CH 1 直線運動

1-1 位置、位移與路徑長
1-2 速度及速率
1-3 加速度
1-4 一維空間的等加速運動
1-5 自由落體運動
1-6 相對運動

自然界中所有的物體都不斷的在運動，我們可以透過觀察與分析來認識自然界的運行。蘋果樹掉下的蘋果或水龍頭滴落的水滴，是常見的自由落體運動。騎馬的牛仔、玩車的孩子、相對奔跑的山羊乃至爬行的蝸牛，也在進行五花八門的運動。圖中在鐵道上高速奔馳的火車，正是直線運動的實例。運動學描述的正是物體在空間中的運動。把物體視為質點，可以將物體運動作最簡單的描述。

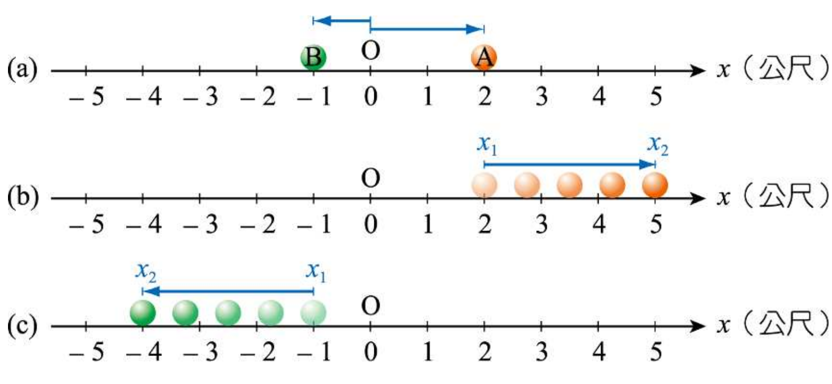
CHAPTER 1 1-1

位置、位移與路徑長

日常生活中，不論是爬行的蝸牛、投射出的籃球、疾駛的汽車或繞地球公轉的月球，它們在空間的位置（position）均隨著時間發生變化，我們稱它們正在運動。所以描述物體位置與其位置的變化，成為研究運動時最根本的問題。為了將複雜問題簡化，我們先將物體當作一個有質量的點（簡稱質點（particle））來處理。

先考慮質點在一條直線上的運動。為了描述質點在直線上的位置，任取直線上的一點作為原點，由原點畫出一條有方向的線段到質點所在的位置，線段的長度代表質點至原點的遠近，線段的方向表示質點在原點的左方或右方。質點的位置具有方向性，因此它是一個向量（vector），稱為位置向量。有關具有方向性質的物理量之向量性質與運算，我們將於下一章中深入討論。

為方便起見，可將直線上位置向量的方向以正負號表示，指向原點右方的位置向量定為正值，指向左方則定為負值。如圖 1-1(a)的位置向量，取 O 點為 x 軸的原點，則質點 A 位於坐標 $x=2$ 公尺處，其位置向量 x 為 2 公尺向右，記為 $x=+2$ 公尺。質點 B 位於坐標 $x=-1$ 公尺處，其位置向量 x 為 1 公尺向左，記為 $x=-1$ 公尺。



∴圖 1-1 (a) 質點 A 與質點 B 之位置向量
(b) 質點 A 的位移為向右 3 公尺
(c) 質點 B 的位移為向左 3 公尺

Note

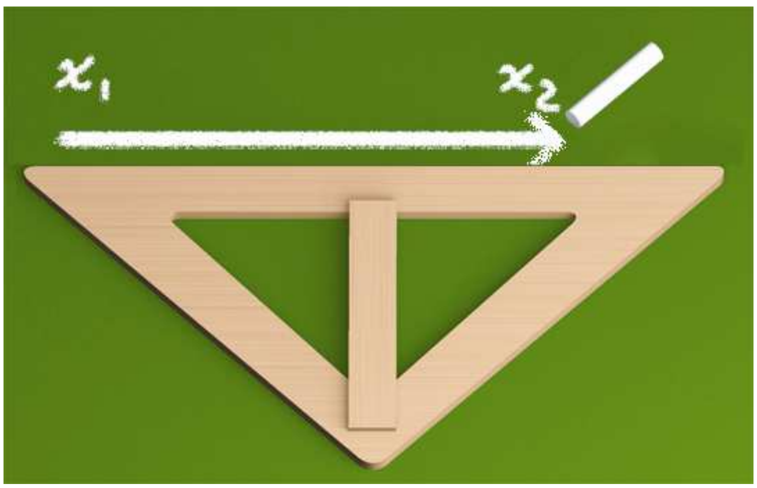
質點的位置向量記為 $x=+2$ 公尺，代表一向量，由原點指向物體所在，向量長度為 2 公尺，方向向右。其數學坐標表示為 $x=+2$。

當質點運動時，位置發生變化，定義位置的變化量 d 或 Δx 為**位移**（displacement），以 d 或 Δx 表示，其 SI 單位為公尺（m），如質點由初位置 x_1 運動到末位置 x_2，其位移可寫為：

$$d=\Delta x=x_2-x_1 \tag{1-1}$$

如圖 1-1(b)，若質點 A 的初位置為 $x_1=2$ 公尺，末位置為 $x_2=5$ 公尺，其位移為 $d=\Delta x=x_2-x_1=5-2=+3$（公尺），正號表示質點向 $+x$ 的方向移動，即向右方運動。又如圖 1-1(c)，若質點 B 的初位置為 $x_1=-1$ 公尺，末位置為 $x_2=-4$ 公尺，則位移 $d=\Delta x=x_2-x_1=(-4)-(-1)=-3$（公尺），負號表示質點向 $-x$ 的方向移動，即向左方運動。

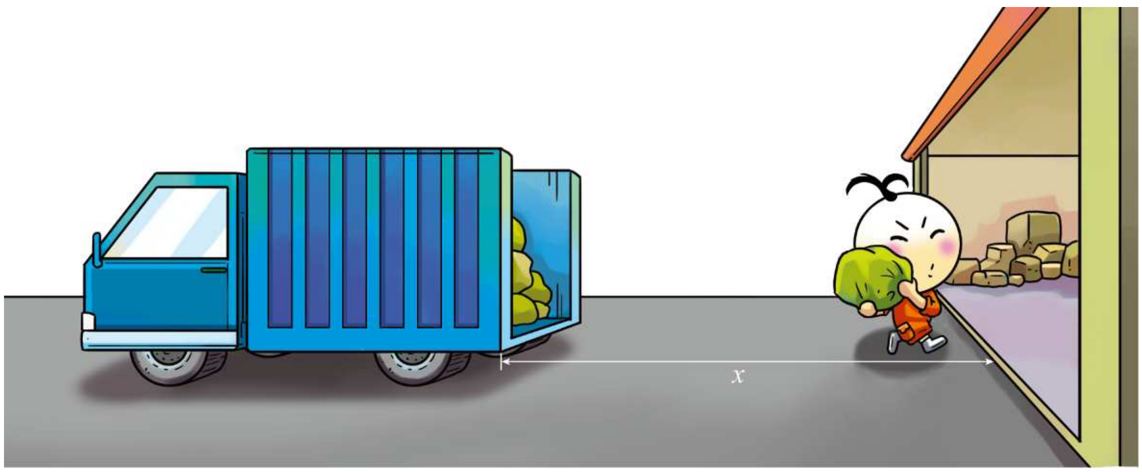
位移是向量，有量值也有方向。如圖 1-2，粉筆在黑板上由初位置 x_1 移動到末位置 x_2，位移的量值就是粉筆的初位置與末位置之間的最短距離，也就是粉筆經尺所畫之線段長度。而粉筆位移的方向由初位置 x_1 指向末位置 x_2。



∴圖 1-2　粉筆位移的量值是粉筆經尺所畫出線段的長度，方向則由 x_1 指向 x_2。

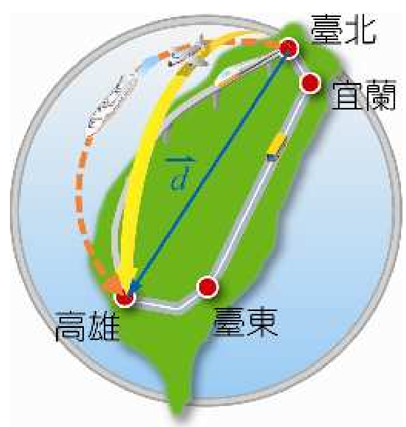
位移向量只與初位置、末位置有關，與如何到達末位置的過程是無關的。若將質點由初位置到達末位置經過的軌跡在圖上描出並計算總長度，所得到的結果 ΔS 稱為**路徑長**（path length），路徑長為一**純量**（scalar）且永遠為正值，而位移量值就是初位置到末位置的最短路徑長。

質點限制在一直線上運動時，若運動方向不變，末位置將持續遠離初位置，此情況下，路徑長與位移的量值恰好相等。但若過程中質點的運動方向改變，末位置將開始向初位置接近，位移向量的量值開始減小，但路徑長仍繼續增加，此情況下路徑長就會大於位移的量值。如圖 1-3，一輛停在距貨倉 x 處之貨車，若以人力來回搬貨，則搬貨工人每來回一次之總位移為 0，但路徑長為 $2x$。



∴圖 1-3　工人來回搬貨一次，總位移為 0，但路徑長為 $2x$。

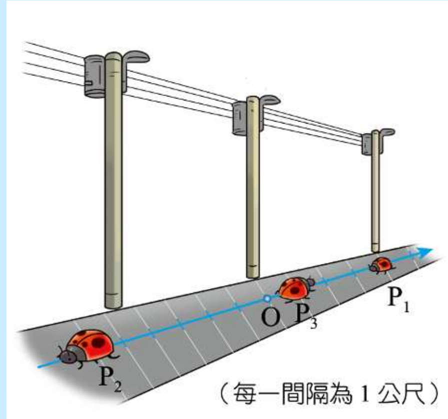
從臺北到高雄，可以選擇不同的交通工具，例如搭巴士、火車、高鐵、飛機甚至輪船，這些交通工具行經的路徑長 ΔS 均不相同，但就旅程的目的而言，均由初位置的臺北到達末位置的高雄，也就是達成由臺北至高雄的位移 d 是相同的，如圖 1-4 所示。



∴圖 1-4　搭乘不同的交通工具由臺北至高雄，經過的路徑不同，但位移相同。

例題 1-1

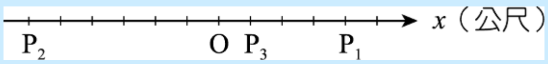
如圖，一隻甲蟲於地面上爬行，於 60.0 秒內由 P_1 點移動至 P_2 點後，再費時 30.0 秒爬行回 P_3 點。



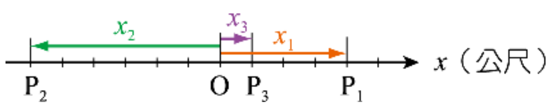
(1) 圖中 O 為地面上某一觀察者位置（定為坐標原點），請繪出觀察者所見甲蟲在 P_1、P_2、P_3 三點之位置向量。

(2) 繪出甲蟲在 90.0 秒內的位移向量 d，並計算其量值。

(3) 繪出甲蟲在 90.0 秒內的路徑，並計算其路徑長。



解 (1)



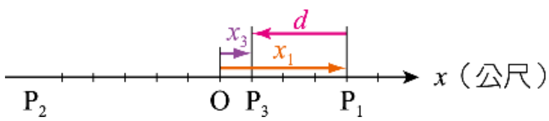
如圖，

P_1之位置向量為由 O 點指向 P_1點之向量，記為 $x_1=+4.0$（公尺）。

P_2之位置向量為由 O 點指向 P_2點之向量，記為 $x_2=-6.0$（公尺）。

P_3之位置向量為由 O 點指向 P_3點之向量，記為 $x_3=+1.0$（公尺）。

(2)

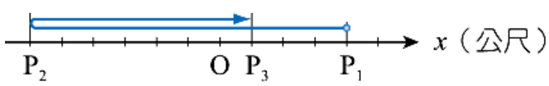


如圖，位移向量為由 P_1點指向 P_3點之向量，記為

$d=x_3-x_1=(+1.0)-(+4.0)=-3.0$（公尺），

位移量值為 3.0 公尺，負號表示方向向左。

(3)



如圖，路徑長 $=\overline{P_1P_2}+\overline{P_2P_3}=10.0+7.0=17.0$（公尺）。

想一想

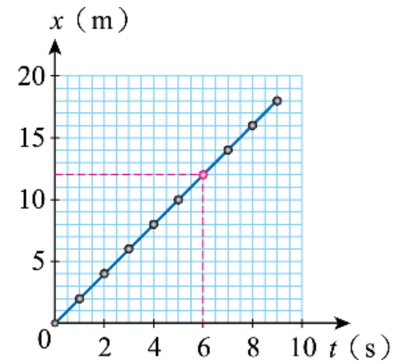
路徑長是不是一定會大於或等於位移的量值？

描述質點在一直線上位置隨時間的變化的情況，可在標記其位置 x 的同時，也記下當時的時刻 t，t 為時間坐標上的一點，時間坐標上兩點間的間隔，稱為**時間間隔**或**時段**（time interval）。表 1-1 是一系列在不同時刻 t，質點位置的記錄，可以描述該質點的運動情形。

∴表 1-1　質點運動的位置和時間坐標數據

t（s）	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x（m）	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18

將表 1-1 位置對應時間的數據，記錄在直角坐標上，取橫坐標為時間 t，縱坐標為位置 x，可繪製成位置–時間關係圖（$x-t$ 圖），如圖 1-5。此 $x-t$ 圖的表達方式可顯現出質點位置的連續性變化，也容易看出其運動的趨勢，是一種一目瞭然的好表示法。



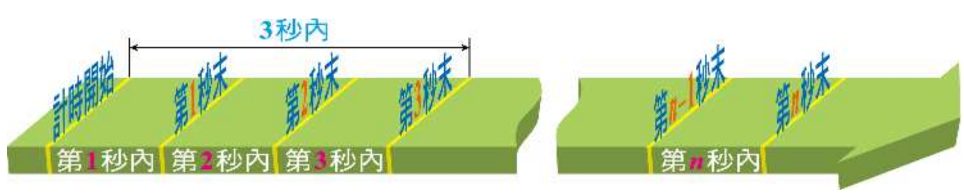
∴圖 1-5　描述質點作直線運動的 $x-t$ 圖

Note

時間坐標：

(1) 時刻為時間坐標上的一個點，時刻 $t = n$ 秒，即表示第 n 秒末的瞬間。

(2) 時間間隔為時間坐標上的一個區間，時間間隔「n 秒內」就是 0～n 秒這一段時間。第 n 秒內則表示第$(n-1)$秒末至第 n 秒末的時間間隔，此段時間的 $\Delta t = 1$ 秒。



速度及速率

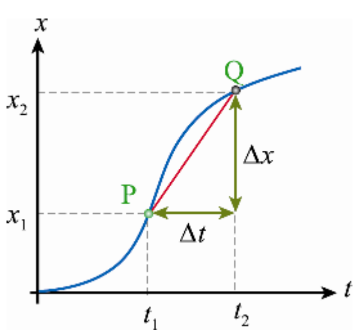
日常生活的各種交通工具中，我們都知道汽車沒有飛機快，自行車又沒有汽車快（圖 1-6）。到底快慢的程度如何比較呢？物理對於快慢的概念有嚴密的定義，就是以下要介紹的**速度**（velocity）及**速率**（speed）。

在直線運動中，質點的位移 Δx 與發生這段位移所用時間間隔 Δt 的比值 $\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$，即代表質點運動的快慢，稱為**平均速度**（average velocity），以 v_{ave} 或 $\bar{v}$ 表示，$v_{\text{ave}} = \dfrac{\Delta x(\text{位移})}{\Delta t(\text{時間間隔})}$，即：

$$v_{\text{ave}} = \overline{v} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad (1\text{-}2)$$

其中，t_1 為測量初始的時刻，t_2 為測量結束的時刻，x_1 為 t_1 時刻質點的位置（初位置），x_2 為 t_2 時刻質點的位置（末位置），測量時間間隔 $\Delta t = t_2 - t_1$，質點位置變化量即為位移，可寫為 $d = \Delta x = x_2 - x_1$。

將質點在直線上運動的 $x-t$ 圖描繪如圖 1-7 所示，P 點橫坐標 t_1 對應縱坐標 x_1，Q 點橫坐標 t_2 對應縱坐標 x_2，對照(1-2)式與圖 1-7 可以看出：質點在 t_1 至 t_2 的時間間隔內的平均速度即為紅色線段 $\overline{\text{PQ}}$ 的斜率。因此在 $x-t$ 圖中，任取曲線上兩點連線的斜率，即為所對應時間間隔內的平均速度。



∴圖 1-7　在 $x-t$ 圖中，任取兩點連線的斜率，即此段時間間隔內的平均速度。

∴圖 1-6　汽車沒有飛機快，自行車沒有汽車快，所謂快慢應如何比較？

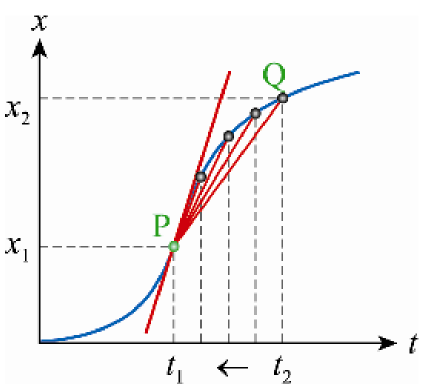
由圖 1-8 可見，若測量的時間間隔 Δt 趨近於零，t_2 時刻趨近於 t_1 時刻，Q 點趨近於 P 點，紅色線段也趨近於 P 點之切線。因此在 $x-t$ 圖中，曲線上任一點的切線斜率，即稱為此點對應時刻的**瞬時速度**（instantaneous velocity），即：

$$v=\lim_{t_2\to t_1}\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad (1\text{-}3)$$

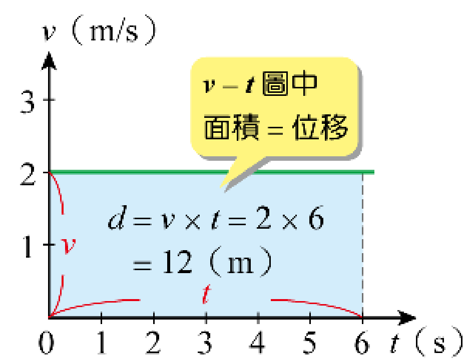
若沒有特別聲明，一般所稱的速度即為瞬時速度。

利用 $x-t$ 圖的斜率為速度的性質，可以將質點運動的 $x-t$ 圖轉為 $v-t$ 圖。圖 1-5 之 $x-t$ 圖描述的運動為一種簡單易懂的運動，可以見到質點的位置 x 隨著時間 t 線性增加，任取曲線上兩點連線的斜率與任取一點的切線斜率相同，即任何時間間隔的平均速度與任何時刻的瞬時速度均相同，此種運動稱為**等速運動**（uniform motion）。圖 1-5 所對應的 $v-t$ 圖，如圖 1-9 所示，為一與橫軸平行的水平直線，在質點運動的時間間隔內，等速運動 $v-t$ 圖的曲線與 t 軸形成一長方形區域，如圖 1-9 的藍色區域。藍色區域的長、寬各為運動所費的時間 t 以及速度 v，由(1-2)式平均速度的定義 $v=\dfrac{d}{t}$，移項得全程位移 $d=vt=$寬×長 = 長方形區域的面積。

等速運動 $v-t$ 圖的曲線與 t 軸包圍的面積即為質點的位移。這樣的關係在變速運動仍然成立，說明如下。



∴圖 1-8　在 $x-t$ 圖中，t_1 時刻的切線斜率即質點在 t_1 時刻的瞬時速度。



∴圖 1-9　等速運動 $v-t$ 圖

若一質點速度隨時間而變化，我們可將全程分為 n 個時間間隔，如圖 1-10 所示；當 n 增大時，每個 Δt 內的速度變化將變小，而各時間間隔 Δt 的質點位移將近似於各長方形的面積。

若令 n 趨於無窮大，則每個時間間隔 Δt 將趨近於零，而在如此短的時間間隔內，速度變化也將趨近於零，即每個時間間隔 Δt 內的運動可視為等速運動，而且所有長方形面積的總和，也將趨近於曲線下的面積，如圖 1-11 所示。故變速運動全程位移為所有時間間隔的位移總合，亦為 $v-t$ 圖曲線下與 t 軸所圍的面積。

若速度 v 為正值，即 $v-t$ 圖的曲線位在時間軸的上方，則其下所包圍的面積為正，表示位移為正；若速度 v 為負值，即 $v-t$ 圖的曲線位在時間軸的下方，與時間軸所包圍的面積為負，表示位移為負，如圖 1-12 所示。

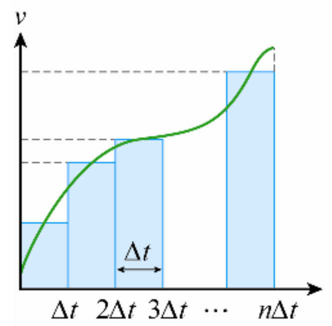
描述質點運動快慢程度的物理量，稱為速率，是一純量，定義為路徑長 ΔS 與測量時間間隔 Δt 的比值 $\dfrac{\Delta S(\text{路徑長})}{\Delta t(\text{時間間隔})}$ 稱為**平均速率**（average speed）$\overline{v_S}$ ，即：

$$\overline{v_S} = \frac{\Delta S}{\Delta t} \qquad (1\text{-}4)$$

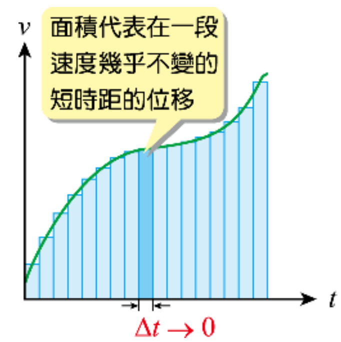
若測量的時間間隔 Δt 趨近於零，此時測得的速率稱為瞬時速率 v_S ，即：

$$v_S = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} \qquad (1\text{-}5)$$

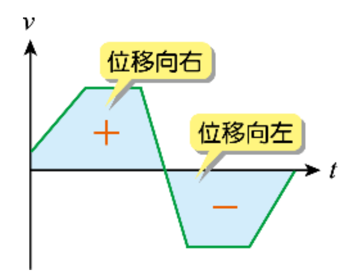
若沒有特別聲明，一般所稱的速率即為瞬時速率。質點若在一直線上作同方向的運動，路徑長恰



∴圖 1-10　將全程分為 n 個時間間隔，當 n 增大時，每個 Δt 內的速度變化將變小。



∴圖 1-11　$v-t$ 關係圖曲線下的面積等於質點所經的位移，若時間間隔 Δt 趨近於零，則長條面積總和等於 $v-t$ 關係圖下所圍的面積。



∴圖 1-12　$v-t$ 關係圖曲線與 t 軸所圍的面積代表位移的量值，正負代表位移的方向。

等於位移量值，比較(1-4)式與(1-2)式，此時平均速率恰等於平均速度的量值。但除此狀況之外，路徑長大於位移量值，故平均速率大於平均速度的量值。

不論質點全程如何運動，若測量的時間間隔 Δt 趨近於零，此瞬間可視為運動方向不變的直線運動，路徑長等於位移量值，故瞬時速率恆等於瞬時速度的量值。

想一想

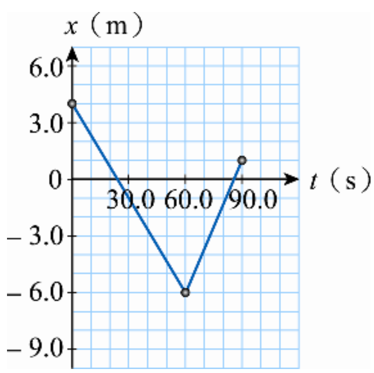
例題　1-2

在例題 1-1 中，若甲蟲由 P_1 爬行至 P_2 點，再由 P_2 爬行至 P_3 點，兩階段運動均為等速運動，請繪出

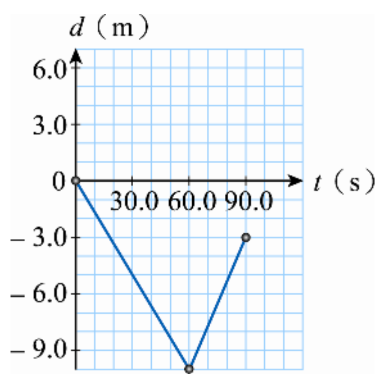
(1)甲蟲的位置－時間關係圖（ $x-t$ 圖）。(2)甲蟲的位移－時間關係圖（ $d-t$ 圖）。

思路：等速運動的 $x-t$ 圖為斜直線，斜率即為速度。

解　(1)



(2)



自我練習

比較甲蟲的 $x-t$ 圖與 $d-t$ 圖，兩圖有何關係？

例題　1-3

在例題 1-1 中，

(1) 繪出甲蟲運動之速度－時間關係圖（ $v-t$ 圖）。

(2) 甲蟲於 90.0 秒內的平均速率為若干？

(3) 甲蟲於 90.0 秒內的平均速度的量值為若干？方向為何？

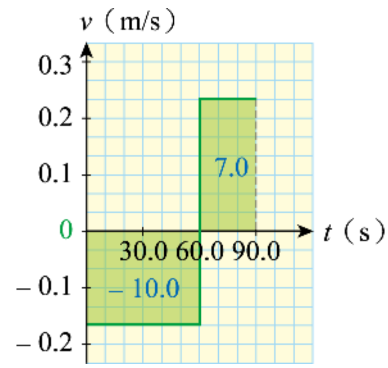
解 (1)① $t=0$ 到 $t=60.0$ 秒，

甲蟲作等速運動，方向向左，

位移 $d_1=x_2-x_1=(-6.0)-(+4.0)=-10.0$ （m），

速度 $=\dfrac{\text{位移}}{\text{時間間隔}}$，

即 $v=\dfrac{d}{t}=\dfrac{10.0}{60.0}=0.170$ （m/s）。



② $t=60.0$ 秒到 $t=90.0$ 秒，

甲蟲作等速運動，方向向右，

位移 $d_2=x_3-x_2=(+1.0)-(-6.0)=7.0$ （m），

速度 $=\dfrac{\text{位移}}{\text{時間間隔}}$，即 $v=\dfrac{d}{t}=\dfrac{7.0}{30.0}=0.23$ （m/s）。

(2)平均速率 $=\dfrac{\text{路徑長}}{\text{時間間隔}}$，即 $\overline{v_S}=\dfrac{S}{t}=\dfrac{17.0}{90.0}=0.190$ （m/s）。

(3)平均速度 $=\dfrac{\text{位移}}{\text{時間間隔}}$，即 $\bar{v}=\dfrac{d}{t}=\dfrac{(-10.0)+7.0}{90.0}=-\dfrac{3.0}{90.0}=-3.0\times10^{-2}$ （m/s），

平均速度的量值為 3.0×10^{-2} m/s ，方向向左。

自我練習

$v-t$ 圖的前 60.0 秒圖形與 t 軸所包圍的面積為若干？最後 30.0 秒的圖形與 t 軸所包圍的面積為若干？全程 90.0 秒的圖形與 t 軸所包圍的面積為若干？三個面積各有什麼物理意義？

1-3 加速度

物體運動的速度大多不是固定不變的。若把列車的離站與火箭的升空均視為直線運動，雖然兩者的速率值均逐漸增加，但火箭升空時，在相同時間內即可達到較大的速度（圖 1-13）。可見列車與火箭在啟動時，速度變化的快慢有所差異，速度變化的快慢也是描述質點運動重要的物理量，稱之為**加速度**（acceleration）a。

在直線運動中，若在時間間隔 Δt 內，測得質點速度變化 Δv ，比值 $\dfrac{\Delta v}{\Delta t}$ 稱為**平均加速度**（average acceleration），以 a_{ave} 或 $\bar{a}$ 表示，$a_{\text{ave}} = \dfrac{\Delta v(\text{速度變化量})}{\Delta t(\text{時間間隔})}$ ，即：

$$a_{\text{ave}} = \bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \qquad (1\text{-}6)$$

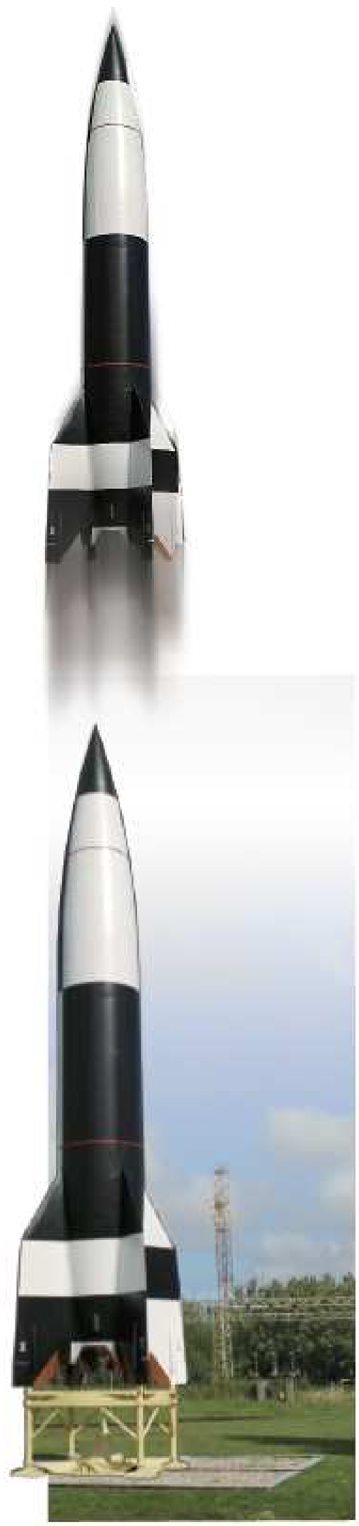
其中，t_1 為測量初始的時刻，t_2 為測量結束的時刻，v_1 為 t_1 時刻質點的速度，v_2 為 t_2 時刻質點的速度，歷經的時間間隔 $\Delta t = t_2 - t_1$ ，質點速度變化量 $\Delta v = v_2 - v_1$ 。

當測量的時間間隔 Δt 趨近於零，t_2 時刻趨近於 t_1 時刻，此時測得的加速度稱為**瞬時加速度**（instantaneous acceleration），即：

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} \qquad (1\text{-}7)$$

若沒有特別聲明，一般所稱的加速度即為瞬時加速度。

加速度為一向量，不但具有量值，也具有方向。要注意的是，加速度的方向不一定是初速度 v_1 或末速度 v_2 的方向（雖然有時恰好與 v_1 或 v_2 同向），而是速度變化量 $\Delta v = v_2 - v_1$ 的方向。加速度的 SI 單位為公尺／秒^2（m/s^2），



∴圖 1-13　火箭升空時，在短時間內可達極大的速度，亦即具有極大的加速度。

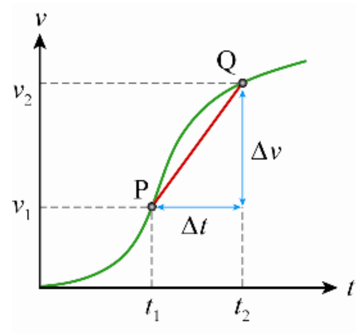
直線運動時加速度的正負即代表加速度的方向。

將質點在直線上作變速運動的 $v-t$ 圖描繪如圖 1-14 所示，P 點之橫坐標 t_1 對應縱坐標 v_1；Q 點之橫坐標 t_2 對應縱坐標 v_2，對照(1-6)式與圖 1-14 可以看出，質點在 t_1 至 t_2 的時間間隔內的平均加速度，即為紅色線段 $\overline{PQ}$ 的斜率。因此在 $v-t$ 圖中，任取曲線上兩點連線的斜率，即為此兩點對應之時間間隔內的平均加速度。

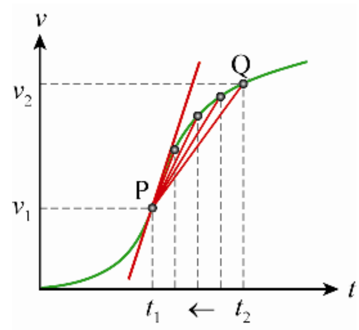
由圖 1-15 可見，當 t_2 時刻趨近於 t_1 時刻時，Q 點趨近於 P 點，紅色線段也趨近於 P 點的切線。因此在 $v-t$ 圖中，曲線上任一點的切線斜率，即為此點對應時刻的瞬時加速度。利用 $v-t$ 圖斜率為加速度的性質，可以將一質點運動的 $v-t$ 圖轉為 $a-t$ 圖。

在定義上，速度為質點位置對時間的變化率，加速度為質點速度對時間的變化率。在 1-2 節中，已說明 $v-t$ 圖的曲線下面積為位置變化量，同理可以推論 $a-t$ 圖的曲線下面積為速度變化量，如圖 1-16 所示。

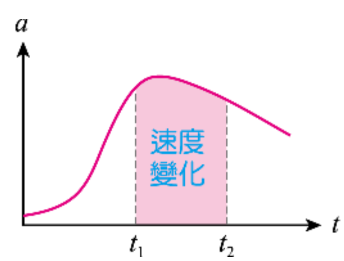
若加速度 a 為正值，即 $a-t$ 圖的曲線位在時間軸的上方，則與時間軸所包圍的面積為正，表示速度變化量為正；若加速度 a 為負值，即 $a-t$ 圖的曲線位在時間軸的下方，與時間軸所包圍的面積為負，表示速度變化量為負，如圖 1-17。



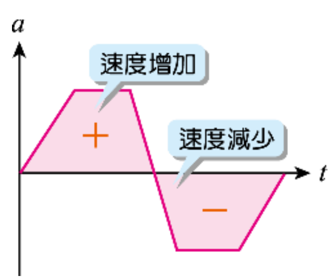
∴圖 1-14　在 $v-t$ 圖中，P、Q 兩點連線的斜率，等於此段時間間隔內的平均加速度。



∴圖 1-15　在 $v-t$ 圖中，切線斜率等於在 t_1 時刻的瞬時加速度。

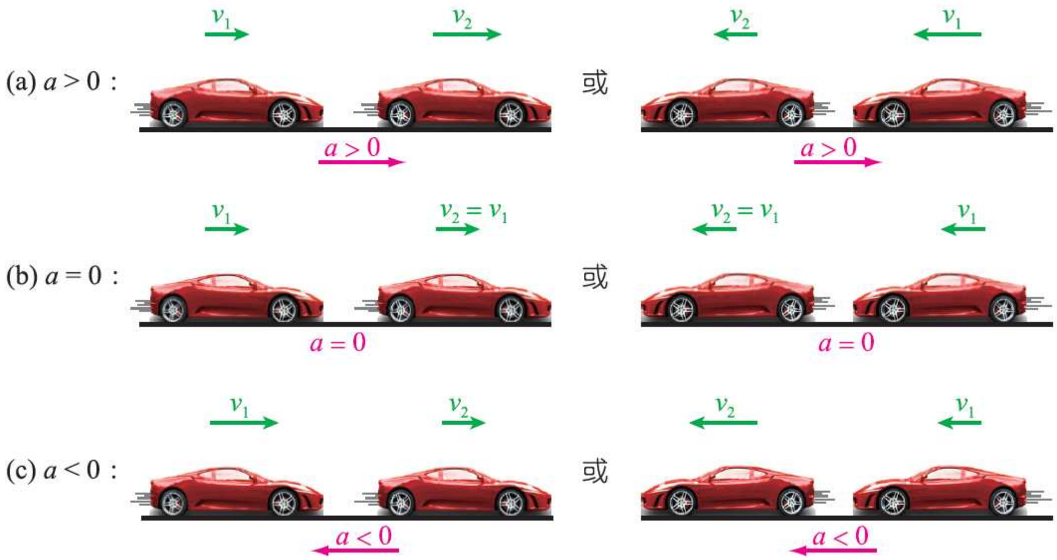


∴圖 1-16　$a-t$ 關係圖曲線和時間軸所包圍的面積，等於質點運動之速度變化。



∴圖 1-17　$a-t$ 關係圖曲線與 t 軸所圍的面積代表速度變化的量值，正負代表速度變化量的方向。

以圖 1-18 來說明，若定義向右為正，向左則為負，加速度為正值表質點運動的速度向右增加（$v_2>v_1$），故原本向右運動的質點速率增大了（加速），或是原向左運動的質點速率減小了（減速）。加速度為負值表質點運動的速度向右減少（$v_2<v_1$），故原本向右運動的質點減速，原本向左運動的質點加速。



∴圖 1-18 (a) 加速度為正，$v_2>v_1$，表向右加速運動或向左減速運動。
(b) 加速度為零，$v_2=v_1$，表等速運動。
(c) 加速度為負，$v_2<v_1$，表向右減速運動或向左加速運動。

例題 1-4

經過百萬年的演化，獵豹（見下圖）可以在 3.0 秒之內，從靜止加速到 28.0 公尺／秒（時速 100 公里），連昂貴的跑車都要瞠乎其後，可說是名符其實的加速機器。設獵豹作直線運動，求獵豹在 3.0 秒內的平均加速度？

思路：平均加速度為速度變化與時間間隔的比值。

解　由(1-6)式，$\bar{a}=\dfrac{\Delta v}{\Delta t}=\dfrac{v_2-v_1}{\Delta t}=\dfrac{28.0-0}{3.0}=9.3$（$\mathrm{m/s^2}$）。

一維空間的等加速運動

質點的加速度若不隨時間改變，則此質點的運動狀態稱為**等加速運動**（uniformly accelerated motion）。如圖 1-19(a) 所示，質點的加速度–時間關係圖（$a-t$ 圖）為一與橫軸（t 軸）平行之水平線，這表示加速度 a 不隨時間 t 而變化，由 0 到 t 的時間間隔內，$a-t$ 圖的曲線下之長方形面積代表速度變化 Δv。設時間為 0 時質點的速度為 v_0，時間為時刻 t 時質點的速度為 v，則

$$\Delta v = at，$$

$$v - v_0 = at，$$

$$v = v_0 + at \quad (1\text{-}8)$$

(1-8)式為等加速運動的速度–時間關係式。

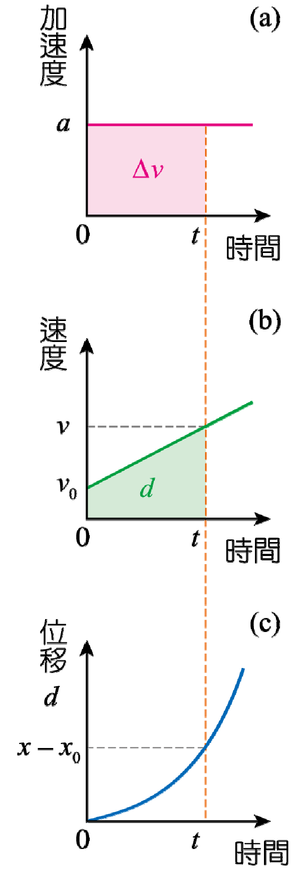
據(1-8)式畫出速度–時間關係圖（$v-t$ 圖）為一斜率不為零的直線，如圖 1-19(b)。可見質點作等加速運動時，速度隨時間穩定的變化（本例為增加），其斜率，亦即加速度，為一定值。

在 0 到 t 的時間間隔內，$v-t$ 圖的曲線下之梯形面積代表位移 d，故

$$d = (v_0 + v) \times t \times \frac{1}{2} \quad (1\text{-}9)$$

將(1-8)式代入上式，可得

$$d = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \quad (1\text{-}10)$$



∴圖 1-19 等加速運動的
(a)加速度─時間圖
(b)速度─時間圖
(c)位移─時間圖

位移即位置的變化量，設時間為 0 時質點的位置為 x_0，時間為時刻 t 時質點的位置為 x， $d=x-x_0$ ，代回(1-10)式可得

$$x=x_0+v_0t+\frac{1}{2}at^2 \tag{1-11}$$

等加速運動的平均速度可以由(1-9)式得出

$$\bar{v}=\frac{d}{t}=\frac{v_0+v}{2} \tag{1-12}$$

由(1-12)式可知，等加速運動的平均速度為初速度與末速度之算術平均數。

(1-10)式為等加速運動的位移–時間關係式，依據此式畫出位移–時間關係圖（$d-t$ 圖）為一拋物線，如圖 1-19(c)。

由(1-8)式移項可得

$$t=\frac{v-v_0}{a} \tag{1-13}$$

代入(1-9)式，移項整理後可得速度–位移關係式（$v-d$ 關係式）

$$v^2=v_0{}^2+2ad \tag{1-14}$$

便利貼

一維空間的等加速運動公式

(1) $v = v_0 + at$。 (2) $d = v_0t + \frac{1}{2}at^2$。 (3) $v^2 = v_0{}^2 + 2ad$。

v：末速，v_0：初速，d：位移，t：從 0 起算的時間，a：加速度。

上述等加速運動的公式，均由運動函數關係圖的性質推導而得，使用這些公式，或使用運動函數關係圖之性質來解題，事實上是同一種方法的不同表達方式。公式可得到物理量間的定量關係，函數圖形表達物理量間的關係時可得到直觀的效果。兩者均為學習物理不可或缺的工具。

例題　1-5

台灣高鐵列車（見右圖）最大營運速度 300 公里／小時（即速度量值約為 83 公尺／秒），最大加速度約為 0.56 公尺／秒 ^{2}），則：

(1) 列車以最大加速度由靜止作等加速運動至最大營運速度，需時若干秒？

(2) 承(1)，列車加速至最大營運速度時，經過的位移量值為若干公尺？

思路：(1)等加速運動速度與時間關係式為 $v = v_0 + at$ 。

(2)等加速運動位移與時間關係式為 $d = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ 。

解　(1) 由(1-8)式， $v = v_0 + at$ ，

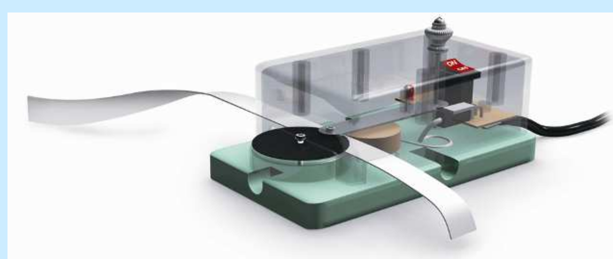
得 $83 = 0 + 0.56t$ ，

故 $t = 1.5 \times 10^2$ （s）。

(2) 由(1-10)式， $d = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \times 0.56 \times (1.5 \times 10^2)^2 = 6300$ （m）。

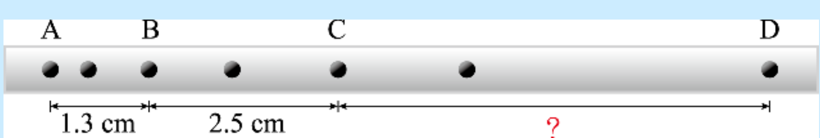
例題　1-6

如圖示之打點計時器為一規律振動的打點器，物體連接著紙帶，運動時帶動紙帶通過打點計時器之複寫紙下方，撞針打在複寫紙上，在紙帶上留下記號。藉由紙帶點距的變化，可以判斷物體的運動情形。



若打點計時器在 1.0 秒內的打點次數為 10 次，一物體作等加速運動經打點計時器所得之紙帶如下圖，求：

(1)該物體之加速度。　　(2) A 點之速度。　　(3) C 點與 D 點間的距離。



思路： 題目中給定距離的兩點之間（如 A 點與 B 點）的打點間隔數目代表運動時間，兩點間的距離即位移量值。等加速運動位移與時間關係式為 $d=v_0t+\frac{1}{2}at^2$

解 兩點間的時間間隔為 $\frac{1.0}{10}=0.10$（s）。

(1)(2) 由 A 點至 B 點位移為 $\overline{AB}=1.3$（cm），

費時 2 個時間間隔，即 0.20（s）。

由(1-9)式，$1.3=v_A\times0.20+\frac{1}{2}\times a\times0.20^2\cdots\cdots①$，

又由 A 點至 C 點，位移為 $\overline{AC}=1.3+2.5=3.8$（cm），

費時 4 個時間間隔，即 0.40（s）。

$3.8=v_A\times0.40+\frac{1}{2}\times a\times0.40^2\cdots\cdots②$，

由①②解得 $a=3.0\times10^1$（cm/s^2），$v_A=3.5$（cm/s）。

(3)由 A 點至 D 點，位移為 $\overline{AD}=1.3+2.5+\overline{CD}=3.8+\overline{CD}$，

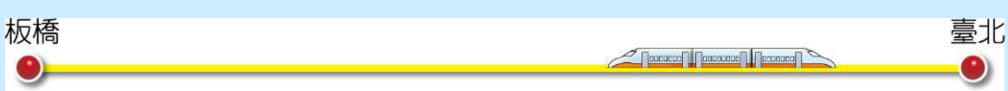
費時 6 個時間間隔，

$3.8+\overline{CD}=v_A\times0.6+\frac{1}{2}\times a\times(0.6)^2=3.5\times0.6+\frac{1}{2}\times(3.0\times10^1)\times0.6^2$，

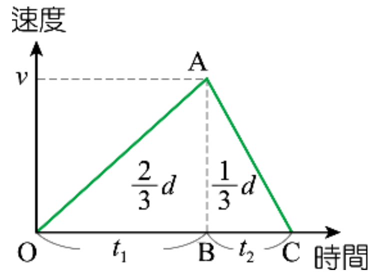
得 $\overline{CD}=3.7$（cm）。

例題 1-7

台灣高鐵由於載客需求，在臺北與板橋均設站（見下圖），但因兩站間距離不大，由臺北站出發之列車靜止加速起動，未達最高營運速度前，即須減速以停靠板橋站。設兩站間軌道為一直線，且最初的 $\frac{2}{3}$ 路程以等加速度行駛，剩餘的 $\frac{1}{3}$ 路程以負等加速度行駛而停止，則此列車於臺北–板橋間的平均速率與最大速率的比值為若干？



解 設全程位移 d，加速歷時 t_1，減速歷時 t_2，最大速率為 v，畫出 $v-t$ 圖如右：



位移即 $v-t$ 圖之圖形下面積，

加速期間位移 $\frac{2}{3}d$，

即△OAB 之面積，$\frac{2}{3}d=\frac{1}{2}t_1v$……①，

減速期間位移 $\frac{1}{3}d$，即△ABC 之面積，$\frac{1}{3}d=\frac{1}{2}t_2v$……②，

由①得 $t_1=\frac{4d}{3v}$，由②得 $t_2=\frac{2d}{3v}$，

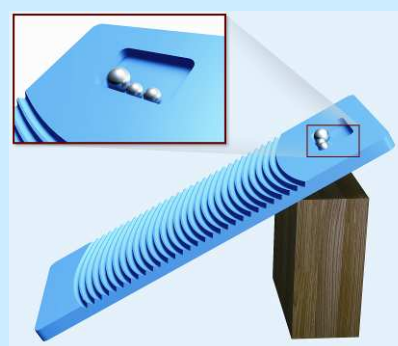
故全程歷時 $t_1+t_2=\frac{4d}{3v}+\frac{2d}{3v}=\frac{2d}{v}$，

平均速率 $\bar{v}=\frac{d}{t_1+t_2}=\frac{d}{(\frac{2d}{v})}=\frac{v}{2}$，∴ $\frac{\bar{v}}{v}=\frac{1}{2}$。

動動手

加速度運動小實驗

實驗器材：塑膠洗衣板一塊、大小鋼珠數個



1. 斜置一塑膠洗衣板使之成為斜面，取鋼珠由上端靜止釋放，鋼珠經過洗衣板的凸出部分時將發出聲音，由於洗衣板的凹槽間距固定，鋼珠每經一個凹槽即發出一聲響，若聲音間隔固定，則鋼珠作等速運動；若聲音愈來愈密集，則可判斷鋼珠作加速度運動。
2. 取重量不同的二鋼珠由洗衣板上端靜止釋放，由聲音判斷二鋼珠之運動型態是否相同。
3. 改變洗衣板之傾斜角度，由聲音判斷鋼珠之運動型態是否相同。

CHAPTER 1 | 1-5

自由落體運動

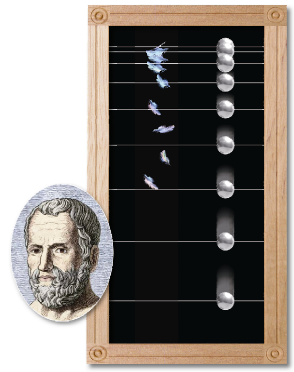
一、何謂自由落體運動？

物體從空中落下的運動，若只受到地球重力的作用，不受空氣阻力或其他作用力的影響，稱為**自由落體**（freely falling body）運動。不論物體是由靜止下落、或以一初始速度鉛直上（下）拋，若物體均只受重力作用，皆為自由落體運動。

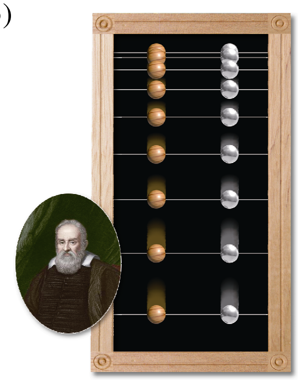
不小心由手中掉落的物體，就是一種靜止出發的自由落體。日常生活中當我們看到蘋果比羽毛下落得快時，自然而然的就得出「物體愈重，下落愈快」的結論。早在西元前 4 世紀，古希臘哲學家亞里斯多德（Aristotle，384～322 B.C.）就曾說：「物體的重量決定下落的快慢（圖 1-20(a)）」，兩千多年時間裡，沒有人質疑這個論點。

直至 17 世紀，伽利略（Galileo Galilei，義大利，1564～1642）才向這一「理所當然」的論點提出挑戰，在他的《兩種新科學的對話》中，伽利略指出這個論點自相矛盾的地方，並推斷重物不會比輕物下落得更快。他的推論如下：由高處落下的一塊大石頭，它的落地速率如果是 10 公尺／秒，

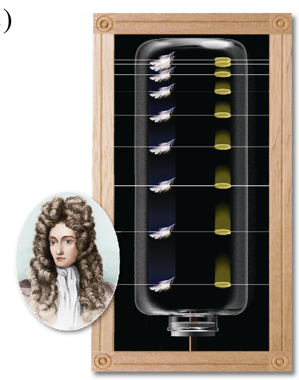
(a)



(b)



(c)



∴圖 1-20 (a) 亞里斯多德認為：重物比輕物下落得快。
(b) 伽利略以假想實驗推論：物體下落所需時間與其重量無關。
(c) 波以耳以實驗證實：在真空中，不同重量之物體自同高度落下，所需時間相同。

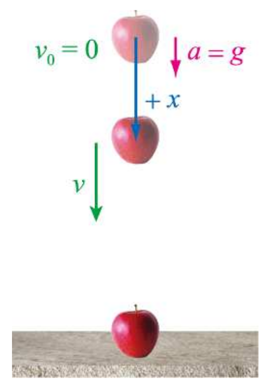
另一塊小石頭，落地速率為 8 公尺／秒，將它們綁在一起，較慢的小石頭將拉扯較快的大石頭，整個系統的落地速率應該在 8 與 10 公尺／秒 s 之間，但兩塊石頭綁在一起成了更重的一塊石頭，落地速率應該比 10 公尺／秒更大，這樣就得到了自相矛盾的結論。因此伽利略推測：物體下落所需的時間與其重量無關，如圖 1-20(b)。

17 世紀，波以耳（Robert Boyle，英國，1627～1691）作了一個有名的實驗：他把一個管子抽成真空，去除了空氣阻力的影響，管子裡面放一支羽毛和一個硬幣，實驗結果是落下所需的時間間隔相同，如圖 1-20(c)。

月球表面沒有空氣，也就沒有空氣阻力。1971 年搭乘阿波羅 15 號登月的太空人史考特（David Randolph Scott，美國，1932～）在月球表面就進行了自由落體實驗。史考特左手拿了一根羽毛，右手拿著一把錘子，二者在同一高度同時由靜止下落後，也同時墜落至月球表面。

二、初速度為零的自由落體運動

物體在地表附近所受的重力為定值，故重力所產生的加速度，即重力加速度亦為定值，以符號 g 表之，測量值約為 9.8 公尺／秒 ^{2}，方向朝向地心。故由空中靜止出發的自由落體運動，為初速度 v_0 等於零、加速度 a 等於重力加速度 g 的等加速運動。如圖 1-21 所示，一物體由靜止作自由落體運動，以起始位置為原點，取鉛直向下的方向為正，將 $v_0 = 0$，$a = g$ 代入(1-8)式、(1-10)式與(1-14)式可得



∴圖 1-21　由靜止自由落下的物體。以起始位置為原點，向下取正號，向上取負號。

$$v = gt \tag{1-15}$$

$$d = \frac{1}{2}gt^2 \tag{1-16}$$

$$v^2 = 2gd \tag{1-17}$$

其中 v 為物體於時刻 t 的速度，d 為由 0 到 t 的時間間隔內的位移，(1-17)式為速度 v 與位移 d 之關係式。

例題　1-8

<u>小康</u>與<u>小熹</u>模仿<u>伽利略</u>約 400 年前於比薩斜塔所作的實驗，使二顆大小不同的石子自高樓的樓頂同時由靜止自由落下如右圖，經測量為 2.0 秒後同時到達地面，可知二石子之運動型態相同，求：

(1) 樓頂的高度。

(2) 石子著地瞬間的速度量值。

(3) 石子第 2 秒內的位移量值。

思路：斜塔實驗為初速度為零之等加速運動，加速度為定值 9.8 m/s^2。

解　(1)設樓頂高度為 h，即自由落體之位移量值 d，

$$h=d=v_0t+\frac{1}{2}gt^2=0+\frac{1}{2}\times9.8\times2^2=19.6\text{（m）。}$$

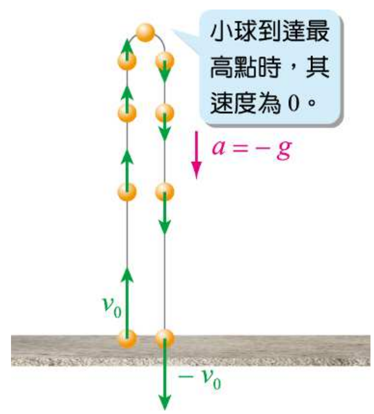
(2) $v=v_0+gt=0+9.8\times2=19.6$（m/s）。

(3)第 2 秒內的位移 =前 2 秒的位移−前 1 秒的位移

$$=19.6-(0+\frac{1}{2}\times9.8\times1^2)=14.7\text{（m）。}$$

三、初速度向上的自由落體運動

初速不為零的自由落體，又稱拋體；通常拋體運動以起始位置為原點。本章考慮一維運動，初速度的方向取正號，反方向取負號。以鉛直上拋運動為例說明其運動過程：如圖 1-22 所示，將一小球鉛直上拋，其初速度 v_0 向上，而加速度即重力加速度



∴圖 1-22　鉛直上拋的小球，在運動過程中速度的量值和方向雖然有變化，但加速度的量值不變，方向保持鉛直向下，通常拋體運動以起始位置為原點，向上取正號，向下取負號。

g，由於重力加速度與初速度反向，故加速度 $a=-g$ ，代(1-8)式、(1-10)式與(1-14)式可得

$$v=v_0-gt \tag{1-18}$$

$$d=v_0t-\frac{1}{2}gt^2 \tag{1-19}$$

$$v^2={v_0}^2-2gd \tag{1-20}$$

上式 v 為質點在時刻 t 的速度，若 v 的符號為正，即質點正在向上運動；若 v 為負，則質點正在向下運動。

若 v 為零，則質點到達最大的高度 H。由(1-18)式，$0=v_0-gt$ ，求得質點到達最大高度的時間為 $t=\frac{v_0}{g}$ ，再由(1-20)式，$0={v_0}^2-2gH$ ，解得最大高度

$$H=\frac{{v_0}^2}{2g} \tag{1-21}$$

d 為質點的位移，若 d 的符號為正，表示質點在起始位置的上方；若為負，表示質點在起始位置的下方；若 $d=0$，表示質點回到原出發位置，如圖 1-23 所示。

質點回到原出發位置所需的時間，可由(1-19)式求得，$0=v_0t-\frac{1}{2}gt^2$ ，解得 $t=0$ 或 $t=\frac{2v_0}{g}$ ，即質點回到原出發位置的時間為

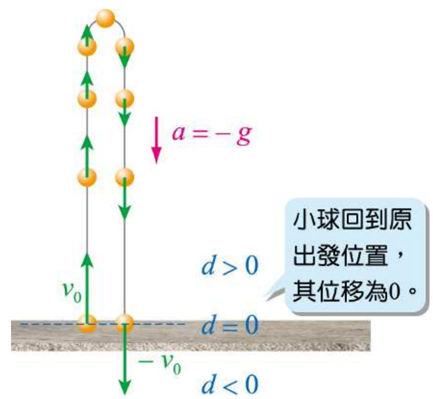


圖 1-23　拋體運動以起始位置為原點，位移符號向上為正，向下為負。

$$t=\frac{2v_0}{g} \tag{1-22}$$

再由(1-20)式，$v^2={v_0}^2-2g\times 0$ ，可得 $v=+v_0$ 或 $-v_0$ ，這表示質點回到原出發位置的速度為 $-v_0$ ，與初速度量值相等但方向相反。

例題 1-9

手槍之子彈出口速度略低於音速，約 3.00×10^2 公尺／秒。若將手槍置於地面，槍口鉛直向上擊發。設重力加速度為 10.0 公尺／秒 ^{2}，不計空氣阻力，問：

(1) 若干秒後子彈可達最大的高度？　　(2) 最大之高度為多少公尺？

(3) 子彈何時回到地面？

思路：鉛直上拋運動為初速度向上但加速度向下的等加速運動，本題加速度為定值 10.0 m/s^2。

解　取方向向上為正。

(1)子彈到達最大的高度時，速度為零，由(1-18)式，$v = v_0 - gt$，

$0 = (3.00 \times 10^2) - 10.0 \times t$，解得 $t = 30.0$（s）。

(2)設子彈可達的最大高度為 H，由(1-20)式，$v^2 = {v_0}^2 - 2gd$，

$0 = (3.00 \times 10^2)^2 - 2 \times 10.0 \times H$，解得 $H = 4.50 \times 10^3$（m），

不計空氣阻力時，子彈可達最大之高度超過玉山的高度。

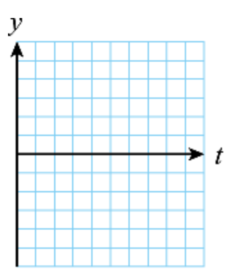
(3)子彈回到地面，位移為零，由(1-19)式，

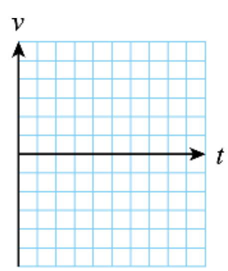
$$d = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \text{，} \quad 0 = 3.00 \times 10^2 \times t - \frac{1}{2} \times 10.0 \times t^2 \text{，}$$

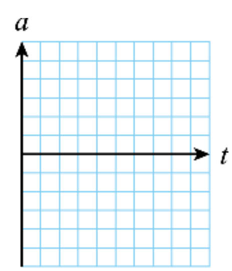
解得 $t = 0$（s）或 60.0（s），其中 $t = 0$ 不合。

自我練習

(1)若高度以 y 表示，地面為 y 坐標原點，畫出子彈的 $y-t$ 圖、$v-t$ 圖、$a-t$ 圖。







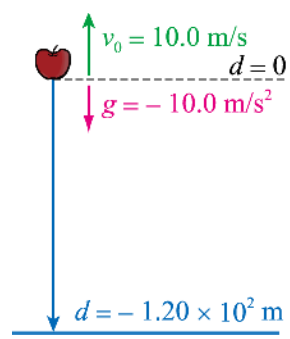
(2)回到地面時之瞬時速度為若干？

例題　1-10

小康乘坐熱氣球從地面以 10.0 公尺／秒等速度上升，當距離地面的高度為1.20×10^2公尺時，手中蘋果不慎掉落如圖，設重力加速度為 10.0 公尺／秒^2，不計空氣阻力，則經幾秒後蘋果著地？

思路：熱氣球等速上升，蘋果離開熱氣球的瞬間，速度並不為零。地面上的觀察者見蘋果的運動型態為鉛直上拋運動。

解　取方向向上為正，由於慣性，蘋果離手時速度亦為 10.0 m/s 向上，故蘋果於高度1.20×10^2 m 處作鉛直上拋，向下位移1.20×10^2 m 後落地，



$$d = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

$$\Rightarrow -1.20\times10^2 = 10.0t + \frac{1}{2}\times(-10.0)t^2，$$

解得 $t = 6.00$（s）或 -4.00（s），

其中 $t = -4.00$（s）不合。

1-6 相對運動

小康靜止於公路路邊候車，路旁的景物對於小康是靜止的。在某一時刻，小康見一輛小客車等速向南行駛，而對面車道有一部遊覽車與火車並排等速向北行駛，這是我們非常熟悉的畫面，如圖 1-24 所示。但同一時刻，遊覽車上的小熹卻覺得路旁的景物向南方運動，而與遊覽車同速並排行駛的火車似乎是靜止的，迎面行駛而來的小客車車速甚快，似乎超速。所以不同的觀察者對同一物體的運動描述可能不同，這就產生**相對運動**（relative motion）的問題。

Note

被觀察者 / 觀察者	路旁景物	小客車	火車
路旁的小康	靜止	向南運動	向北運動
遊覽車上的小熹	向南運動	向南運動，速度甚快，似乎超速	靜止

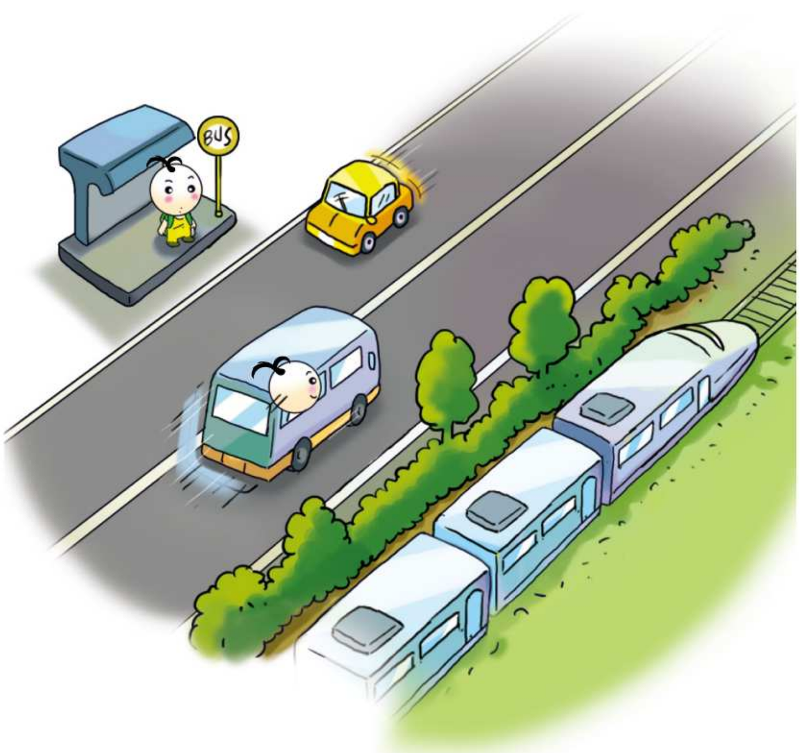


圖 1-24　小康與小熹對路旁的景物、小客車、火車運動狀況的描述並不相同。

如圖 1-25 所示，在直線上有 A、B 兩物體，如 1-1 節所述，坐標原點可以任取，我們選取 O 點為原點，此時 A 與 B 之位置分別為 x_A（或記為 x_{AO}）與 x_B（或記為 x_{BO}），如圖 1-25(a)所示。

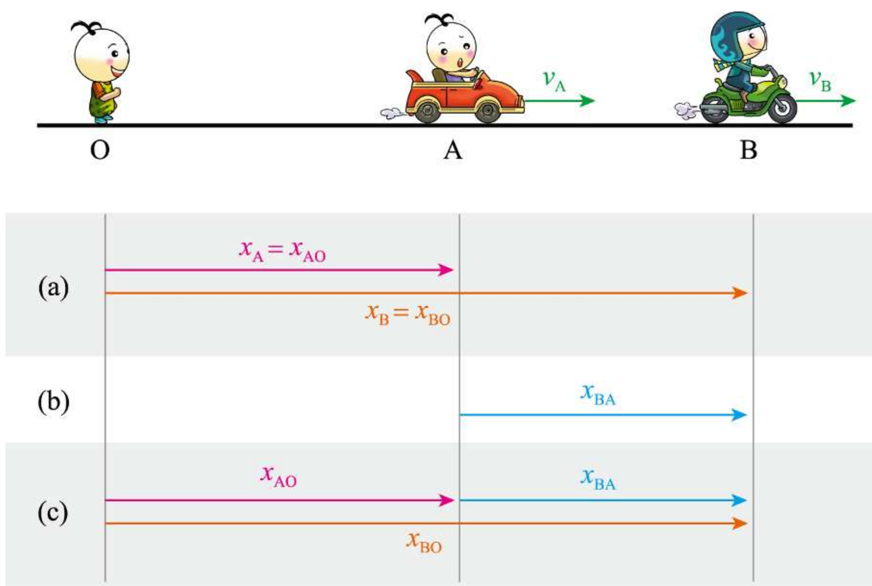
若選取 A 為原點，此時 B 的位置變為 x_{BA}，如圖 1-25(b)所示。x_{BA} 為由 A 指向 B 的向量，稱為 B 對 A 的相對位置，其意義為 A 測得 B 的位置，或簡稱 A 看 B 的位置。比較圖 1-25(a)與圖 1-25(b)可得：

$$x_{BA} = x_{BO} - x_{AO} = x_B - x_A \tag{1-23}$$

如圖 1-25(c)所示。

若 A 與 B 均作各自的等速運動（例如 A 為汽車，B 為重型機車），設 Δt 時間後，A 對 O 的相對位置變為 x_{AO}'，B 對 O 的相對位置變為 x_{BO}'，而 B 對 A 的相對位置變為 x_{BA}'，則：

$$x_{BA}' = x_{BO}' - x_{AO}' \tag{1-24}$$



∴ 圖1-25

(a) A物體對O點之位置，x_A 可記為 x_{AO}；B物體對O點之位置，x_B 可記為 x_{BO}。

(b) B物體對A物體之位置，可記為 x_{BA}。

(c) $x_{BA} = x_{BO} - x_{AO}$。

將(1-24)式減去(1-23)式，可得：

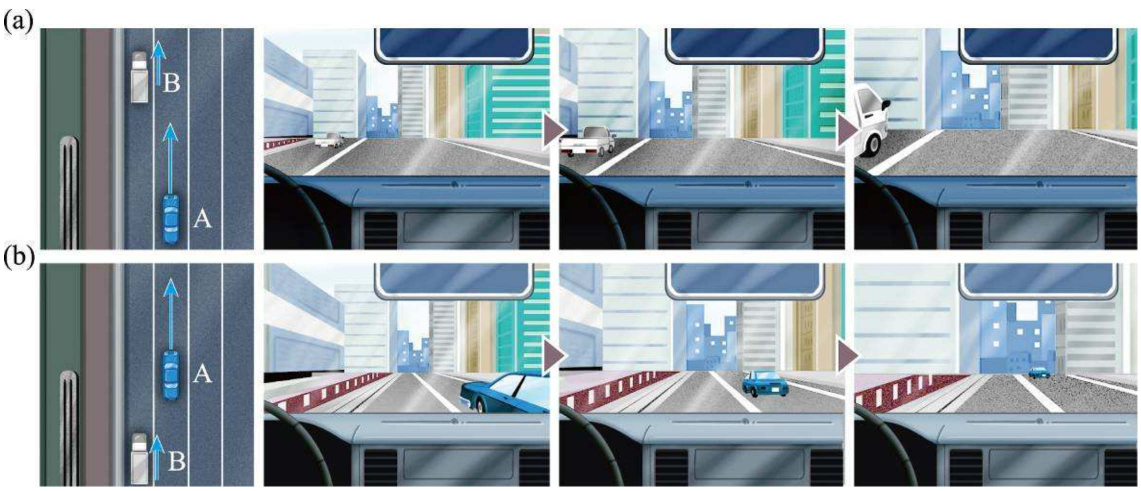
$$\Delta x_{\mathrm{BA}} = \Delta x_{\mathrm{BO}} - \Delta x_{\mathrm{AO}} \qquad (1\text{-}25)$$

其中，$\Delta x_{\mathrm{BA}} = x_{\mathrm{BA}}{}' - x_{\mathrm{BA}}$，即 B 對 A 的相對位置變化量，或 A 看 B 的位置變化量。同理 Δx_{BO} 為 B 對 O 的相對位置變化量，Δx_{AO} 為 A 對 O 相對位置變化量。再將(1-25)式等號兩邊同除以 Δt 可得 $\dfrac{\Delta x_{\mathrm{BA}}}{\Delta t} = \dfrac{\Delta x_{\mathrm{BO}}}{\Delta t} - \dfrac{\Delta x_{\mathrm{AO}}}{\Delta t}$，即

$$v_{\mathrm{BA}} = v_{\mathrm{BO}} - v_{\mathrm{AO}} \qquad (1\text{-}26)$$

其中 v_{BA} 為 B 對 A 的相對速度，即 A 測得 B 的速度，或 A 看 B 的速度，v_{AO} 與 v_{BO} 分別為 O 看 A 的速度與 O 看 B 的速度。O 為某特定觀察者，雖然 O 的速度不一定需為零，但一般均選取 O 為靜止在地面上的觀察者，此時 O 通常可以省略不寫，即：

$$v_{\mathrm{BA}} = v_{\mathrm{B}} - v_{\mathrm{A}} \qquad (1\text{-}27)$$



∴圖 1-26　同一筆直道路上，藍色汽車 A 以 10.0 公尺／秒等速前進，白色貨車 B 於汽車前方同方向以 6.0 公尺／秒等速前進。

(a) 圖的情形：汽車 A 的駕駛者覺得貨車 B 以−4.0 公尺／秒向後行駛。

(b) 圖的情形：貨車 B 的駕駛者覺得汽車 A 以 4.0 公尺／秒向前行駛。

例如在同一筆直道路上，藍色汽車 A 以 10.0 公尺／秒等速前進，白色貨車 B 在同方向以 6.0 公尺／秒等速前進，則貨車對汽車的相對速度為

$$v_{BA}=v_B-v_A=6.0\text{ 公尺／秒 }-10.0\text{ 公尺／秒 }=-4.0\text{ 公尺／秒，}$$

即汽車 A 的駕駛者覺得貨車駕駛者 B 相對於他的速度為 4.0 公尺／秒向後行駛，如圖 1-26(a)所示。反之，汽車對貨車的相對速度為

$$v_{AB}=v_A-v_B=10.0\text{ 公尺／秒 }-6.0\text{ 公尺／秒 }=4.0\text{ 公尺／秒，}$$

即機車 B 的駕駛者覺得汽車駕駛者 A 相對於他的速度為 4.0 公尺／秒向前行駛，如圖 1-26(b)所示。

Note

A 相對於 O 的位置 $\overrightarrow{x_{AO}}$ 為由 O 點指向 A 點之向量，即 $\overrightarrow{OA}$，並非由 A 點指向 O 點之向量。

例題 1-11

若下圖中的機車以相對於地面時速 40.0 公里等速度向前行駛。機車騎士見汽車以時速 20.0 公里同方向行駛，而機車騎士見人以時速 40.0 公里向後離去，求汽車對人的相對速度？

思路：B 對 A 的相對速度（或 A 看 B 的速度）為 $v_{BA}=v_B-v_A$ 。

解 $v_{AB}=v_A-v_B$ ， $20.0=v_A-40.0$ ，汽車對地速度為 $v_A=60.0$ km/h ；

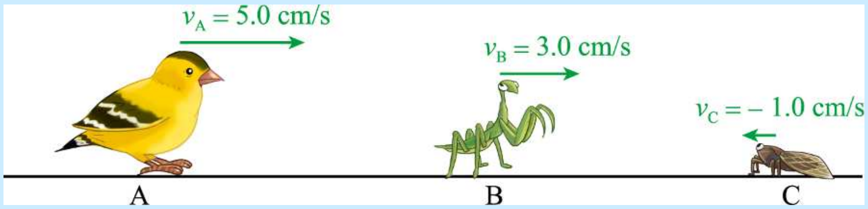
同理， $v_{OB}=v_O-v_B$ ， $-40.0=v_O-40.0$ ，人對地速度為 $v_O=0$ ，

則 $v_{AO}=v_A-v_O=60.0-0=60.0$ km/h 。

1

例題 1-12

螳螂捕蟬，黃雀在後。如圖，三者均於同一直線上作等速運動，設螳螂（以 B 表示）的速度為 $v_B = 3.0$ 公分／秒，蟬（以 C 表示）的速度為 $v_C = -1.0$ 公分／秒，黃雀（以 A 表示）的速度為 $v_A = 5.0$ 公分／秒，請計算下列各種狀況的相對速度。



解

	狀　況	相對速度
1	螳螂對蟬（蟬看螳螂）	$v_{BC} = v_B - v_C = 3.0-(-1.0) = 4.0$（cm/s）。
2	蟬對螳螂（螳螂看蟬）	$v_{CB} = v_C - v_B = (-1.0)-3.0 = -4.0$（cm/s）。
3	黃雀對蟬（蟬看黃雀）	$v_{AC} = v_A - v_C = 5.0-(-1.0) = 6.0$（cm/s）。
4	蟬對黃雀（黃雀看蟬）	$v_{CA} = v_C - v_A = (-1.0)-5.0 = -6.0$（cm/s）。
5	黃雀對螳螂（螳螂看黃雀）	$v_{AB} = v_A - v_B = 5.0-3.0 = 2.0$（cm/s）。
6	螳螂對黃雀（黃雀看螳螂）	$v_{BA} = v_B - v_A = 3.0-5.0 = -2.0$（cm/s）。

延伸閱讀與觀念分析

延伸閱讀：伽利略的斜面實驗

在將近四百年前，伽利略為了研究物體的運動現象，做了一系列的實驗，基本的觀察可以發現，當物體作自由落體運動或沿光滑斜面下滑時，速率會漸漸增加，但是否為等加速運動則難以斷定。要如何判斷物體是否作等加速運動，真正的困難在於時間的測量，特別是自由落體的速度太快，而物體沿斜面下滑則比較慢，所以伽利略選擇了斜面上物體的運動來作實驗，他想出了一個不必直接測量瞬時速度，就可以判定是否為等加速度運動的好方法：由初速為零的等加速運動的公式 $d=\frac{1}{2}at^2$ 可知，物體作等加速運動，則其位移與所經時間間隔的平方成正比。所以只要測量物體位移與時間的關係，就可以得知物體是否為等加速運動。

雖然伽利略以自己的脈搏比較教堂大吊燈的擺動，發現了「擺的等時性」，但據此原理發明的時鐘問世，已是數十年後了。當時最準確的計時工具是利用漏壺滴水的水鐘和自己的脈搏。在《兩種新科學對話》一書中伽利略介紹了他的實

∴圖 1-27　畫作中顯示伽利略的斜面實驗。

延伸閱讀與觀念分析

驗方法：「先準備寬約 23 公分，長約 550 公分（比三個成人的身高還長）的厚木板，在木板中間挖一條長直的溝槽，再將溝槽打磨光滑。實驗時將木板的一端抬高，使之成為傾斜斜面，再讓銅球沿溝槽滑下，並測量時間。改變銅球下滑的距離，便可以得到位移與時間平方成正比的事實。再改變斜面的傾斜度，所得到的結果仍然是如此。」雖然斜面傾斜度愈大，實驗測量變得愈困難，伽利略仍依此推論物體在鉛直方向的運動狀況，指出從靜止狀態開始自由下落的物體，經過的距離與所需的時間平方成正比，事實上這個比值就是重力加速度的一半。

有些人認為數學是抽象的思考，生活中的自然現象不可能遵照精確的數學規則，伽利略反駁：「就像計算砂糖、蠶絲或羊毛的淨重，必須先扣除包裝的外盒和容器，只要先去除物質的障礙，例如摩擦力或空氣阻力，物質的運動就會像算術一樣精確了！」

觀念分析

在生活中常說「某人跑得很快」或「某車開得很快」。在物理上，「快」的意義是什麼呢？精確的說，應該是速率大。當然，如果僅考慮同向直線前進的情況，速率大也就是速度的量值大，也就是在相同的時間內，某人或某車可行進較長的路徑長或較大的距離。回頭來說，為什麼某人或某車可行進較快呢？若同時由靜止啟動，某人或某車必然有較大的加速度或維持加速度較長的時間，以達到較大速度。

本章重點

1-1 位置、位移與路徑長

1. 位移是物體前後位置的變化量，$d=\Delta x=x_2-x_1$。
2. 路徑長是物體經過軌跡的總長度。

1-2 速度及速率

3. 平均速度是單位時間的位置變化量（位移），即 $\bar{v}=\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$，當測量的時間間隔趨近於零時為瞬時速度：$v=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$。
4. 平均速率是單位時間所經過的路徑長：$\overline{v_S}=\dfrac{\Delta S}{\Delta t}$。

1-3 加速度

5. 平均加速度是單位時間的速度變化量，即 $\bar{a}=\dfrac{\Delta v}{\Delta t}$，當測量的時間間隔趨近於零時為瞬時加速度：$a=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta v}{\Delta t}$。

1-4 一維空間的等加速運動

6. 一維空間的等加速運動公式：

   (1) $v=v_0+at$。　　(2) $d=v_0t+\dfrac{1}{2}at^2$。

   (3) $v^2=v_0^2+2ad$。

   （v_0 表示初速，a 表示加速度，t 表示從 0 起算的時間，v 表示末速，d 表示位移）

1-5 自由落體運動

7. 自由落體運動為地表附近僅受重力之等加速運動，其向下加速度為 g，地表附近 $g=9.8$ 公尺／秒 ^{2}。

1-6 相對運動

8. C 相對於 A 的速度，以 v_{CA} 表示之；C 相對於 B 的速度，以 v_{CB} 表示之；B 相對於 A 的速度，以 v_{BA} 表示之，則 $v_{CA}=v_{CB}+v_{BA}$。

習題

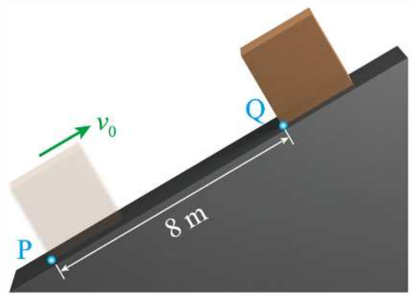
觀念題

1. 汽車儀表板上所記錄的里程數是該汽車出廠後至今的位移量值或是路徑長？
2. 汽車儀表板上所顯示的車速為瞬時速度還是瞬時速率？
3. 請舉一個物體作直線運動時之路徑長與位移量值不相等的例子。
4. 請舉一個運動過程中任何時間間隔的平均速度量值均等於任何時刻的瞬時速度量值的例子。
5. 一般而言，物體運動之平均速度的量值與平均速率何者較大？
6. 物體運動時之瞬時速度量值與瞬時速率何者較大？
7. 請舉一個物體之加速度量值漸小但速度量值卻漸增的例子。
8. 運動中的物體加速度為零時，物體一定會停下來嗎？試舉一例說明。
9. 運動中的物體停下來時，加速度必為零嗎？試舉一例說明。
10. 試判斷以下敘述是否正確：物體作鉛直上拋運動時，其上升過程與下降過程的加速度量值相同但方向相反。
11. 當物體作鉛直上拋運動時，若初速增為原來的 2 倍，則滯空時間與最大高度將如何改變？
12. 初速不變的前提下，於月球表面將物體作鉛直上拋運動，與地表比較，該物體滯空時間與最大高度將如何改變？

基礎題

■1-1 位置、位移與路徑長

1. 一物體於斜面底部 P 點以初速度 v_0 沿固定不動之斜面上滑如右圖，到達 Q 點後停止，再反方向下滑回到 P 點，P、Q 間距離 8.0 公尺，求：
   (1) 全程的位移量值。
   (2) 全程的路徑長量值。



■1-2 速度及速率

2. <u>小康</u>與<u>小熹</u>兩人於假日相約登山如右圖，兩人上山平均速率為 3.00 公里／小時，下山平均速率為 5.00 公里／小時，則全程平均速度與平均速率各為若干公里／小時？

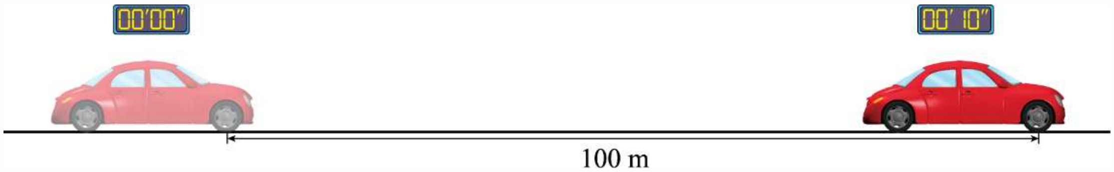
■1-3 加速度

3. 車展中展示某價值千萬的跑車，宣傳資料上載明「時速從零至一百公里僅費時 5.00 秒鐘」這句話代表這輛跑車的平均加速度為若干公尺／秒 ^{2}？（時速一百公里即 27.78 公尺／秒）

習題

1-4 一維空間的等加速運動

4. 一小車由靜止開始行駛，前進 100.0 公尺費時 10.0 秒，如下圖所示。



設此運動過程為等加速運動，則：

(1) 加速度為若干？ (2) 5.00 秒末之瞬時速度為若干？

(3) 中點處之速度量值為若干？ (4) 終點處之速度量值為若干？

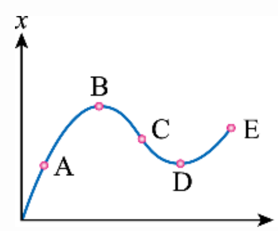
(5) 全程平均速度量值為若干？ (6) 全程平均速率量值為若干？

(7) 當小車瞬時速度到達平均速度時，是否正好在位移中點（即 50.0 公尺處）？

(8) 當小車瞬時速度到達平均速度時，是否正好在時間中點（即 5.00 秒末時）？

5. 右圖為一物體沿著直線運動時之位置（x）對時間（t）的關係圖，則在此關係曲線中哪一段表示速度為正且加速度為負？

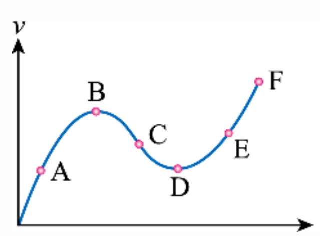
(A) AB 段 (B) BC 段 (C) CD 段 (D) DE 段。



6. 右圖為一物體沿著直線運動時之速度（v）對時間（t）的關係圖，則在此關係曲線中哪幾段表示速度為正且加速度為負？

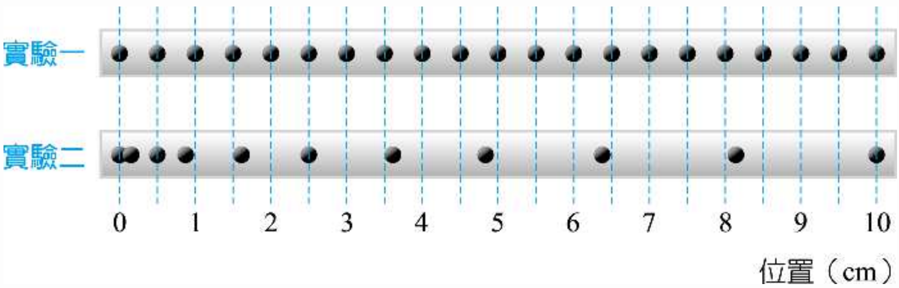
(A) AB 段 (B) CD 段 (C) EF 段 (D) BC 段

(E) DE 段。



7. 小康以打點計時器作了 2 次實驗，紙帶如下圖所示。若實驗一的滑車末速度為 0.100 公尺／秒，則：

(1) 打點計時器之打點頻率為何？　(2) 實驗二之末速度為何？



■1-5 自由落體運動

8. 石頭自塔頂自由落下如右圖，若最後 1.0 秒內落下之距離為塔高之 $\frac{7}{16}$，求：

(1) 塔高為若干公尺？ (2) 著地速度之量值為若干？

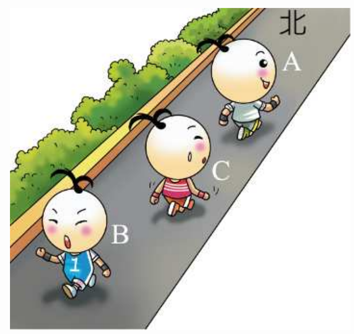
9. 甲球與乙球位於相同高度處，甲球由靜止自由落下 1.00 秒後，乙球再以初速 30.0 公尺／秒落下，乙球後發卻先至，早甲球 1.00 秒鐘著地。設重力加速度為 10.0 公尺／秒 ^{2}，求二球原來之高度為若干公尺？

習題

10. 熱氣球由地面以 1.250 公尺／秒 ^{2} 之加速度上升，設重力加速度 $g=10.00$ 公尺／秒 ^{2}，當熱氣球離地 30.00 秒時，在熱氣球上的小康將手中的小球釋放如右圖，則經幾秒後小球落至地面？

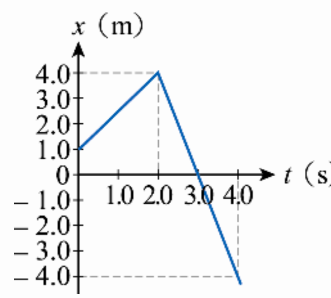
1-6 相對運動

11. 某觀察者 C 以速率 15.0 公尺／秒向北運動，見 A 以速率 10.0 公尺／秒向北運動，見 B 以 15.0 公尺／秒向南運動，如右圖，求 B 對 A 之相對速度？

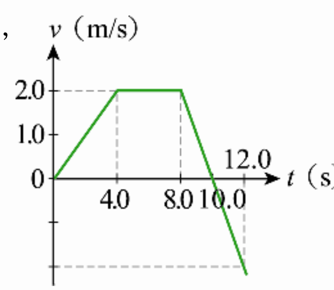


綜合題

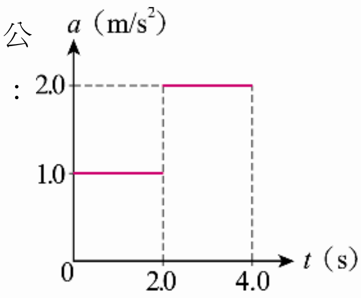
1. 作直線運動的物體，其位置－時間的關係圖如右圖，則：
   (1) 在前 4.0 秒內的平均速度量值為若干？
   (2) 在前 4.0 秒內的平均速率量值為若干？



2. 一質點沿 x 軸運動之速度 v 與時間 t 之關係如右圖所示，當 $t=0$ 秒時，該質點位於 $x=4.0$ 公尺處，則：
   (1) 在 $t=12.0$ 秒，該質點之瞬時速度為若干公尺／秒？
   (2) 在 $t=12.0$ 秒，該質點之位置 x 應為若干公尺？



3. 右圖為一質點作直線運動的 $a-t$ 圖，若初位置為 3.0 公尺，初速度為 2.0 公尺／秒且方向與加速度相同，則：



(1) 2.0 秒末的速度為若干公尺／秒？

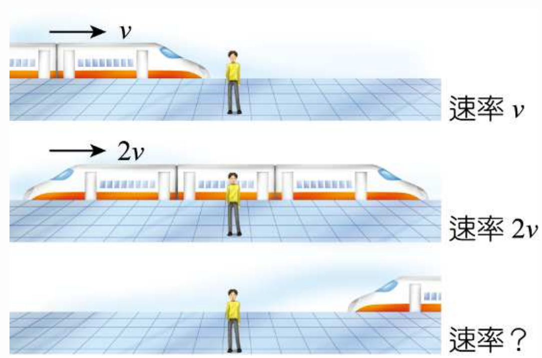
(2) 4.0 秒末的速度為若干公尺／秒？

(3) 前 2.0 秒的位移量值為若干公尺？

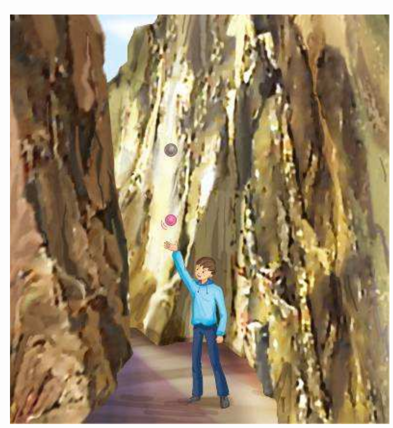
(4) 後 2.0 秒的位移量值為若干公尺？

(5) 4.0 秒末的位置為若干公尺？

＊ 4. 設台灣高鐵列車於某一區段作等加速運動，當列車車頭通過一定點（右圖中人站立處）時，其速率為 v，又列車的中點通過此定點時，其速率為 $2v$，則列車車尾通過此定點時，其速率為若干？



＊5. 一石頭自 20.0 公尺高之懸崖自由落下，在此同時，一人自崖底鉛直上拋一球如右圖，設重力加速度 $g=10.0$ 公尺／秒 ^{2}，不計空氣阻力，欲使兩者在空中相遇，則球之最小拋速應為若干？



習題

題組

航空母艦是戰鬥機的海上機場，但航空母艦做得再大，跑道長度仍不足以讓噴射戰鬥機起飛。部分國家的航空母艦使用垂直起降飛機，部分國家的航空母艦限制戰鬥機的最大載重量，均限制了飛機的作戰能力。僅有美國的航空母艦使用彈射器，借助彈射器的力量，滿載的重型戰鬥機就可以在跑道長度有限的甲板上順利起飛了。

滑梭（如附圖圓圈標示）是蒸汽彈射器唯一露在飛行甲板上的零件。飛機前面的甲板下，有兩個平行圓筒，每個至少長 45.0 米，筒中的活塞與所有滑梭相連。蒸汽由母艦上的鍋爐輸出，增壓後輸入滑梭。飛機起飛時開足馬力，蒸汽彈射器一啟動，飛機引擎的動力加上蒸汽壓力，飛機前衝，在 45.0 米距離內達到時速 252 公里。飛機彈射起飛脫離滑梭後，滑梭移回原位，推動另一架飛機起飛。母艦上每個蒸汽彈射器每分鐘可推動兩架飛機起飛。通常航空母艦最多裝設 4 個蒸汽彈射器。

1. 根據本文，估算戰鬥機經彈射器彈射升空時之平均加速度約為若干？
   (A)15.0　(B)25.0　(C)35.0　(D)45.0　(E)55.0　公尺／秒 ^{2}。
2. 飛機自彈射至起飛，約花費多少時間？　(A)0.50　(B)1.29　(C)2.45　(D)4.83　(E)10.0　秒。