周運動，為了簡化問題，以下只討論人造衛星繞地球作等速圓周運動的情況。由於萬有引力是一種保守力，所以人造衛星的運動過程遵守力學能守恆律。假設人造衛星的質量為 m、軌道半徑為 r、運動速率為 v，由於地球的引力提供圓周運動的向心力，可據以求得圓周運動的切向速度量值，由(7-9)式與(7-10)式得知：

$$m\frac{v^2}{r}=G\frac{M_E m}{r^2} \tag{7-9}$$

$$v=\sqrt{G\frac{M_E}{r}} \tag{7-10}$$

若定無窮遠處為零位面，則人造衛星的力學能為：

$$E=K+U_g=\frac{1}{2}mv^2+(-G\frac{M_E m}{r}) \tag{8-32}$$

將(7-10)式代入(8-32)式可得：

$$E=G\frac{M_E m}{2r}-G\frac{M_E m}{r}=-G\frac{M_E m}{2r} \tag{8-33}$$

由上式可知，當人造衛星環繞地球作圓周運動時，若取無窮遠處之位能為零，其力學能 $(-G\frac{M_E m}{2r})$ 等於其位能 $(-G\frac{M_E m}{r})$ 的一半，當提供 $G\frac{M_E m}{2r}$ 的能量給予一人造衛星，將使人造衛星自現行的軌道上脫離地球的重力場至無窮遠處（位能為零），此能量稱為**束縛能**（binding energy）。

以上有關人造衛星力學能的討論，皆以地球的重力場為對象，這一結論所得的結果同樣可適用於其他星體的重力場，例如只需將(8-32)式中的地球的質量 M_E 改為太陽的質量 M_S，即可討論行星繞太陽公轉時的力學能。此外人造衛星繞地球公轉或行星繞太陽公轉時，其運動過程皆遵守力學能守恆律，不過討論上由於橢圓軌道的原因，須用到更多的數學運算，在此不多作討論。

從地表向上發射的物體，在忽略空氣阻力下，物體僅受到地球引力的作用而使其速率漸減，當速度不夠快時，物體將在到達一定的高度後仍會落回地面。若

發射時的初速愈大，則物體所能達到的高度就愈高。

若物體的初速夠大，則可以將物體拋至無窮遠處，而永遠脫離地球的重力場，此情況所須的最小速率，稱為**脫離速率**（escape speed），以 v_e 表示之，利用力學能守恆律可得：

$$E = K + U_g = \frac{1}{2}mv^2 + (-G\frac{M_E m}{r}) = \frac{1}{2}mv_e{}^2 + (-G\frac{M_E m}{R_E})$$

$$= 0 + (-G\frac{M_E m}{\infty}) = 0$$

故：

$$\frac{1}{2}mv_e{}^2 + (-G\frac{M_E m}{R_E}) = 0$$

可解得：

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM_E}{R_E}} \qquad (8\text{-}34)$$

可知脫離速率 v_e 和物體的質量 m 無關，將重力常數 $G = 6.67\times10^{-11}$ 公尺 ^{3}／公斤・秒 ^{2}，地球的質量 $M_E = 5.98\times10^{24}$ 公斤，地球的半徑 $R_E = 6.37\times10^{6}$ 公尺等數值代入(8-34)式計算可得 v_e 約為 1.12×10^{4} 公尺／秒，即每秒約 11 公里。

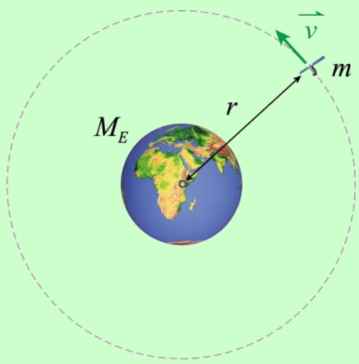
便利貼

繞地球作圓周運動的人造衛星的能量（定無窮遠處為零位面）

$$K = G\frac{M_E m}{2r}$$

$$U = -G\frac{M_E m}{r}$$

$$E = -G\frac{M_E m}{2r}$$



例題 8-22

一質量為 m 之人造衛星，以半徑為 r 繞地球作等速圓周運動，此時動能為 K。若因故半徑減為 $\frac{r}{2}$，但仍作等速圓周運動，則其動能、位能與總力學能如何改變？

思路：繞地球作圓周運動的人造衛星，其動能、位能與總力學能間有特定的比例關係。

解 以人造衛星的軌道半徑為 r 時之動能 $K=G\frac{M_E m}{2r}$ 為單位來計算各種能量的變化量，原位能 $U=-G\frac{M_E m}{r}=-2K$，總能 $E=-G\frac{M_E m}{2r}=-K$，

人造衛星之半徑 $r'=\frac{r}{2}$ 時，動能 $K'=G\frac{M_E m}{2r'}=G\frac{M_E m}{2(\frac{r}{2})}=2K$，

位能 $U'=-G\frac{M_E m}{r'}=-G\frac{M_E m}{\frac{r}{2}}=-4K$，

總能 $E'=-G\frac{M_E m}{2r'}=-G\frac{M_E m}{2(\frac{r}{2})}=-2K$，

動能變化量 $\Delta K=K'-K=2K-K=K$，

位能變化量 $\Delta U=U'-U=(-4K)-(-2K)=-2K$，

總力學能變化量 $\Delta E=E'-E=(-2K)-(-K)=-K$，

可見人造衛星半徑減小時，其動能增加、位能減少，位能的減少量比動能的增加量更大，故總力學能減少。

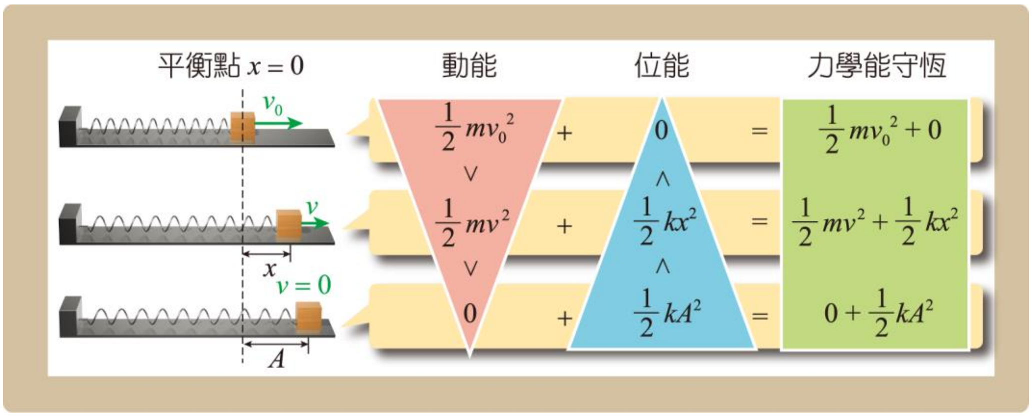
(四)彈力作用下的力學能守恆

彈力 $F_s=-kx$，是位置的函數，也是一種保守力，因此物體在彈力作用下也遵守力學能守恆律。以圖 8-26 中質量為 m 的物體聯結到彈簧上受彈力作用振動的情形為例，物體與彈簧放在光滑水平面上，運動過程中物體僅受到彈力對物體作功，故其力學能守恆，當物體在平衡位置時其速度為 v_0，動能為 $\frac{1}{2}mv_0^2$，此時

的彈性位能為零；在位置 x 時其動能為 $\frac{1}{2}mv^2$，而彈性位能為 $\frac{1}{2}kx^2$；當物體達到運動端點時 $x=A$，A 為振幅，此時物體速度為 0，彈性位能為 $\frac{1}{2}kA^2$，由力學能守恆律可得：

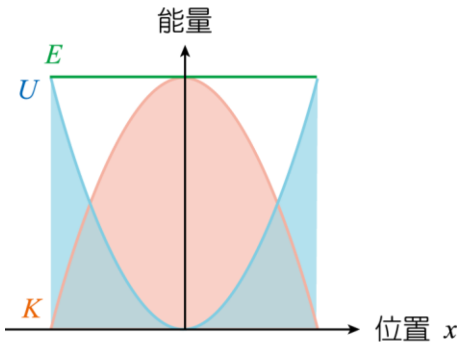
$$E=\frac{1}{2}mv_0^2+0=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}kx^2=0+\frac{1}{2}kA^2\text{為定值} \tag{8-35}$$

以圖例表示(8-35)式，如圖 8-26。



∴圖 8-26　物體聯結到彈簧上受彈力作用振動，物體在不同位置的力學能比較。

由於位能式 $\frac{1}{2}kx^2$ 表一拋物線，動能為 $E-\frac{1}{2}kx^2$ 亦為一拋物線，圖 8-27 中的兩條拋物線分別代表了(8-35)式中的彈性位能 U 與動能 K，隨著質點位置 x 的變化關係情形，水平線則代表了彈性位能與動能的總和，也就是本系統中的總力學能 E。



∴圖 8-27　彈性位能 U、動能 K 與總能 E 隨 x 的變化關係。

由於力學能守恆律考慮到的物理量僅為動能和位能這兩個純量，處理力學問題時只需知道物體在起始和最後狀態的動能和位能，而不需要知道作用過程中力的量值與方向，可以簡化求解的過程。

例題 8-23

一物體繫於彈簧，在光滑平面上作簡諧運動，當離開平衡點位移為 3.0 公尺時，對應的速率為 4.0 公尺／秒；當離開平衡點位移為 7.0 公尺時，對應的速率為 2.0 公尺／秒，求此簡諧運動的：

(1) 週期為若干？

(2) 振幅為若干？

思路：一物體繫於彈簧，在光滑水平面上作簡諧運動，重力與正向力恰抵消，

解 (1)分析物體之受力，受彈力、正向力與重力。但正向力與重力量值相等，方向相反，恰好抵消。僅餘彈力為保守力，故全程力學能守恆。令離開平衡點位移為 3.0 公尺時之位置為 P 點，離開平衡點位移為 7.0 公尺時之位置為 Q 點，

由力學能守恆 $\frac{1}{2}mv_P^2+\frac{1}{2}kx_P^2=\frac{1}{2}mv_Q^2+\frac{1}{2}kx_Q^2$，

$$\frac{1}{2}\times m\times 4.0^2+\frac{1}{2}\times k\times 3.0^2=\frac{1}{2}\times m\times 2.0^2+\frac{1}{2}\times k\times 7.0^2$$，

得 $m=3.3k$，

可求得週期 $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}=2\pi\sqrt{\frac{3.3k}{k}}=2\pi\sqrt{3.3}=1$（s）。

(2)物體若位於端點 B 點，速率為零，位置 x 為振幅 A。

再次由力學能守恆 $\frac{1}{2}mv_P^2+\frac{1}{2}kx_P^2=\frac{1}{2}mv_B^2+\frac{1}{2}kx_B^2$，

$$\frac{1}{2}\times m\times 4.0^2+\frac{1}{2}\times k\times 3.0^2=0+\frac{1}{2}\times k\times A^2$$，

$16\times 3.3k+9.0\times k=kA^2$，

解得 $A=7.9$（m）。

CHAPTER 8 | 8-5

能量守恆

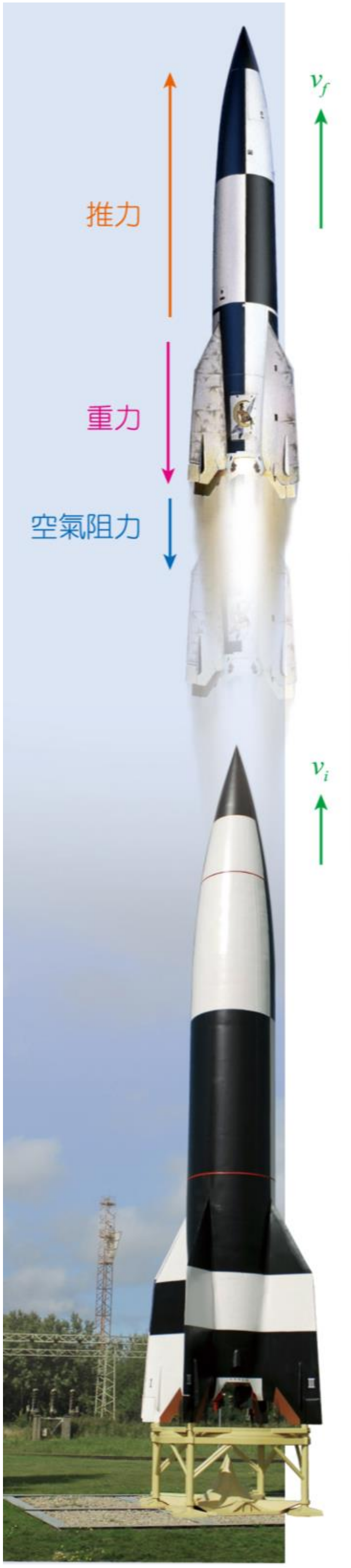
如果把作用於物體的總力分成為兩個部分，即保守力和非保守力，則此時考慮作功的大小，也就是將力乘上物體受力在力方向上的位移，可得所作的功為：

$$W = W_c + W_{nc} \tag{8-36}$$

其中合力所作的功為 W，保守力及非保守力所作的功分別為 W_c 與 W_{nc}，由於依據功能定理「合力對物體所作的功 W 等於物體動能的變化量 ΔK」，即(8-12)式，可知 $W = \Delta K$；又由有關保守力的性質，可知 $W_c = -\Delta U$，將 $W = \Delta K$ 與 $W_c = -\Delta U$ 這兩個關係式代入(8-36)式，可得：

$$\begin{aligned} W_{nc} &= W - W_c \\ &= \Delta K + \Delta U = (K_2 - K_1) + (U_2 - U_1) \\ &= (K_2 + U_2) - (K_1 + U_1) = E_2 - E_1 \\ &= \Delta E \end{aligned} \tag{8-37}$$

即非保守力對物體所作的功，等於物體總力學能的變化量。以向上垂直發射的火箭為例，如圖 8-28 所示，火箭共受到三個力量作用，即重力、引擎的推力與空氣阻力。其中重力為保守力，重力的作用之下力學能守恆；引擎的推力是非保守力，在此作正功，傾向於使火箭的力學能增加；空氣阻力也是非保守力，在此則作負功，使火箭的力學能減少；所以火箭的力學能的變化由引擎推力與空氣阻力的總和決定。



∴圖 8-28　向上垂直發射的火箭受到保守力與非保守力作用。

8

物體同時受包含保守力與非保守力作功時，力學能不再守恆，但是整體的能量仍然遵守能量守恆律。基礎物理(一)中討論過在牽涉到質量與能量間轉換的過程中，能量可以由損耗部分的質量來產生，也可能由輸入大量的能量來產生質量，這時候系統之質量與能量遵守包含質能互換的能量守恆律。

便利貼

保守力、非保守力作功與能量關係

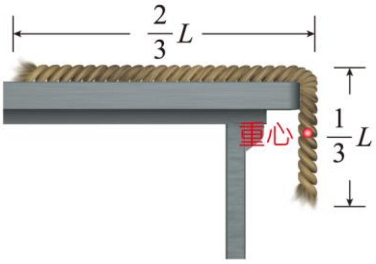
1. 保守力對物體所作的功，等於物體位能改變量的負值。
2. 非保守力對物體所作的功，等於物體總力學能的變化量。
3. 功能定理：合力對物體所作的功 W 等於物體動能的變化量 ΔK。
4. 力學能守恆律：當物體僅受到保守力作功時，則其動能和位能的總和（即力學能）保持不變。
5. 能量守恆：物體同時受包含保守力與非保守力作功時，力學能不再守恆，但是整體的能量仍然遵守能量守恆律。
6. 包含質能互換的能量守恆律:基礎物理中討論過在牽涉到質量與能量間轉換的核反應過程中，能量可以由損耗部分的質量來產生，也可能由輸入大量的能量來產生質量，這時候系統之質量與能量遵守包含質能互換的能量守恆律。

例題 8-24

質量 m、長度 L 的均勻繩子置於光滑桌面上，長度的 $\frac{1}{3}$ 下垂懸於桌邊，求將懸吊部分緩慢等速的拉回桌面所需之功。

思路：非保守力作功等於物體力學能變化量，而力學能變化量即動能變化量與位能變化量之和。

解　為方便計算令桌面為零位面，則繩長的 $\frac{2}{3}$ 於桌面，位能為零；繩長的 $\frac{1}{3}$ 下垂懸於桌邊，重心於零位面下方 $\frac{1}{6}L$ 處，如圖所示，



故位能 $U_g=(\frac{1}{3}m)g(-\frac{1}{6}L)=-\frac{1}{18}mgl$，

外力為非保守力，則外力作功等於力學能的變化量，

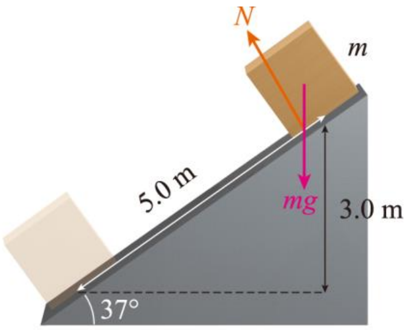
$$W=\Delta K+\Delta U_g=0+(U_g'-U_g)=0-(-\frac{1}{18}mgL)=\frac{1}{18}mgL$$ 。

例題 8-25

(1) 如圖，一物體的質量為 m，斜面光滑且與水平的夾角為 37°，若物體沿斜面靜止下滑 5.0 公尺，取重力加速度為 10.0 公尺／秒 ^{2}，則速率若干？

(2) 承上題，設物體與斜面間的動摩擦係數 μ 為 0.50，則速率若干？

解 (1)分析物體 m 之受力，正向力 N 不作功，重力 mg 為保守力，故 m 不受非保守力作用，運動過程力學能守恆。設末位置所在的水平面為零位面，則物體的初位置距零位面之鉛直高度 $h=5.0\times\sin37°=3.$（m），



$$K+U_g=K'+U_g'\text{，}\quad 0+mgh=\frac{1}{2}mv^2+0\text{，}$$

$$v=\sqrt{2gh}=\sqrt{2\times10.0\times3.0}=2\sqrt{15}=7.7\text{（m/s）。}$$

(2)由於 m 受非保守力作用，

由(8-37)式 $W=\Delta E=\Delta K+\Delta U_g$，

$$f\ell\cos180°=(K'-K)+(U_g'-U_g)\text{，}$$

$$-\mu mg\cos\theta\cdot\ell=(\frac{1}{2}mv'^2-0)+(0-mg\ell\sin\theta)\text{，}$$

解得 $v'=\sqrt{2g\ell(\sin\theta-\mu\cos\theta)}=\sqrt{2\times10.0\times5.0\times(\frac{3}{5}-0.50\times\frac{4}{5})}=4.5$（m/s）。

求解的過程中，物體質量 m 於等式兩側自行消去。故不論有無摩擦力，物體沿斜面下滑之末速率均與質量無關。

練習

例題 8-25 中，相較於第(1)小題，第(2)小題之速率為何較小？

延伸閱讀與觀念分析

延伸閱讀：鉛直方向之彈簧的力學能

將一自然長度為 ℓ_0 的輕彈簧沿鉛直方向懸掛（圖 8-29(a)），彈簧的力常數為 k，其上端固定，而下方則繫一質量為 m 的物體，如圖 8-29(b)所示。當物體由彈簧的自然長度釋放之後的下落過程中，物體會同時受到重力和彈力的作用，由於兩力皆為保守力，故物體的力學能是守恆的。假設物體剛釋放時的位置為重力位能 U_g 與彈性位能 U_s 的零點，由力學能守恆，可得各位置時之力學能：

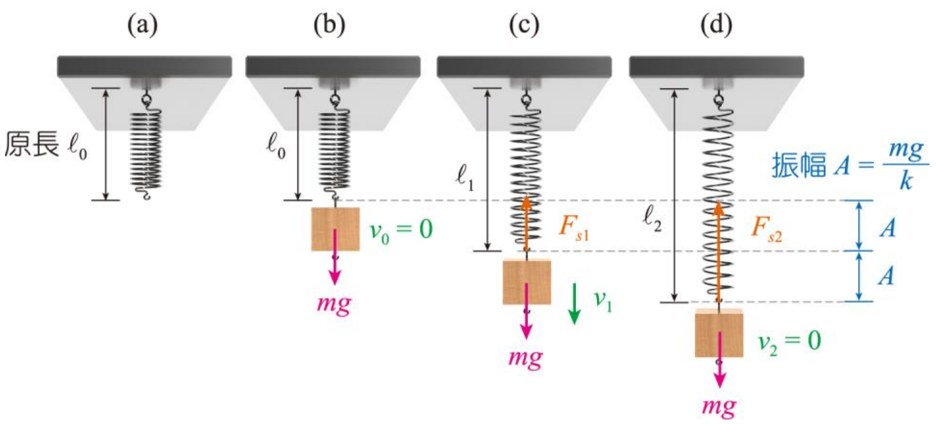
$$E = K + U_s + U_g$$

$$= 0 + 0 + 0 \qquad \text{由彈簧自然長度釋放時（圖 8-29(b)）}$$

$$= \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}k(\ell_1 - \ell_0)^2 - mg(\ell_1 - \ell_0) \qquad \text{在平衡位置時（圖 8-29(c)）}$$

$$= 0 + \frac{1}{2}k(\ell_2 - \ell_0)^2 - mg(\ell_2 - \ell_0) \qquad \text{在最低點時（圖 8-29(d)）}$$

物體所受的合力為零處稱為平衡位置，即彈力 $F_{s1} = k(\ell_1 - \ell_0) = mg$（重力），與力學能守恆式 $\frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}k(\ell_1 - \ell_0)^2 - mg(\ell_1 - \ell_0) = 0$ 聯立可以解得，在平衡位置時的彈簧長度 $\ell_1 = \ell_0 + \frac{mg}{k}$ 與物體的速率 $v_1 = \sqrt{\frac{m}{k}}g$ 。



∴圖 8-25　輕彈簧懸掛一質量為 m 的物體時的受力圖：(a)彈簧原長 ℓ_0；(b)物體剛釋放時；(c)物體在平衡位置處；(d)物體在最低點處。

延伸閱讀與觀念分析

在最低點處由力學能守恆式 $\frac{1}{2}k(\ell_2-\ell_0)^2-mg(\ell_2-\ell_0)=0$，

可得彈簧的長度 $\ell_2=\ell_0+\frac{2mg}{k}$，代入彈力 $F_{s2}=k(\ell_2-\ell_0)$ 可得彈力 $F_{s2}=2mg$。

由這些分析可以發現此物體以平衡位置為中心，振幅為 $\frac{mg}{k}$ 作上下往復運動。

若托住物體緩慢移動，在平衡位置放開物體，物體因不受力將靜止於平衡位置，輕輕拉動物體，則物體將以平衡位置為振動中心作簡諧運動。

觀念分析：動能與動量

在討論物體的運動時會用到「動能」和「動量」，兩者都涉及物體的質量（m）和速度（v），並且都是度量物體運動的物理量；但是動能是純量，動量是向量，兩物理量還有哪些不同呢？請見以下列表。

	動能（K）	動量 $\vec{p}$
向量或純量	純量	向量
形式	$K=\frac{1}{2}mv^2$	$\vec{p}=m\vec{v}$
物理量的變化量	$\Delta K=K'-K=W=\vec{F}\cdot\vec{d}$	$\Delta\vec{p}=\vec{p}'-\vec{p}=\vec{J}=\vec{F}\cdot t$
變化量的來由	功 W	衝量 $\vec{J}$
特性	力 $\vec{F}$ 在空間中效應的呈現	力 $\vec{F}$ 在時間中效應的呈現

本章重點

8-1 功與功率

1. 若物體受力的方向與其位移同方向，則施力對物體所作的功定義為力與位移的乘積，$W=Fd$。如果物體受力的方向和所產生的位移夾了一個角度 θ，則施力對物體所作的功定義為沿位移方向的分力和位移量值的乘積，也就是：

$$W=Fd\cos\theta \text{。}$$

2. 功的單位在 SI 制中為牛頓 · 公尺（N · m），此單位又稱為焦耳（joule，簡寫為 J）。
3. 每單位時間內所作的功稱為功率。功率的 SI 單位為焦耳／秒（J/s），又稱為瓦特（W）。
4. 功率可寫成作用力與瞬時速度的內積，$P=\vec{F}\cdot\vec{v}$。

8-2 動能與功能定理

5. 合力對物體所作的功 W 等於物體動能的變化量 ΔK，稱為功能定理。
6. 如果合力作正功，則物體的速率會增加；如果合力作的是負功，則物體的速率會減少。

8-3 位能

7. 施一外力以抵抗重力，此外力所作的功，可以轉化為物體的重力位能，重力作功 $W_g=-\Delta U$。若 $U_g(y)$ 和 $U_g(0)$ 分別為物體在位置坐標 y 和在地面（$y=0$）時的重力位能，則 $U_g(y)-U_g(0)=mgy$。
8. 若取離地球無窮遠處的重力位能為零，則重力位能的一般式為：

$$U_g(r)=-G\frac{M_E m}{r} \text{。}$$

9. 當施一外力以抵抗彈簧的彈力，此外力所作的功可以轉化為物體的彈性位能。若取 $x=0$ 時，彈簧的彈性位能 $U_s(0)$ 為零，則可得到當彈簧的伸長量為 x 時，彈性位能為 $U_s(x)=\frac{1}{2}kx^2$。

本章重點

8-4 力學能守恆

10. 像重力與彈力這樣的力，它們對物體所作的功只和其起點與終點的位置有關，和其所經的路徑無關，我們稱之為保守力。「若質點沿任意封閉路徑運動環繞一周，最後回到起始點，則保守力所作的功為零。」這是保守力的一個重要特性。
11. 物體的力學能為其動能及位能的和，以 E 表示之，$E=K+U$。
12. 當物體僅受到保守力作功時，則其動能和位能的總和（即物體的力學能）保持不變，$\Delta E=E_f-E_i=0$，稱為力學能守恆律。

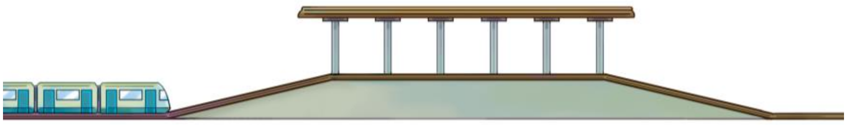
8-5 能量守恆

13. 如果把作用於物體的總力分成保守力和非保守力兩個部分，可得所作的功為兩者之和。
14. 非保守力對物體所作的功，等於物體總力學能的變化量。

習題

觀念題

1. 試舉一個例子：物體之動量改變，動能卻維持不變。
2. 人造衛星繞地球作等速圓周運動，若動能為 K，則重力位能、力學能各為若干？
3. 施外力將一彈簧由伸長量 10 公分等速推至壓縮量 10 公分，外力作功若干？
4. 小康說：「自由下落的物體，動能的增加量等於重力對物體所作的功與物體重力位能的減少量相加。」這種說法對嗎？為什麼？
5. 捷運系統的車站設計若使列車進站時要上坡，出站時要下坡，如圖所示，以節能減碳的觀點有什麼好處？



6. 試舉五個力學能全程守恆的運動實例？
7. 試舉一個速率不變，但力學能不守恆的實例？
8. 繞地球作圓形軌道運動的人造衛星若持續受到與速度反向之微小阻力，則速率與軌道半徑如何變化？
9. 請判斷表中各狀況之力對物體不作功、作正功或作負功？於對應的欄位打勾。

狀況	不作功	作正功	作負功
(1) 手用力提重物 100 公斤，提一小時並未運動，手施力作功。			
(2) 推鉛球比賽，鉛球離手前，手對鉛球所作的功。			
(3) 推鉛球比賽，鉛球離手後，手對鉛球所作的功。			
(4) 施力使嬰兒車等速上坡，手對嬰兒車所作的功。			
(5) 施力使嬰兒車等速下坡，手對嬰兒車所作的功。			

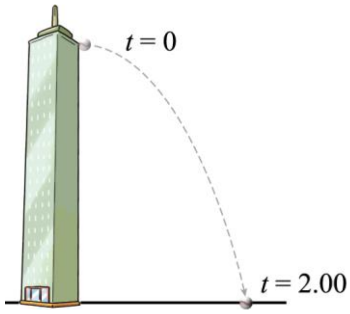
習題

狀況	不作功	作正功	作負功
(6) 使嬰兒車於光滑水平路面等速前進，手對嬰兒車所作的功。			
(7) 施力使嬰兒車於光滑水平路面加速前進，手對嬰兒車所作的功。			
(8) 施力使嬰兒車於光滑水平路面減速停止，手對嬰兒車所作的功。			
(9) 以手施力推固定不動的牆壁，手對牆壁所作的功。			
(10) 沿斜面滑動之物，在下滑過程中，斜面之正向力對物所作的功。			
(11) 以量值相等的力，於粗糙平面上將物體沿一直線等速推去再反向等速推回原出發點，全程手對物體所作的功。			
(12) 斜向拋射運動之物體，自拋出至落回原高度，重力對物體所作之功。			
(13) 火箭升空時，重力對火箭所作的功。			
(14) 單擺運動中，繩之張力對擺錘所作之功。			
(15) 單擺運動中，擺錘由左端點至右端點重力所作的功。			
(16) 人造衛星繞地球作圓周運動的過程中，萬有引力對衛星作功。			
(17) 地球繞日作橢圓形軌道運動，自近日點至遠日點，萬有引力對地球所作的功。			
(18) 地球繞日作橢圓形軌道運動，自遠日點至近日點，萬有引力對地球所作的功。			
(19) 地球繞日作橢圓形軌道運動，一年後回到原出發點，萬有引力對地球所作的功。			

基礎題

8-1 功與功率

1. 質量 5.00×10^{1} 公斤的棒球由樓頂水平拋出，經 2.00 秒落地，如右圖，則全程重力對棒球所作之功為多少焦耳？（設重力加速度 $g=10.0$ 公尺／秒 ^{2}）



2. 乒乓球從離地面 1.00 公尺高處自由下落，落至地面後反彈至 0.90 公尺高處。設重力加速度為 10.0 公尺／秒 ^{2}，乒乓球的質量約為 3.00 克，求整個過程中重力作的功為多少焦耳？

3. 某機器在 40.0 秒內將質量 2.00×10^{2} 公斤的重物舉高 30.0 公尺，求平均功率為多少瓦特？（設重力加速度 $g=9.80$ 公尺／秒 ^{2}）

4. 假設船在航行時所受的阻力量值 f 與其速率 v 成正比，如右圖，今欲令船速增為原先的 2 倍時，則船引擎的輸出功率應增為原先的若干倍？

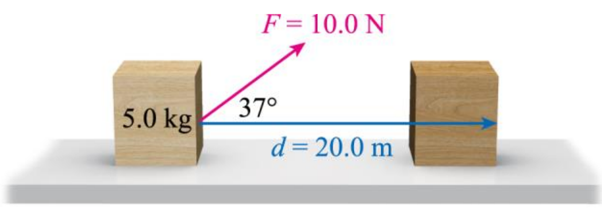
習題

5. 一跳傘員自高空跳下，由於空氣的阻力 f，在著地前有一段時間他是等速下降的。設著地時之終端速度 v 之量值為 10.0 公尺／秒，此人體重及裝備重量 W 為 100.0 公斤重，如右圖，則在此段等速下降期間內每秒產生之熱能約為多少焦耳？（設重力加速度 g = 9.80 公尺／秒 ^{2}）

8-2 動能與功能定理

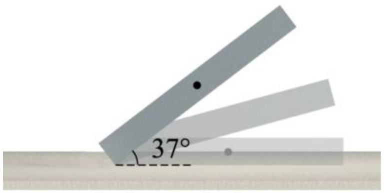
6. 高速公路最高速限為 30.6 公尺／秒（110 公里／時），一部質量 2.00×10^3 公斤的休旅車以最高速限行駛時之動能為多少焦耳？

7. 以一仰角 37°，量值為 10.0 牛頓的力拉動光滑水平面上一質量為 5.0 公斤的靜止木塊，當木塊沿水平方向移動的距離為 20.0 公尺時，如下圖，則此木塊之末速度量值為多少公尺／秒？

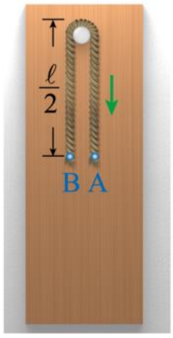


8-3 位能

8. 一長為 2.0 公尺，質量為 5.0 公斤之粗細均勻木棒，其粗細可忽略，水平置於地板上。使木棒一端著地，施適當力緩慢的抬起另一端（動能可忽略），使棒與水平成 37°之角，如右圖，此力對棒所作之功為若干焦耳？（設重力加速度 $g=10.0$公尺／秒 ^{2}）



9. 長為 ℓ 之均勻繩 AB，掛在截面半徑很小之光滑鐵釘而平衡，如圖。若因故受輕微振動，繩向右端滑落，則 B 端恰將滑離鐵釘時，繩之速率為若干？



10. 一彈簧的力常數為 200.0 牛頓／公尺，原來已伸長 10.0 公分，若欲將此彈簧在彈性限度內再伸長 10.0 公分，須作功多少焦耳？

11. 在光滑平地上，力常數為 k 的輕彈簧，其一端固定，而另一端繫住一質量為 m 的物體作簡諧運動，若系統儲存的總力學能為 E，則此簡諧運動的振幅為若干？

習題

8-4 力學能守恆

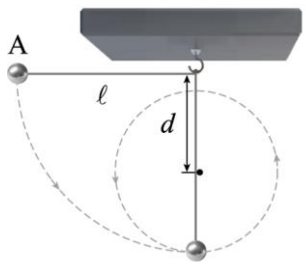
12. 電能一度為 3.60×10^{6} 焦耳。若水力發電時，水減少的重力位能可完全轉換成電能，則水由 100.0 公尺高處落至地面，共需質量若干公斤的水，其重力位能方足以轉換為一度電的能量？（設重力加速度 $g=10.0$ 公尺／秒 ^{2}）

13. 要使一球著地後回跳的高度超過原高 5.00 公尺，必須以多少公尺／秒之速度下拋？（不計空氣阻力和球與地碰撞時的能量損失，設 $g=10.0$ 公尺／秒 ^{2}）

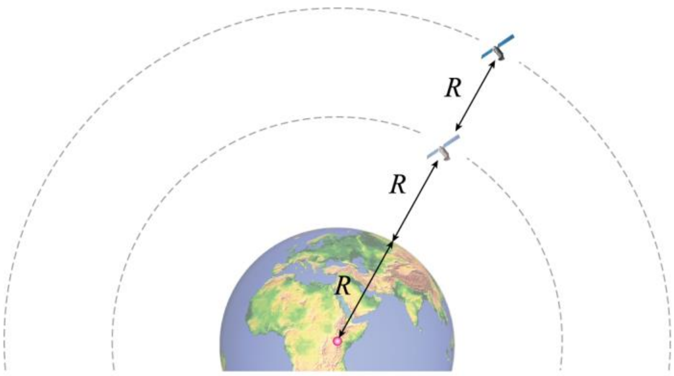
14. 速度為 2.00×10^{2} 公尺／秒的子彈，恰可射穿 1.00 公分厚的固定木板；若欲射穿厚 9.00 公分的木板（假設子彈所受的阻力不變），子彈的速度最小應為多少公尺／秒？

15. 有一單擺其擺動的最大幅角為 60°，則在最高點與最低點處懸線之張力比為何？

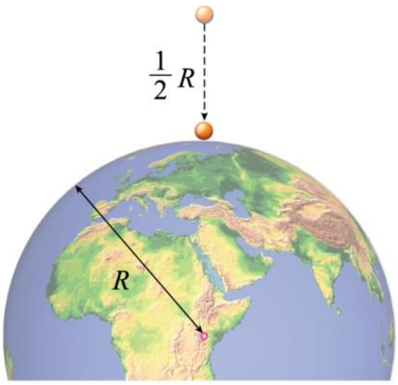
16. 如右圖，單擺擺長 ℓ，將擺錘由水平位置 A 點靜止釋放，釘一釘子位於懸點下方 d 處，欲使擺錘能繞釘旋轉一周，則 d 至少為若干？



17. 地球的半徑為 R，一衛星在距地面的高度為 R 處，繞地球運行時的動能為 K，今將此衛星改送至距地面的高度為 $2R$ 處繞地球運行時，如圖，則需供給的能量為若干？



18. 設地球的質量為 M，半徑為 R，有一質量為 m 的物體自距地表面 $\frac{1}{2}R$ 高處自由落到地面上，如下圖，若空氣阻力可忽略，則當它落至地面上時，其速率為若干？



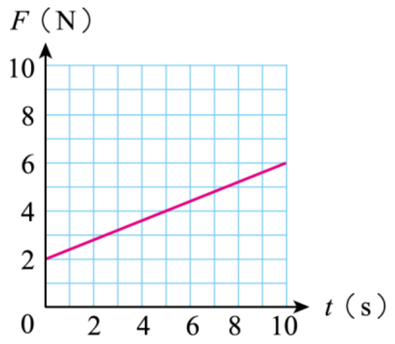
習題

8-5 能量守恆

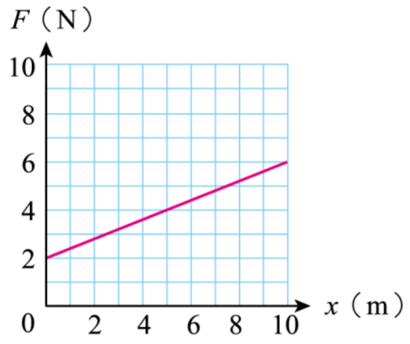
19. 一物體在一斜面底部向上滑行後再滑回底部，滑回底部時的速率小於初速，則下列敘述何者正確？ (A)滑行中，重力對物作負功 (B)滑行中，摩擦力對物作負功 (C)斜面對物體的正向力，對物體不作功 (D)物體滑回底部時損失的動能轉換為熱能 (E)整個過程，物體所受的合力對物體作負功。

綜合題

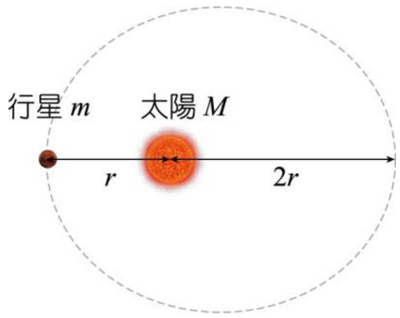
1. 質量 5 公斤的靜止物體受固定方向的力作用，作用力 F 對時間 t 的關係如圖，則作用力對物體所作的功為多少焦耳？



2. 質量 5 公斤的靜止物體受固定方向的力作用，作用力 F 對位置 x 的關係如圖，則作用力對物體所作的功為多少焦耳？

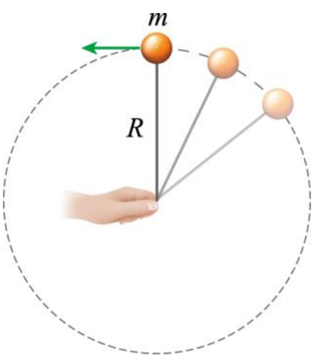


3. 太陽的質量為 M，重力常數為 G，一質量為 m 的行星，與太陽的最近距離為 r，最遠距離為 $2r$，如下圖，則此行星的最大動能為若干？



4. 承上題，此系統的力學能為若干？

5. 如圖所示，質量為 m 的物體以輕繩繫住，在鉛直面上作圓周運動。如果繩長為 R，且可承受的最大張力為物體重量之 7 倍，則此物體在最高點可達到的最大速率為若干？

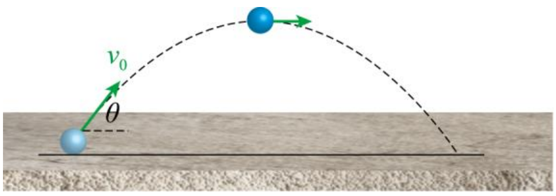


6. 一質量為 m 的物體自斜面下端以 v 的初速上滑 d 距離後又返回原處，速率變為 $\frac{2}{5}v$，物體與斜面間的摩擦力為若干？

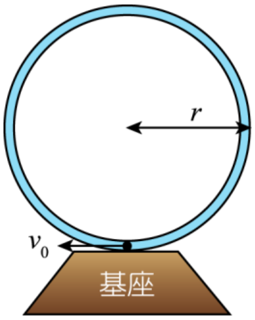
∗7. 在光滑平地上，力常數為 600.0 牛頓／公尺的輕彈簧兩端各連質量分別為 1.00 公斤和 2.00 公斤的 A、B 兩物體，而此時彈簧的壓縮量為 50.0 公分，今自靜止同時釋放兩物，則 A 物體的最大速率為若干公尺／秒？

習題

8. 一物在平地上，以仰角θ斜向拋出，忽略空氣阻力，當物體到達最大高度時的動能為 K，如右圖，則物體自拋出至抵達最大高度期間，重力所作的功為若干？

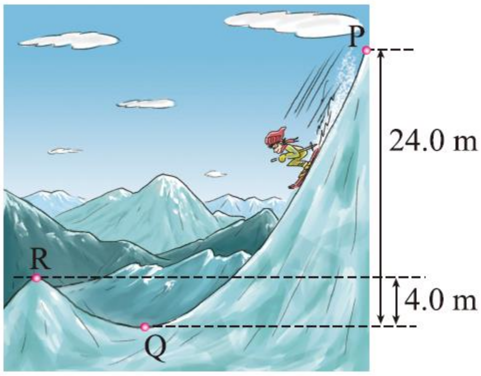


9. 一內壁光滑的環形細圓管，鉛直的固定於一基座頂部的水平表面上，環的半徑為r，細管的內徑遠小於 r 而可忽略。在圓管中有一質量為 m 的質點，能繞行圓管作完整的圓周運動，已知當質點經過最低點時的速率v_0為$\sqrt{\frac{9}{2}gr}$，如圖所示。則該質點通過圓管的最低點與最高點時，圓管施於質點的力各為何？【改寫自101 指考】



＊10. 小威坐在半球形冰塊之頂端，如圖所示，受到輕輕的一推，就滑下來。設冰的摩擦力可忽略，求小威離開冰塊時距地面的高度 H 為若干？並求小威離開冰塊時的速率？

11. 如圖所示，一質量為 60.0 公斤的滑雪者，由滑雪道的頂端 P 靜止滑下，於滑道末端 R 飛出。滑道的最低點 Q 與 P 的垂直距離為 24.0 公尺，Q 與 R 的垂直距離為 4.0 公尺。當他於滑道末端 R 飛出時，速度的量值為 18.0 公尺／秒。若過程中他保持姿勢不變，風阻亦可忽略，且重力加速度 $g = 9.80$ 公尺／秒^2。從 P 到 R 因摩擦所消耗的能量與所減少的重力位能之比值最接近下列何者？



(A) 1　(B) 0.8　(C) 0.3　(D) 0.2　(E) 0.1。

【99 指考】

12. 一個半徑為R、沒有大氣的星球，在其表面處的重力加速度為g。若由該星球表面以 $v = \sqrt{gR}$ 的初速，垂直向上發射一個沒有推進力的物體，則此物體上升的最高點與星球表面的距離為何？　【改寫自100 指考】

習題

綜合題

舉重比賽中的抓舉，選手必須以一個連續不斷的動作把槓鈴從舉重臺上提起，並向上舉至兩手臂完全伸直。完成動作時，選手臂、腿和槓鈴成一平面，保持靜止狀態，等裁判發出信號時，才能將槓鈴放下。設一舉重選手抓舉時，於 1.20 秒內將總質量 150.0 公斤的槓鈴抬升至鉛直高度 2.00 公尺後，並保持槓鈴於靜止平衡狀態 1.00 秒，裁判才發出信號。舉重選手聽到信號，將槓鈴釋放後，槓鈴維持水平自由下落。取重力場量值 $g=10.0$公尺／秒^2。

電器名稱	功率（瓦特）
(A)微波爐	1200
(B)冷氣機	900
(C)電暖爐	700
(D)除溼機	285
(E)燈泡	60

1. 一碗白米飯的熱量約1.00×10^6焦耳，若白米飯的熱量可為人體完全吸收利用。試計算舉重選手抬升槓鈴 1.20 秒的過程，對槓鈴的作功相當幾碗白米飯的熱量？
2. 試計算舉重選手抬升槓鈴 1.20 秒的過程，對槓鈴作功的平均功率。並比較舉重過程中的功率，與附表中一般家用電器的功率，何者較大？
3. 舉重選手抬升槓鈴後保持槓鈴於靜止狀態 1.00 秒，此期間舉重選手對槓鈴作功為何？
4. 舉重選手將槓鈴釋放後，槓鈴落地時的速率為何？