

1. 試判斷下列各組數是否互質，互質請打✓

1. (✓) 32 和 51 2. () 57 和 75
 $2^5 \quad 3 \times 17$ $3 \times 19 \quad 3 \times 5^2$

3. (✓) 85 和 58 4. (✓) 138 和 221
 $5 \times 17 \quad 2 \times 29$ $2 \times 3 \times 23 \quad 13 \times 17$

2. 下列哪些數與 78 互質？ 221、175、285、539

$2 \overline{) 78}$ $78 = 2 \times 3 \times 13$
 $3 \overline{) 39}$ 互質 $\Rightarrow$ 不能有 2, 3, 13 的因數
 13 $221 = 3 \times 7 \times 11 \quad \times$

$175 = 5^2 \times 7$ 互質
 $285 = 3 \times 5 \times 19 \quad \times$ $A = 175, 539$
 $539 = 7^2 \times 11$ 互質

3. 請寫出 30~50 中，與 42 互質的所有正整數。

$2 \overline{) 42}$ $42 = 2 \times 3 \times 7$
 $3 \overline{) 21}$ 互質 $\Rightarrow$ 不能有 2, 3, 7 的因數
 7 31, 37, 41, 43, 47, *

求 4~14 題中各組數最大公因數、最小公倍數

(答案不需乘出來，用標準分解式表示即可)

4. 56, 184

$2 \overline{) 56} \quad 184$
 $2 \overline{) 28} \quad 92$
 $2 \overline{) 14} \quad 46$
 7 23
 $(56, 184) = 2^3$
 $[56, 184] = 2^3 \times 7 \times 23$

5. 7, 23

$1 \overline{) 7} \quad 23$
 7 23
 $(7, 23) = 1$
 $[7, 23] = 7 \times 23$

6. 114, 266

$2 \overline{) 114} \quad 266$
 $19 \overline{) 57} \quad 133$
 3 7
 $(114, 266) = 2 \times 19$
 $[114, 266] = 2 \times 3 \times 7 \times 19$

7. 280, 420, 230

$2 \overline{) 280} \quad 420 \quad 230$
 $5 \overline{) 140} \quad 210 \quad 115$
 $2 \overline{) 28} \quad 42 \quad 23$
 $7 \overline{) 14} \quad 21 \quad 23$
 2 3 23
 $(280, 420, 230) = 2 \times 5$
 $[280, 420, 230] = 2^3 \times 3 \times 5 \times 7 \times 23$

8. $a = 3^2 \times 5^3$, $b = 3^3 \times 7$

$(a, b) = 3^2$
 $[a, b] = 3^3 \times 5^3 \times 7$

9. $a = 2^2 \times 17^2$, $b = 7^3 \times 23$

$(a, b) = 1$
 $[a, b] = 2^2 \times 7^3 \times 17^2 \times 23$

10. $a = 3^3 \times 5 \times 7$, $b = 2^3 \times 3^2 \times 7 \times 11$

$(a, b) = 3^2 \times 7$
 $[a, b] = 2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7 \times 11$

11. $a = 3^3 \times 13 \times 23$, $b = 3^4 \times 7 \times 13^2 \times 23$, $c = 3^2 \times 5 \times 7^3 \times 13$

$(a, b, c) = 3^2 \times 13$
 $[a, b, c] = 3^4 \times 5 \times 7^3 \times 13^2 \times 23$

12. $a = 2^2 \times 3 \times 5^2 \times 11$, $b = 555$

$5 \overline{) 555}$ $b = 3 \times 5 \times 37$
 $3 \overline{) 111}$ $(a, b) = 3 \times 5$
 37 $[a, b] = 2^2 \times 3 \times 5^2 \times 11 \times 37$

13. 甲 = $13 \times 15 \times 21 \times 27$, 乙 = $9 \times 11 \times 18 \times 26$

甲 = $13 \times 3 \times 5 \times 3 \times 7 \times 3^3 = 3^5 \times 5 \times 7 \times 13$
 乙 = $3^2 \times 11 \times 2 \times 3^2 \times 2 \times 13 = 2^2 \times 3^4 \times 11 \times 13$
 $(甲, 乙) = 3^4 \times 13$
 $[甲, 乙] = 2^2 \times 3^5 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13$

14. $a = 195$, $b = 3^2 \times 5^3 \times 14$, $c = 2 \times 3 \times 3 \times 13 \times 5 \times 2 \times 3$

$5 \overline{) 195}$ $a = 3 \times 5 \times 13$
 $3 \overline{) 39}$ $b = 3^2 \times 5^3 \times 2 \times 7 = 2 \times 3^2 \times 5^3 \times 7$
 13 $c = 2^2 \times 3^3 \times 5 \times 13$
 $(a, b, c) = 3 \times 5$
 $[a, b, c] = 2^2 \times 3^3 \times 5^3 \times 7 \times 13$

15. 若 $a = 14$ 、 $b = 30$ ，則 $(a, b) \times [a, b] =$ _____

$2 \overline{) 14} \quad 30$ $(a, b) = 2$
 7 15 $[a, b] = 2 \times 7 \times 15 = 210$
 $\Rightarrow (a, b) \times [a, b] = 2 \times 210 = 420$ * 另解
 $(a, b) \times [a, b] = a \times b = 14 \times 30 = 420$ *

16. 小英用短除法求 a 、 b 兩數的最大公因數如右圖，求

1. $(a, b) = ?$ 2. $[a, b] = ?$ 3. $b = ?$

1) (a, b) 2) $d = \frac{28}{7} = 4$ 3) $c = 7 \times 3 = 21$
 $= 5 \times 7$ $[a, b] = 5 \times 7 \times 4 \times 3$ $b = 5 \times 21 = 105$ *
 $= 35$ $= 420$ *
 * *

17. 設 $A = 2^9 \times 3^{12} \times 7^4$, $B = 2^8 \times 3^6 \times 11^4$,

若 $(A, B) = 2^a \times 3^b$, $[A, B] = 2^m \times 3^n \times 7^p \times 11^q$,

求：(1) $a + b = ?$ (2) $m \times n - p \div q = ?$

1) $(A, B) = 2^8 \times 3^6$ 2) $[A, B] = 2^9 \times 3^{12} \times 7^4 \times 11^4$
 $\begin{cases} a = 8 \\ b = 6 \end{cases}$ $\begin{cases} m = 9 \\ n = 12 \\ p = 4 \\ q = 4 \end{cases}$
 $a + b = 8 + 6 = 14$ * $m \times n - p \div q = 9 \times 12 - 4 \div 4 = 108 - 1 = 107$ *

18. 水果店老闆想將 96 個水蜜桃和 84 個梨子分裝成梨子禮盒和水蜜桃禮盒出售；水蜜桃禮盒和梨子禮盒內的水果個數要一樣多，且全部分裝完。(1)那麼一盒最多可以放幾個水果？(2)總共可以分成幾盒？

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 96 \ 84} \\ 2 \overline{) 48 \ 42} \\ 3 \overline{) 24 \ 21} \\ \hline 8 \ 7 \end{array}$$

(1) $(96, 84) = 2^3 \times 3 = 12$
 $96 = 12 \times 8$
 $84 = 12 \times 7$
 12 個

(2) $8 + 7 = 15$
 15 盒

19. 日月潭之旅共有 152 人參加，其中有女士 48 人，男士 64 人，及小孩 40 人。若把他們混合後分成數團，且讓每團中的女士、男士及小孩的人數相同，請問：

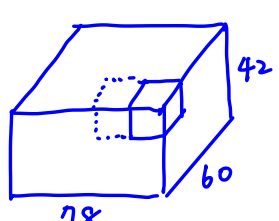
(1)最多可分幾團？ (2)每團的組合成員為何？

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 48 \ 64 \ 40} \\ 2 \overline{) 24 \ 32 \ 20} \\ 2 \overline{) 12 \ 16 \ 10} \\ \hline 6 \ 8 \ 5 \end{array}$$

(1) $(48, 64, 40) = 2^3 = 8$
 $48 = 8 \times 6$
 $64 = 8 \times 8$
 $40 = 8 \times 5$
 8 團

(2) 女：6 人
 男：8 人
 孩：5 人

20. 馬克想用大小相同的正方體積木填滿內部長 78 公分、寬 60 公分、高 42 公分的箱子，則(1)正方體積木邊長最大是多少公分？(2)此時需要多少個積木填滿整個箱子？

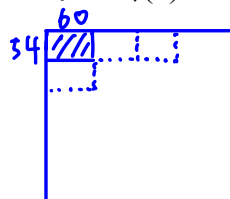


$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 78 \ 60 \ 42} \\ 3 \overline{) 39 \ 30 \ 21} \\ \hline 13 \ 10 \ 7 \end{array}$$

(1) $(78, 60, 42) = 2 \times 3 = 6$
 6 公分

(2) $13 \times 10 \times 7 = 910$
 910 個

21. 將若干塊長 60 公分、寬 54 公分的長方形磁磚，以長邊接長邊，短邊接短邊的方式，緊密且無縫隙拼貼成一個正方形，則(1)正方形邊長最小為何？(2)需要幾塊長方形磁磚？



$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 60 \ 54} \\ 3 \overline{) 30 \ 27} \\ \hline 10 \ 9 \end{array}$$

(1) $[60, 54] = 2 \times 3 \times 10 \times 9 = 540$
 540 cm

(2) $540 \div 60 = 9$ 個
 $540 \div 54 = 10$ 個
 共 $9 \times 10 = 90$ 個

22. 三個分數 $\frac{1}{36}$ 、 $\frac{1}{24}$ 、 $\frac{1}{40}$ 分別乘上同一正整數 N 之後，結果都變成整數，則 N 的最小值是多少？

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 36 \ 24 \ 40} \\ 2 \overline{) 18 \ 12 \ 20} \\ 3 \overline{) 9 \ 6 \ 10} \\ \hline 3 \ 2 \ 5 \end{array}$$

$[36, 24, 40] = 2^3 \times 3^2 \times 5 = 8 \times 9 \times 5 = 360$

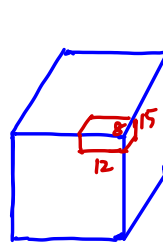
23. 王伯伯有一塊長 350 公尺、寬 200 公尺的長方形土地，他想在其周圍種樹，相鄰兩棵樹之間的距離要相等，且四個頂點都種，則(1)相鄰兩棵樹之間的距離最大是幾公尺？(2)此時總共要種幾棵樹？

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 350 \ 200} \\ 5 \overline{) 70 \ 40} \\ 2 \overline{) 14 \ 8} \\ \hline 7 \ 4 \end{array}$$

(1) $(350, 200) = 2 \times 5^2 = 50$ 公尺

(2) $350 \div 50 = 7$
 $200 \div 50 = 4$
 $7 \times 2 + 4 \times 2 = 22$ 棵

24. 如果一個正方體可以切割成邊長分別為 12 公分、8 公分、15 公分的小長方體，剛好可切割完而沒有剩下，則(1)此正方體的邊長最小是多少公分？(2)此時可切割出幾個小長方體？



$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 12 \ 8 \ 15} \\ 2 \overline{) 4 \ 8 \ 5} \\ 2 \overline{) 2 \ 4 \ 5} \\ \hline 1 \ 2 \ 5 \end{array}$$

(1) $[12, 8, 15] = 2^3 \times 3 \times 5 = 120$
 120 cm

(2) $120 \div 12 = 10$
 $120 \div 8 = 15$ 個
 $120 \div 15 = 8$
 共 $10 \times 15 \times 8 = 1200$
 1200 個

25. 甲、乙、丙三人，同時從同地出發，朝同方向繞一個周長為 2400 公尺的環狀步道行走，設甲每分鐘走 80 公尺，乙每分鐘走 100 公尺，丙每分鐘走 60 公尺，則至少在幾分鐘之後三人會同時會合於出發點？

繞一圈時間 (秒)

甲： $\frac{2400}{80} = 30$
 乙： $\frac{2400}{100} = 24$ (分)
 丙： $\frac{2400}{60} = 40$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 30 \ 24 \ 40} \\ 3 \overline{) 15 \ 12 \ 20} \\ 5 \overline{) 5 \ 4 \ 20} \\ 4 \overline{) 1 \ 4 \ 4} \\ \hline 1 \ 1 \ 1 \end{array}$$

$[30, 24, 40] = 2 \times 3 \times 5 \times 4 = 120$
 A: 120 分

26. 詠筑和依珊相約到遊樂園區，已知旋轉木馬每一次可乘坐 4 分鐘，內層木馬每 12 秒繞一圈，外層木馬朝相同方向每 18 秒繞一圈，若出發時，詠筑坐在內層，依珊坐在外層，且兩人並排而坐，則：

(1)出發後，兩人第一次相遇經過了幾秒？

(2)在 4 分鐘的遊戲中，兩人相會於起點幾次？

(不包含出發時)

$$\begin{array}{r} 1) \ 2 \overline{) 12 \ 18} \\ 3 \overline{) 6 \ 9} \\ \hline 2 \ 3 \end{array}$$

(1) $[12, 18] = 2^2 \times 3^2 = 36$
 36 秒

(2) 4 分 = 4 × 60 秒 = 240 秒
 公倍數
 $36 \times 1 = 36$
 $36 \times 2 = 72$
 $\vdots$
 $36 \times 6 = 216$
 $36 \times 7 = 252 > 240$ (不合)
 A: 6 次