

- 5-1 施力所作的功
- 5-2 動能與功能定理
- 5-3 位能
- 5-4 力學能守恆

CH 5
功與能量



在遊樂場中，坐雲霄飛車由軌道頂端直奔而下，其勢如駿馬奔騰，伴隨著 360 度大迴轉，時速可達 100 公里以上，這體驗令人驚聲連連，難以忘懷！本章將介紹功與能量，看看這些場景如何以「能量」的觀點來討論。

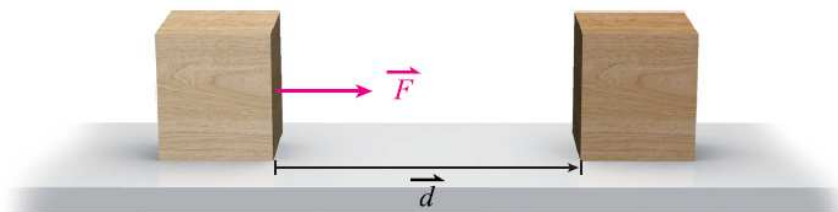
一、功是什麼

一般說來，能量轉換過程中常常伴隨著做功，而物理學上「功」是有明確定義的：若物體受定力 \vec{F} 的方向與其位移 \vec{d} 平行，則施力對物體所作的功 (work) 定義為力量量值 F 與位移量值 d 的乘積，如圖 5-1 所示，以數學式表示為

功	$W = Fd$	(5-1)
---	----------	-------

W : 功 (J) F : 外力量值 (N) d : 位移量值 (m)

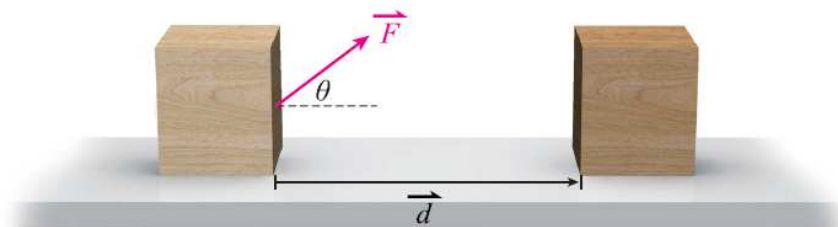
在(5-1)式中，如果力和位移的方向一致，則 W 取為正號，此時施力所作的功為正功；若力與位移的方向恰好相反，則 W 取負號，此時施力者作負功。功的單位在 SI 制中為牛頓·公尺 (N·m)，為了紀念十九世紀英國科學家焦耳 (James P. Joule, 英國, 1818~1889)，此單位又稱為焦耳 (joule, 簡寫為 J)。



∴ 圖 5-1 當物體受力的方向和位移平行，則施力者對物體所作的功 $W = Fd$ 。

二、受力方向和位移不平行時的功

如果物體受力的方向和所產生的位移方向並不平行，而是夾了一個角度 θ ，如圖 5-2 所示，則施力對物體所作的功定義為沿位移方向的分力 ($F \cos \theta$)



∴ 圖 5-2 當物體受力的方向和位移夾 θ 角，則施力者對物體所作的功 $W = Fd \cos \theta$ 。

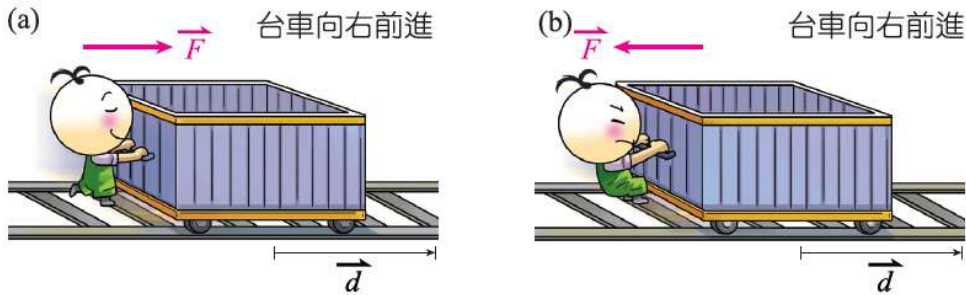
和位移量值 d 的乘積，也就是

$$W = F \cos \theta \cdot d = Fd \cos \theta \quad (5-2)$$

(1)若 θ 介在 0° 與 90° 之間 ($0^\circ \leq \theta < 90^\circ$)，則 $\cos \theta > 0$ ，可得 $W > 0$ ，此時施力對物體所作的功為正功。

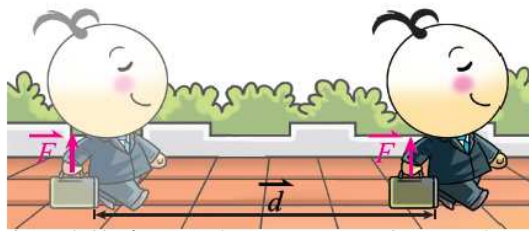
(2)若 θ 介在 90° 與 180° 之間 ($90^\circ < \theta \leq 180^\circ$)，則 $\cos \theta < 0$ ，此時 $W < 0$ ，施力對物體作負功。

以圖 5-3(a)為例，小康向著右方施力於台車，則施力與位移同方向，此時施力對物體作正功。圖 5-3(b)中小康反向拉住向右行進的台車，也就是向左施力，此時施力與位移方向相反，施力對物體作負功。



∴圖 5-3 (a)施力與位移同方向，施力對物體作正功；
(b)施力與位移方向相反，施力對物體作負功。

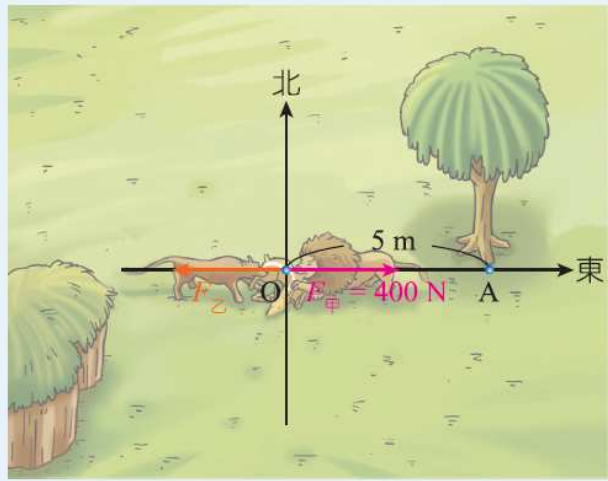
(3)若 $\theta = 90^\circ$ ，也就是施力方向與位移方向垂直，則沿位移方向的分力為零，此時施力者對物體不作功；例如小熹提著沉重的皮箱等速向前走（圖 5-4），雖然會感覺疲累，但以物理學的觀點，此時施力垂直向上，位移為水平向前，小熹對皮箱所作的功為零。



∴圖 5-4 小熹提著沉重的皮箱等速水平移動，施力方向與位移方向垂直，其做功為零。

物理學上的「功」與日常生活用語中的「功」意義並不相同，要小心以免產生混淆；日常生活用語中我們說一名成日埋首書堆的同學很「用功」唸書。然而在物理學的描述中，「作功」是使物體發生能量轉移的過程。

如右圖所示，由高空向下看，甲、乙兩隻猛獸在平原上搶奪一獵物的屍體，施力的方向如圖所示，考慮獵物位置由 O 點向東方等速移動至 A 點的過程， OA 長 5 公尺。



- (1) 問兩隻猛獸的施力對獵物作正功、負功或不作功？
- (2) 合力多少？合力作功多少？
- (3) 承上題，若甲獸施力 400 牛頓，求乙獸施力量值？
- (4) 承上題，求兩隻猛獸之施力對獵物各作功多少？兩隻猛獸對獵物作功之總和多少？

思路： 功為沿位移方向的分力 ($F \cos \theta$) 和位移量值 d 的乘積，即 $W = Fd \cos \theta$ 。

力與位移同方向， $\cos \theta = 1$ ；力與位移反方向， $\cos \theta = -1$ 。

解 (1) 甲獸施力與位移同方向，甲獸作正功；乙獸施力與位移方向相反，乙獸作負功。

(2) 獵物作等速運動，故外力的合力為零。

獵物雖有位移，但因合力為零，故合力不作功。

(3) 獵物為兩力平衡。乙獸施力與甲獸施力之量值相等，但方向相反。

故乙獸施力為 400 牛頓，方向向西。

(4) 甲獸作功 $W_1 = Fd \cos \theta = 400 \times 5 \times \cos 0^\circ = 2000$ (J)，

乙獸作功 $W_2 = Fd \cos \theta = 400 \times 5 \times \cos 180^\circ = -2000$ (J)，

兩隻猛獸對獵物作功之總和為 $W = W_1 + W_2 = 2000 + (-2000) = 0$ (J)。

想一想

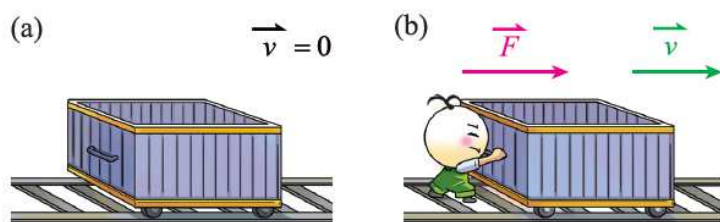
各力作功的總和與合力作功相同嗎？

一、動能

對某物體作功可以改變此物體之能量，因此「功」與「能」是可以互相轉換的。以圖5-5為例，若一輛台車原來靜置於一光滑水平鐵軌上，施力使台車沿力方向運動將對台車作功，使台車速率增加，這與速率有關的能量稱為**動能** (kinetic energy)。運動中的物體都具有動能，物體運動速度愈快，其動能愈大；此外動能的大小也與物體質量有關，以相同的速率運動的兩物體，物體質量愈大，其動能愈大。動能 K 與物體的質量 m 、速度量值 v 成下式關係：

$$\text{動能} \quad K = \frac{1}{2}mv^2 \quad (5-3)$$

K ：動能 (J) m ：質量 (kg) v ：速度量值 (m/s)



∴ 圖 5-5 施力使原靜止的台車沿力方向運動將對台車作功，使台車的動能增加。

例題 5-2

高速公路最高速限為 110 公里／小時，一部質量 2000 公斤的休旅車以最高速限行駛時之動能為多少焦耳？

解 $110 \text{ (km/h)} = \frac{275}{9} \text{ (m/s)},$

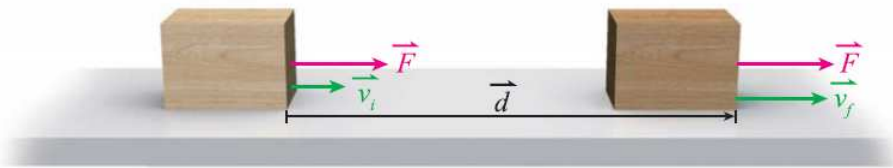
$$\text{動能 } K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 2000 \times \left(\frac{275}{9}\right)^2 = 9.3 \times 10^5 \text{ (J)}。$$

二、功能定理

在一光滑水平鐵軌上施力向前推動一輛台車，會發現推得愈遠，台車速度愈來愈快，物體的動能也愈來愈大；當台車行進距離愈大，施力所作的功也愈大；因此可以推斷動能 K 的改變與施力作功 W 有關。

假設有一質量為 m 的物體在合力 \vec{F} 的作用下，使物體沿作用力方向移動了位移 \vec{d} ，物體的速度由 \vec{v}_i 改變為 \vec{v}_f ，如圖 5-6 所示。若合力為一定力，由牛頓第二定律（ $\vec{F} = m\vec{a}$ ）可以知道此物體的運動為等加速運動，其中 \vec{a} 為物體的加速度。由於物體位移 \vec{d} 與合力 \vec{F} 的方向相同，合力對物體所作的功為

$$W = Fd = (ma)d \quad (5-4)$$



∴圖 5-6 質量為 m 的物體在合力 \vec{F} 的作用下，行經位移 \vec{d} ，物體的速度由 \vec{v}_i 改變為 \vec{v}_f 。

由等加速運動公式 $v_f^2 - v_i^2 = 2ad$ 可得 $a = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2d}$ ，此式代入(5-4)式，可得

$$W = mad = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 = K_f - K_i = \Delta K \quad (5-5)$$

由於物體最初的動能為 $\frac{1}{2}mv_i^2$ ，物體最終的動能為 $\frac{1}{2}mv_f^2$ ，因此(5-5)式也就表示合力對物體所作的功 W 等於物體動能的變化量 $K_f - K_i$ ，稱為**功能定理**（work-energy theorem）。

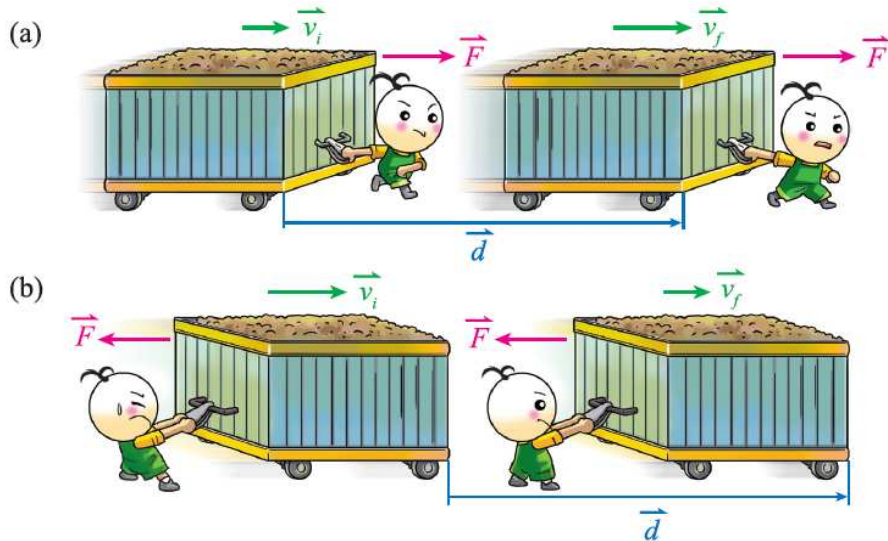
功能定理

$$W = K_f - K_i = \Delta K$$

(5-6)

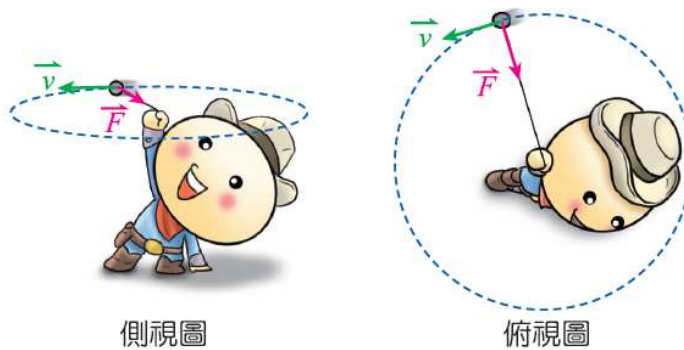
若合力對物體作正功，物體動能將變大，速率亦會增大；若合力對物體作負功，則速率會減小；若合力對物體所作的功為零，則物體的動能與速率都不會產生改變。合力所作的功與動能及速率的變化關係舉例如下：

- (1)若 $W > 0$ ，則 $K_f > K_i$ ，表示速率增加，如圖 5-7(a)的例子所示，出力拉動車子，此力對車子作正功，車子獲得能量，速率會增加。
- (2)若 $W < 0$ ，則 $K_f < K_i$ ，表示速率減小，如圖 5-7(b)的例子所示，拉住行進間的车子，此力對車子作負功，車子損失能量，行進速率減小。



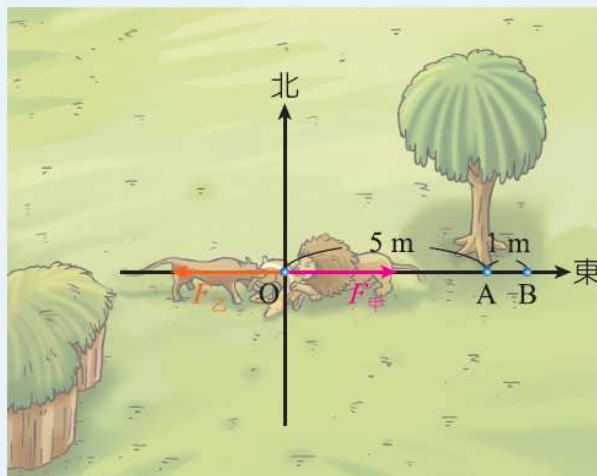
∴圖 5-7 (a)拉動車子增加車子的行進速率；
(b)拉住行進間的车子則可以減小車子的行進速率。

- (3)若 $W = 0$ ，則 $K_f = K_i$ ，速率不變，物體以等速率前進。例如以繩繫小球，用手甩動，控制施力的大小，使小球在一水平面上作等速圓周運動時，如圖 5-8 所示，手需不停地向圓心施力，但是由於施力與小球運動方向垂直，施力所作的功為零，因此小球的動能不會變化。



∴圖 5-8 小球在一水平面上作等速圓周運動，外力所作的功為零，小球的動能不變。

在例題 5-1 中兩隻猛獸搶食獵物，合力為零，獵物由圖中 O 點等速移至 A 點，設此速率為 0.5 公尺／秒。若獵物到達 A 點時，乙獸的施力不變，但甲獸的施力由原來的 400 牛頓突然增為 450 牛頓，兩隻猛獸的合力將成為 50 牛頓（向東方），則獵物向東作等加速運動，移動 1 公尺而到達 B 點。若獵物質量 50 公斤，則



- (1) 獵物由 A 移至 B 的過程中，合力做功多少？
- (2) 獵物之初動能（A 點動能）為何？
- (3) 獵物之末動能（B 點動能）為何？

思路：功可由定義 $W = Fd \cos \theta$ 求得，亦可由功能定理 $W = \Delta K$ 求得。

解 (1) 由於合力與位移方向相同， $W = Fd = 50 \times 1 = 50$ (J)。

(2) A 點動能 $K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 50 \times 0.5^2 = 6.25$ (J)。

(3) 由牛頓第二運動定律 $\vec{F} = m\vec{a}$ ，獵物加速度 $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{50}{50} = 1.0$ (m/s²)，

獵物由 A 點至 B 點作等加速運動，

由 $v_B^2 = v_A^2 + 2ad = 0.5^2 + 2 \times 1.0 \times 1 = 2.25$ ，

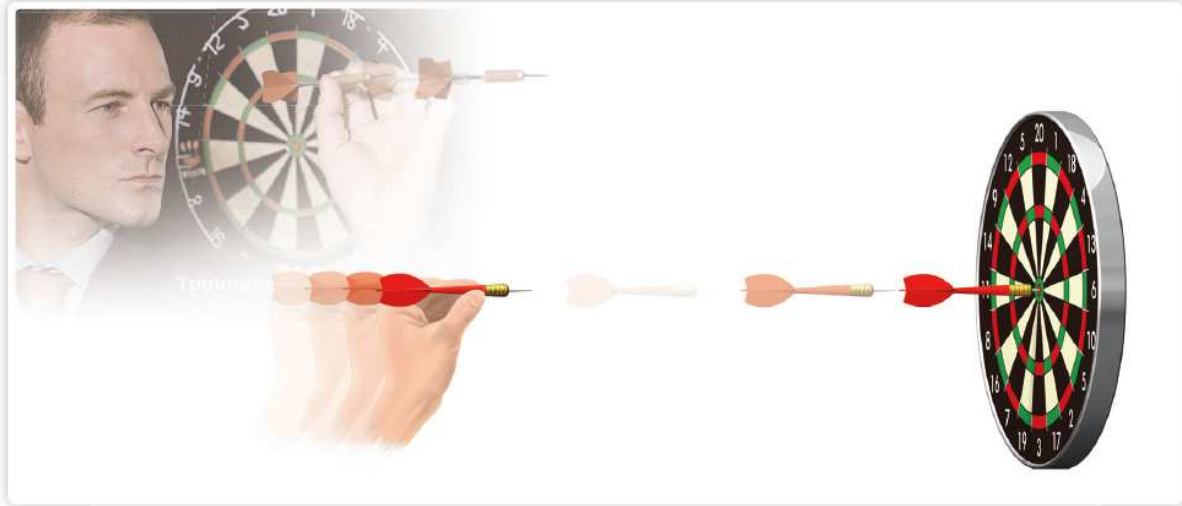
末速度量值 $v_B = 1.5$ (m/s)，末動能 $K_B = \frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{1}{2} \times 50 \times 1.5^2 = 56.25$ (J)。

自我練習

上例中，功能定理成立嗎？也就是說，兩獸合力對獵物所作的功是否等於獵物的動能變化量？

合力所作的功可以轉換為動能，反過來說，動能也可以轉換為對物體作功。射飛鏢時，手持飛鏢揮動，飛鏢獲得動能，當飛鏢飛抵鏢靶時，鏢尖會沒入靶中（圖 5-9），能量的轉變過程是：(1)揮動中的手具有動能，對飛鏢作正功，所以飛鏢得到動能；(2)鏢靶對飛鏢作負功，飛鏢的動能減少，此時動能並不會憑空消失，只是變成熱能。

假設 f 為飛鏢進入鏢靶中所受到的平均阻力， d 為飛鏢進入鏢靶的位移，由於阻力 f 與飛鏢位移方向相反，鏢靶阻力對飛鏢所作的功為負功，其大小為 fd ，此功正好消耗了手轉換給飛鏢的動能。



∴ 圖 5-9 手對飛鏢作正功，所以飛鏢得到動能；鏢靶對飛鏢作負功，飛鏢的動能減少。

例題 5-4

鐵鎚以 15 焦耳之動能沿水平方向正面撞擊牆上鐵釘，若撞擊時鐵鎚有 60% 的動能傳給鐵釘，使鐵釘進入牆內 3 公分，求牆對鐵釘的平均阻力為何？

解 鐵釘自鐵鎚獲得之動能 $K = 15 \times 60\% = 9$ (J)，

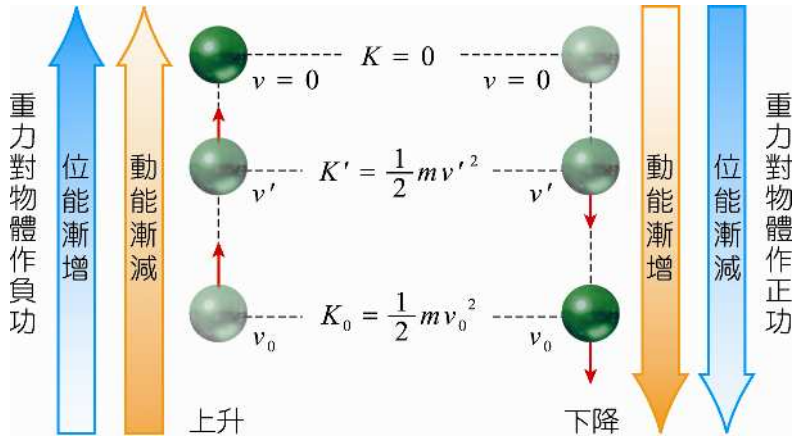
鐵釘進入牆後之動能 $K' = 0$ ，

牆對鐵釘的平均阻力作負功，使鐵釘之動能由 9 焦耳減少為零，

由功能定理， $W = \Delta K$ ， $-fd = K' - K$ ， $-f \times 0.03 = 0 - 9$ ， $f = 300$ (N)。

一、位能是什麼

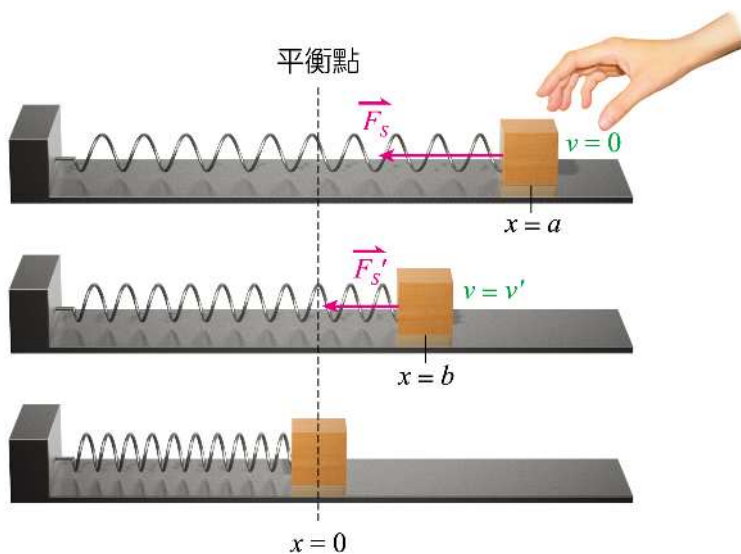
當蘋果受重力鉛直掉落而加速時，重力與蘋果的位移同方向，此時重力對蘋果作正功使其動能增加，如果擊中在蘋果樹下沉思的牛頓（圖 5-10），想必會痛。若蘋果打到樹下的一顆球，球會受力開始運動，可見在高處的蘋果具有作功的能力。這種能量與物體所在的位置有關，稱為**位能**（potential energy）。分析物體鉛直上拋與下落的過程會發現，當物體上升時速度變小，減少的動能以與物體所在的位置有關的位能形式儲存起來；當物體下落時，此能量會被釋放出來，轉換為動能，如圖 5-11 所示；這一所儲存的能量與物體在重力場中的位置有關，稱為**重力位能**（gravitational potential energy）。



∴圖 5-11 當鉛直上拋小球時，小球動能在上升過程中漸減；下降過程中動能漸增。

拉長或壓縮的彈簧也具有作功的能力，如圖 5-12 所示，靜置於水平光滑面上的彈簧一端固定在牆壁上，在彈簧的另一端聯結某物體，往外用力拉動物體後放開，物體會作左右來回往復運動，此一與彈簧伸長長度有關的能量稱為**彈性位能**（elastic potential energy）。

與物體所在的位置有關的能量，統稱為位能，位能種類很多，如重力位能、彈性位能、電位能等，以下將只討論地表附近的重力位能。



∴圖 5-12 當彈簧向內縮短時 ($a \rightarrow b$)，恢復力 \vec{F}_s 的作用使儲存的彈性能轉變為動能。

二、地表附近的重力位能

在地表附近質量為 m 的物體受到來自地球的引力（重力）為 mg ， g 為一定值。當我們把一個質量為 m 的物體由地面緩慢提升到高度為 h 的位置，此一過程中，重力對物體所作的負功為 $W_g = -mgh$ ，而使物體的重力位能增加 $\Delta U = -W_g = mgh$ 。外力對物體所作的正功為 $W = mgh$ ，因此也可以說，施一外力以抵抗重力，此外力所作的功 W ，可以使物體的重力位能增加 ΔU 。若物體在地面時的重力位能設為零，也就是取地面作為重力位能的參考面（簡稱零位面），則可得

$$W = \Delta U = U - 0 = mgh \quad (5-7)$$

也就是距地表高 h 處的

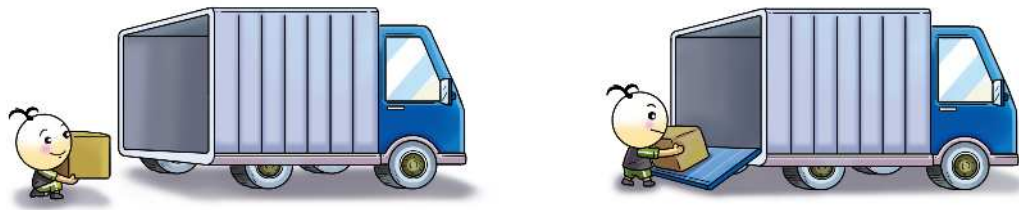
重力位能

$$U = mgh$$

(5-8)

重力位能的參考面可以任意選取，例如一石子由井口落入一枯井中，為求方便我們可以定枯井井底為參考面，若 d 為井的深度，在井口處的重力位能則為 mgd 。

運用以上公式計算物體重力位能的變化時，應考慮的是物體鉛垂方向運動的距離，而不是物體實際上所運動的路徑長。舉例來說，搬運工人把貨物運上貨車可以考慮用直接垂直抬起貨物，也可以使用一斜面而沿斜面推動貨物上貨車，如圖 5-13 所示。兩種方式貨物垂直運動的距離都是相同的，因此貨物的重力位能的變化也都是相同的。雖然運用斜面比較省力，但是物體實際上所運動的距離會較大，因此不論運用哪一種方法，搬運工人對貨物所作的功都是一樣大。



∴圖 5-13 兩種方式貨物垂直運動的距離相同，因此貨物的重力位能變化也相同。

例題 5-5

一高樓高 50 公尺，地面上方 20 公尺處有一露台，露台上置一質量 5 公斤的盆栽。如圖所示，小康位於樓頂，小熹位於露台上，另有路人於地面上。若各觀察者均將自身所在之高度訂為零位面，且取重力加速度為 10 公尺/秒²，則

- (1) 小康、小熹與路人分別認為該盆栽之重力位能為多少？
- (2) 若盆栽由露台摔落至地面，小康、小熹與路人分別認為該盆栽此時之重力位能為多少？
- (3) 承上題，重力位能之變化量為多少？





思路：重力位能 $U = mgh$ ， h 為距離零位面的鉛直高度，零位面可以任意選取，通

常多觀察者均將各自所在高度作為零位面

解

	盆栽在露台上的 重力位能	盆栽在地面的重 力位能	重力位能的變化量
路人觀點	mgh $= 5 \times 10 \times 20$ $= 1000 \text{ (J)}$	0	$\Delta U = U' - U$ $= 0 - 1000$ $= -1000 \text{ (J)}$
小康觀點	mgh $= 5 \times 10 \times (-30)$ $= -1500 \text{ (J)}$	mgh $= 5 \times 10 \times (-50)$ $= -2500 \text{ (J)}$	$\Delta U = U' - U$ $= -2500 - (-1500)$ $= -1000 \text{ (J)}$
小熹觀點	0	mgh $= 5 \times 10 \times (-20)$ $= -1000 \text{ (J)}$	$\Delta U = U' - U$ $= -1000 - 0$ $= -1000 \text{ (J)}$

想一想

為何三個人認為盆栽之重力位能不同，而重力位能變化量卻相同？

在地表附近物體的上拋運動中，物體上升時原有的動能逐漸轉換為重力位能，下降時重力位能又逐漸轉換為動能，動能與位能可以互相轉換，均為**力學能** (mechanical energy) 的一種。力學能可定義為動能及位能的和，以 E 表示之，即

$$E = K + U \quad (5-9)$$

若忽略空氣阻力與摩擦等的損耗，則物體所具有的動能和位能的總和，在運動過程中保持不變。若 K_i 與 K_f 分別為起初與後來的動能，而 U_i 與 U_f 分別為起初與後來的位能，則由(5-9)式，可得

$$E = K_f + U_f = K_i + U_i$$

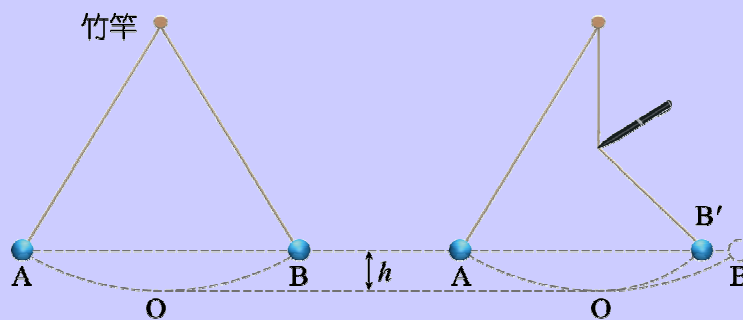
(5-10)

此關係稱為**力學能守恆律** (law of conservation of mechanical energy)。

動手

力學能守恆小實驗

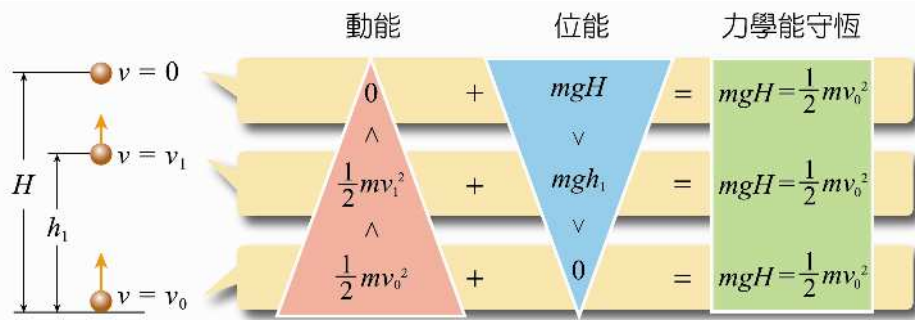
取一繩連接重物綁在竹竿上作成單擺，將重物由平衡位置 O 點移至 A 點後靜止釋放，可以發現擺錘到達與出發點同高度之位置 B 點後停止，再沿原路徑反向回到原出發點。將原子筆的筆尖置 O 之上方位置，可觀察到擺錘沿新的路徑 OB' 運動，可以發現出發點 A 與兩次實驗的停止點 B、B' 均位於同一高度。



以一質量為 m 的物體上拋運動為例，當由地面上拋物體，其初速為 v_0 ，動能為 $\frac{1}{2}mv_0^2$ ，起初物體重力位能為零；在高度 h_1 時物體速度為 v_1 ，則其動能為 $\frac{1}{2}mv_1^2$ 而重力位能為 mgh_1 ；在最大高度 H 時物體速度為零，則其動能為零，而重力位能為 mgH ，由力學能守恆關係式(5-10)式，可得

$$E = \frac{1}{2}mv_0^2 + 0 = \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = 0 + mgH = \text{定值} \quad (5-11)$$

圖 5-14 表示(5-11)式之意義。(5-11)式這個關係式也適用於自由落體、平拋運動、沿光滑斜面運動及單擺運動等物體僅有重力做功時的各種運動中。聯結在輕彈簧上的物體所受的彈力與位置有關，其動能及位能的和也遵守力學能守恆律，也就是說(5-10)式也適用於連結在輕彈簧上的物體。



∴圖 5-14 物體在上拋運動中不同位置的力學能比較 (H 為最高點的高度)。

本章章首所提及的雲霄飛車在軌道上奔馳並非完全由外來動力來驅動的，當雲霄飛車抵達軌道頂端後，它便沿著軌道直奔而下，根據重力位能與動能間的轉換，雲霄飛車在軌道上較低的地方，其速率較高；當雲霄飛車在軌道中爬升，其速率漸漸降低，如圖 5-15 所示。如果雲霄飛車完全關閉人為動力並且不考慮空氣阻力與軌道摩擦力等的損耗，則由力學能守恆定理，我們甚至可以知道雲霄飛車在軌道上任一處的速率呢！

由於力學能守恆律考慮到的物理量僅為動能和位能這兩個純量，處理力學問題時只需知道物體在起始或最後狀態的動能和位能，比起從作用力的觀點來處理問題時必須同時考慮力的量值和方向，可以簡化求解的過程。若考慮空氣阻力、摩擦生熱等的損耗，此時力學能守恆不再成立，但是整體的能量仍然遵守**能量守恆律** (law of conservation of energy)。

∴圖 5-15 雲霄飛車的重力位能與動能間的轉換。



便利貼

1. 功能定理：合力對物體所作的功 W 等於物體動能的變化量 ΔK 。
2. 力學能守恆：若忽略空氣阻力的損耗，在僅受重力（或彈力）作功的情況下，物體的動能和位能的總和（即力學能）保持不變。
3. 能量守恆：若考慮空氣阻力等的損耗，力學能守恆不再成立，但是整體的能量仍然遵守能量守恆律。

例題 5-6

電能一度為 3.6×10^6 焦耳。若以水力發電時，水減少的重力位能可完全轉換成電能，則電能一度的能量相當於多少質量的水由 100 公尺高處落至地面所轉換而成？（取重力加速度 $g = 10$ 公尺/秒²）

水由高處落下，重力位能的差值轉換成為電能。

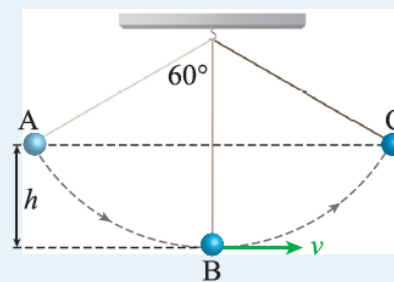
$$mgh = 3.6 \times 10^6,$$

$$m \times 10 \times 100 = 3.6 \times 10^6,$$

$$m = 3.6 \times 10^3 = 3600 \text{ (kg)}.$$

例題 5-7

一單擺由圖中 A 點（與鉛直夾 60° 角）開始擺盪，擺長 2 公尺，擺錘的質量為 2 公斤，不計任何阻力，取 $g = 10$ 公尺/秒²，設最低點 B 所在平面為零位面，則



- (1) 擺錘於 A 點之重力位能為何？
- (2) 到達最低點的動能為何？
- (3) 最低點速率為何？

解 (1) 如圖，A 點距零位面之高度

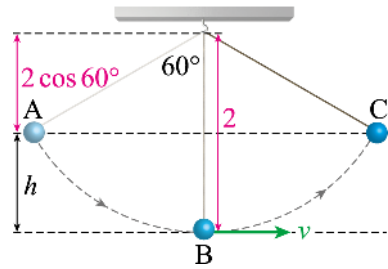
$$h = 2 - 2\cos 60^\circ = 1 \text{ (m)}, \text{ A 點的重力位能}$$

$$U_A = mgh = 2 \times 10 \times 1 = 20 \text{ (J)}。$$

(2) 由 A 至 B 的過程中力學能守恆，

$$\text{B 點之動能即 A 點之位能，} K_B = 20 \text{ (J)}。$$

$$(3) K_B = \frac{1}{2}mv_B^2, 20 = \frac{1}{2} \times 2 \times v_B^2, v_B = 2\sqrt{5} \text{ (m/s)}。$$



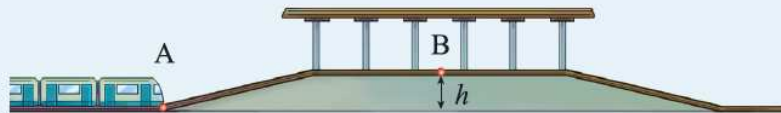
想一想

麻省理工學院的 Walter Lewin 教授是傳奇人物，善於利用大型而引人注目的物理實驗來演示物理原理。在一次演示實驗中，Lewin 將他的生命寄託於他所深信的力學能守恆律。他將重達 15.5 磅的擺錘用 5.11 公尺的擺線繫於天花板上，擺錘被 Lewin 拉到教室左側牆壁，恰由他的下巴下方靜止出發，擺錘來回擺盪後再度逼近 Lewin，如果力學能守恆律成立，擺錘是否會擊碎他的下巴？若釋放時不小心向前推了一下擺錘，會發生什麼事？



例題 5-8

捷運列車進站時必須減速，也就是降低動能。若車站月台建得高些，車輛進站時要上坡、出站時要下坡，如圖所示，設月台高為 $h = 4.00$ 公尺，進站車輛到達坡下 A 點時速度為 10.0 公尺／秒，此時切斷電源，若不計摩擦，則列車到達月台上的速率為若干？（設重力加速度 $g = 10$ 公尺／秒²）



解 列車僅受重力與正向力，重力為保守力，

而正向力不作功，故力學能守恆。

設列車質量為 m ，並定 A 點為零位面，

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B,$$

$$v_A^2 = v_B^2 + 2gh_B,$$

$$10.0^2 = v_B^2 + 2 \times 10 \times 4.0,$$

解得列車到達月台上的速率為 $v_B = 2\sqrt{5} = 4.47$ (m/s)。

物理加油站

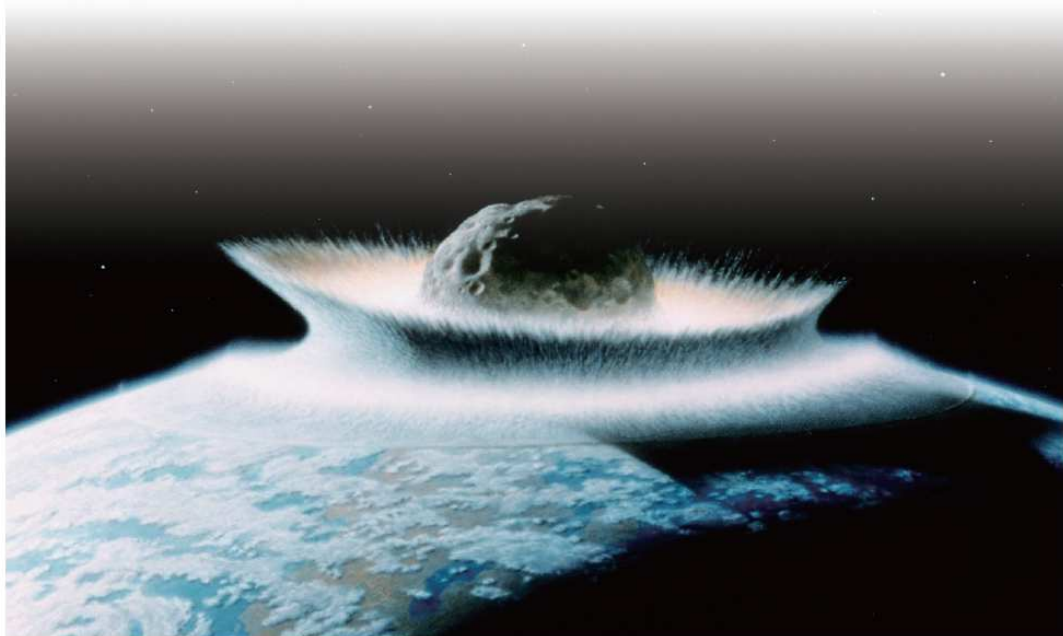
科幻電影常以隕石墜落地球造成嚴重災難為題材，1994 年彗星與木星相撞以後，科學界更密集監測小行星與地球相撞的可能性。由於隕石或小行星的速度很快，具有相當大的動能，因此即使隕石直徑只有一、兩公里，也足以造成全球性的大災難。

假設有一顆直徑 1 公里、密度與石頭相近、質量 1.8×10^{12} 公斤的小行星，若小行星速度為 30 公里／秒，它所具有的動能約為

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times (1.8 \times 10^{12}) \times (3.0 \times 10^4)^2 = 8 \times 10^{20} \text{ 焦耳},$$

假如這顆小行星直接與地球相撞，碰撞時爆炸的能量將相當於千萬顆二次大戰時投擲於廣島的原子彈（ 54.6×10^{12} 焦耳）的威力，破壞力驚人。目前國際天文學界正在建置一個全球性的近地小行星警戒網，努力尋找接近地球的小行星，測定它們的運行軌道，同時研究它們的物理、化學性質。

∴圖 5-16 小行星撞擊地球模擬圖。



本章重點

1. 若物體受外力的方向與其位移平行，則施力對物體所作的功為力與位移的乘積。
2. 如果物體受力的方向和所產生的位移夾了一個角度 θ ，則施力對物體所作的功 W 定義為沿位移方向的分力 $F\cos\theta$ 和位移量值 d 的乘積，也就是 $W = Fd \cos\theta$ 。
 $0 < \theta < 90^\circ$ ， $W > 0$ ； $\theta = 90^\circ$ ， $W = 0$ ； $90^\circ < \theta \leq 180^\circ$ ， $W < 0$ 。
3. 功的單位在 SI 制中為牛頓·公尺 ($\text{N} \cdot \text{m}$)，此單位又稱為焦耳 (joule，簡寫為 J)。
4. 合力對物體所作的功 W 等於物體動能的變化量 ΔK ，稱為功能定理。
5. 如果外力合力作正功，則物體的速率會增加；如果合外力作的是負功，則物體的速率會減少。
6. 施一外力以抵抗重力，此外力對物體所作的功，可以轉化為物體的重力位能。
7. 取地面作為重力位能為零的參考面，當質量 m 的物體距地面為高度 h ，其重力位能為 $U = mgh$ 。
8. 計算物體重力位能的變化時，應考慮的是物體位移的鉛直分量，而不是物體實際上所運動的路徑長。
9. 力學能為動能及位能的和，以 E 表示之， $E = K + U$ 。
10. 若忽略空氣阻力與摩擦力等的損耗，僅有重力作功時的各種運動中，物體所具有的動能和位能的總和在運動過程中保持不變，此關係稱為力學能守恆律。

習題

是非題

1. 不同質量的數個物體，其動能愈大者，動量就愈大。
2. 施力提 100 公斤重物，一小時並未運動，手施力作功為零。
3. 推鉛球比賽，鉛球離手前，手對鉛球所作的功為零。
4. 推鉛球比賽，鉛球離手後，手對鉛球所作的功為零。
5. (1) 施力使嬰兒車等速上坡，手對嬰兒車所作的功為零。
(2) 施力使嬰兒車等速下坡，手對嬰兒車所作的功為零。
(3) 施力使嬰兒車於光滑水平路面加速前進，手對嬰兒車所作的功作正功。
(4) 施力使嬰兒車於光滑水平路面減速停止，手對嬰兒車所作的功作負功。



6. 拋體運動之物體自拋出到落回原高度，全程重力對物體所作的功為零。
7. 單擺運動中，繩之張力對擺錘所作的功為零。
8. 單擺運動中，擺錘由左端點至右端點重力所作的功為零。
9. 人造衛星繞地球作圓周運動的過程中，萬有引力對衛星不作功。
10. 捷運系統的車站設計，若不採一般水平設計，反而將車站建於高處，使列車進站時要上坡，出站時要下坡，較能節約能源。



選擇題

■5-1 施力所作的功

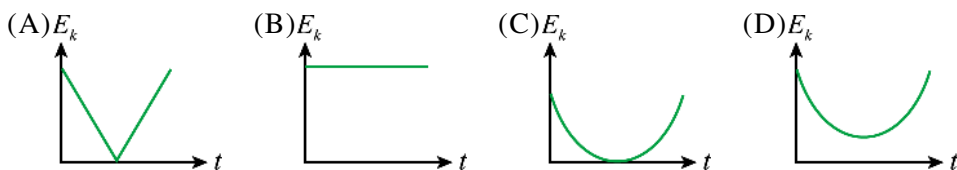
1. 一光滑斜面和水平面成 30° 角，今有質量為 1 公斤的物體，由靜止開始，沿著斜面下滑 2 公尺的距離。就整個運動過程而言，下列有關「功」的敘述，何者錯誤？（重力加速度為 9.8 公尺／秒²）
(A) 重力垂直於斜面的分力，總共作了 9.8 焦耳的功
(B) 重力平行於斜面的分力，總共作了 9.8 焦耳的功
(C) 重力總共作了 9.8 焦耳的功
(D) 斜面施於物體的正向力，總共作了 0 焦耳的功。 【90 學測】
2. 某人將質量為 2 公斤的手提箱由地面等速提至高度為 0.5 公尺後，沿水平面緩慢行走 10 公尺。設行走時手提箱維持在離地 0.5 公尺的高度，則此人對手提箱總共作了多少焦耳的功？
(A) 0 (B) 1 (C) 9.8 (D) 196 (E) 205.8。 【87 學測】
3. 乒乓球從離地面 1 公尺高處自由下落，落至地面後反彈至 0.9 公尺高處。設重力加速度為 10 公尺／秒²，乒乓球的質量約 3 克，求整個過程中重力作的功為多少焦耳？
(A) 0.001 (B) 0.003 (C) 0.009 (D) 0.027 (E) 0.03。

■5-2 動能與功能定理

4. 將足球用力向斜上方踢，球向空中飛出，若不考慮空氣阻力，則下列哪一圖可以代表球的動能 E_k 與落地前飛行時間 t 的關係？



【96 學測】



5. 一卡車質量為 10000 公斤，以 20 公尺／秒的速度水平前進，煞車後經 40 公尺距離後停止，求減速期間車所受平均阻力為多少牛頓？



- (A) 2×10^4 (B) 2.5×10^4
(C) 5×10^4 (D) 7.5×10^4
(E) 9×10^4 。

6. 小明從家裡到學校需走 1.2 公里的路。當他走路的速率為 1 公尺／秒時，身體消耗的能量為每分鐘 2000 焦耳。若他以此等速率從家裡走到學校，則大約消耗多少能量？

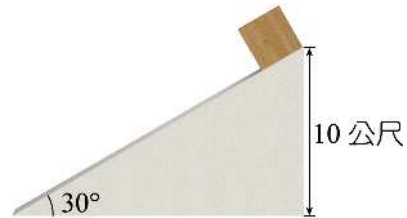
- (A) 2×10^3 (B) 4×10^3 (C) 2×10^4 (D) 4×10^4 焦耳。 【92 學測補考】

習題

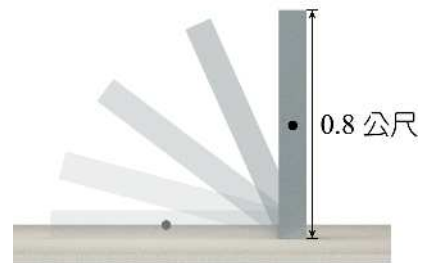
■5-3 位能

7. 以等速度向上提高的物體，有關其能量狀態的敘述何者正確？
(A)動能漸增，而位能漸減 (B)位能漸增，而動能漸減
(C)位能漸增，而動能不變 (D)動能、位能皆漸增
(E)力學能守恆。
8. 把一塊質量是 0.5 公斤的石塊，從 20 公尺高的山崖上以 10 公尺／秒的速度水平拋出，不計空氣阻力，取重力加速度為 10 公尺／秒²，求石塊落地時的速度為若干公尺／秒？
(A) 2 (B) $2\sqrt{5}$ (C) 5 (D) $10\sqrt{5}$ (E) 10。

9. 質量 2 公斤的木塊，由高度為 10 公尺的斜面頂端自由滑下，如右圖所示。若 $g = 10$ 公尺／秒²，則木塊沿光滑斜面下滑 20 公尺至底部時，速度為多少公尺／秒？
(A) 5 (B) $5\sqrt{2}$ (C) 10 (D) $10\sqrt{2}$ (E) 20。



10. 要把一根質量 20 公斤、長 0.8 公尺的均勻鐵桿從地面鉛直豎立起來如右圖所示，設重力加速度為 10 公尺／秒²，外力要克服重力作多少焦耳的功？
(A) 20 (B) 40 (C) 60 (D) 80 (E) 100。

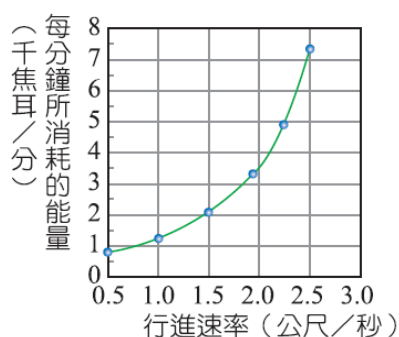


■5-4 力學能守恆

11. 撿起一塊小石頭，以手向空中斜向拋出，石頭後來落地。關於石頭離手之後的運動過程，下列敘述何者正確？（應選二項） 【84 學測】

(A) 石塊在最高點時，動能最小 (B) 石塊上升時，力學能持續增加
(C) 石塊在落地瞬間，力學能最大 (D) 石塊落地時，速度量值最大。

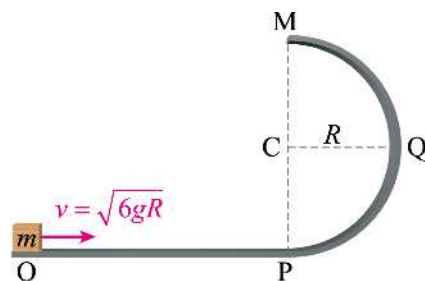
12. 甲生走路時每分鐘時間所消耗的能量（千焦耳／分），與行進速率（公尺／秒）的關係如右圖。假設甲生每天都沿著相同的路徑自學校走回家，則甲生以 2.0 公尺／秒等速率走回家所消耗的總能量，約為以 1.0 公尺／秒等速率走回家的多少倍？



(A) 1.5 (B) 2.0 (C) 2.5 (D) 3.0 (E) 3.5。

【95 學測】

13. 如右圖，小康在 O 點使質量為 m 的物體，以速率 $\sqrt{6gR}$ 沿 OP 方向前進， g 為重力加速度，則物體可沿著 OPQM 的光滑軌道到達 M 點；OP 是水平直線軌道，PQM 是半徑為 R 的鉛直半圓形軌道，且 CQ 平行於 OP。物體在鉛直半圓形軌道運動時，若某點的速率為 v ，則物體一定受到量值為 $\frac{mv^2}{R}$ 的向心力（指向圓心 C 的力）。試問下列敘述哪些正確？

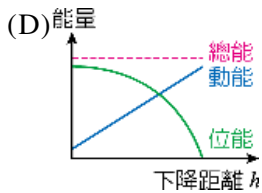
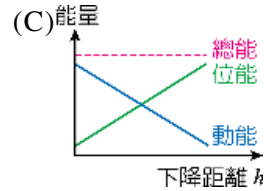
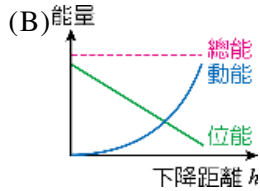
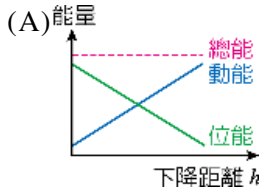


（應選二項）

(A) 物體在 P、Q、M 各點的速率都相等 (B) 物體在 P、Q、M 各點的速率漸增 (C) 物體在 P、Q、M 各點的速率漸減 (D) 物體在 Q 點的速率為 \sqrt{gR} (E) 物體在 Q 點的向心力的量值為 $4mg$ 。

習題

14. 一隻老鷹爪攫獵物水平等速度飛行，飛行之中獵物突然脫落。如果忽略空氣阻力，下列何圖代表獵物的「力學能」隨著獵物在垂直方向下降時距離的變化關係？ 【86 學測】



15. 質量 0.5 公斤之球以 8 公尺／秒之初速度鉛直上拋。若出發點距離地面 4 公尺，若選地面為零位面時，下列敘述何者正確？（應選三項）
（取重力加速度 $g = 10 \text{ m/s}^2$ ）
(A) 力學能為 36 焦耳 (B) 球最高點離地 7.2 公尺 (C) 當離地 6.4 公尺高時，速度恰為 4 公尺／秒 (D) 球著地瞬間，速率為 8 公尺／秒 (E) 球著地瞬間，力學能為全程最大值。
16. 設地面之位能為零，一物由高處 h 自由落下，距地面 $\frac{h}{3}$ 時，動能與位能之比值為多少？
(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) 1 (D) 2 (E) 3。

17. 鮭魚洄游產卵，遇到水位落差時也能逆游而上。假設落差之間水流連續，而且落差上下水域寬廣，水流近似靜止。若鮭魚最大游速為 2.8 公尺／秒，且不計阻力，則能夠逆游而上的最大落差高度為何？



(A) 9.8 (B) 2.8 (C) 1.4 (D) 0.8 (E) 0.4 公尺。

【94 學測】

題組題

1~2 題為題組題

中東 阿布達比著名的「法拉利世界」(Ferrari World) 主題樂園於 2010 年 11 月 4 日正式開園，園內的雲霄飛車 Formula Rossa 刷新了全球遊樂園最高速雲霄飛車的紀錄。以類似航空母艦上協助戰機起飛的高壓裝置來啟動，因此 Formula Rossa 才能在 2 秒內完成 0~100 公里／小時加速，且快速地爬上離地 53 公尺的高空再俯衝，而其極速也高達 240 公里／小時。



「法拉利世界」總經理 Claus Frimand 談到 Formula Rossa 設計概念時表示，建造 Formula Rossa 本來就是讓大家能夠體驗一級方程式賽車 (Formula One，簡稱 F1) 車手參賽時的快感，讓大家能以極高的速度行駛於長達 2.07 公里的軌道上，環繞過整個遊樂區。

習題

1. 雲霄飛車本身沒有動力，在忽略摩擦力與空氣阻力的情況，下列敘述何者錯誤？
 - (A) 雲霄飛車上升的過程中動能減少
 - (B) 雲霄飛車下降的過程中動能增加
 - (C) 雲霄飛車在軌道上的任何位置，力學能均相同
 - (D) 雲霄飛車有最大速率時，必在軌道的最低點
 - (E) 與建立在平原的雲霄飛車軌道相較，相同設計的軌道若建在高原，因雲霄飛車的位能較大，雲霄飛車可以達到較大的速率。

2. 小康與小熹查詢維基百科中有關雲霄飛車的資料，發現 **Formula Rossa** 是最快的雲霄飛車，卻不是軌道離地面最高的雲霄飛車，也不是高低落差最大的雲霄飛車，在忽略摩擦力與空氣阻力的情況下，可能的原因為何？
 - (A) **Formula Rossa** 的雲霄飛車質量較小
 - (B) **Formula Rossa** 的雲霄飛車有較少節車廂
 - (C) **Formula Rossa** 的雲霄飛車搭載較少乘客
 - (D) **Formula Rossa** 的雲霄飛車出發時，即有初動能。