



← 1031 週作詳解，
請自行對答案訂正

1. 下列敘述中，正確的打「○」，錯誤的打「×」

- (1) (○) 質數中只有 2 是偶數，其他的都是奇數
- (2) (×) 質數中最小的數為 ~~2~~ **2**
- (3) (○) 質數只有 2 個因數 **1 和 自己**
- (4) (×) 合數只有 2 個因數
- (5) (×) 所有奇數都是質數 **6×15 不是質數**
- (6) (○) 1 是任何整數的因數
- (7) (○) 任何整數都是 1 的倍數
- (8) (○) 任何除了 0 的整數都是自己的因數

2. 寫出所有介於 30~60 的質數

31, 37, 41, 43, 47, 53, 59,

3. 小於 220 的最大質數為 **211**

$$\begin{aligned} 219 &= 3 \times 73 \\ 217 &= 7 \times 31 \\ 215 &= 5 \times 43 \\ 213 &= 3 \times 71 \end{aligned} \quad \begin{aligned} 211 \div 11 &= 19 \cdots 2 \\ 211 \div 13 &= 16 \cdots 2 \\ 11^2 &= 121 < 211 \\ \Rightarrow &\text{檢查 } 17 \text{ 以內的質因數即可} \end{aligned}$$

4. 欲將 n 個邊長為 1 的小正方形緊密排列拼成矩形，且不會剩下任何小正方形，則：

- (1) $n=182$ 時，可以拼出幾種不同形狀的矩形？
- (2) $n=53$ 時，可以拼出幾種不同形狀的矩形？

$$\begin{aligned} (1) \quad n=182 & \quad (2) \quad n=53 \\ \Rightarrow \text{面積 } 182 &= 1 \times 182 \\ &= 2 \times 91 \\ &= 7 \times 26 \\ &= 13 \times 14 \\ \Rightarrow &\text{4 種} \end{aligned} \quad \begin{aligned} \Rightarrow \text{面積 } 53 &= 1 \times 53 \\ \Rightarrow &\text{1 種} \end{aligned}$$

5. 寫出所有 84 的正因數 **1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42, 84,**
質因數 **2, 3, 7,**

$$\begin{aligned} 84 &= 1 \times 84 \\ &= 2 \times 42 \\ &= 3 \times 28 \\ &= 4 \times 21 \\ &= 6 \times 14 \\ &= 7 \times 12 \end{aligned} \quad \begin{aligned} 2 \overline{)84} & \quad 84 = 2^2 \times 3 \times 7 \\ 2 \overline{)42} & \\ 3 \overline{)21} & \\ 7 & \end{aligned}$$

6. 求下列各數的標準分解式

$$\begin{aligned} (1) \quad 252 & \quad (2) \quad 195 \\ 2 \overline{)252} & \quad 5 \overline{)195} \\ 2 \overline{)126} & \quad 3 \overline{)139} \\ 3 \overline{)63} & \quad 13 \\ 3 \overline{)21} & \\ 7 & \end{aligned} \quad \begin{aligned} 252 &= 2^2 \times 3^2 \times 7 \\ 195 &= 3 \times 5 \times 13 \end{aligned}$$

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

(3) 1210

(4) 14124

$$\begin{aligned} 2 \overline{)1210} & \quad 1210 = 2 \times 5 \times 11^2 \\ 5 \overline{)605} & \\ 11 \overline{)121} & \\ 11 & \end{aligned} \quad \begin{aligned} 2 \overline{)14124} & \quad 14124 = 2^2 \times 3 \times 11 \times 107 \\ 2 \overline{)7062} & \\ 3 \overline{)3531} & \\ 11 \overline{)1177} & \\ 107 & \end{aligned}$$

(5) $5 \times 2^2 \times 3^5 \times 7 \times 2 \times 3^2$

(6) $8 \times 121 \times 49 \times 169$

$$\begin{aligned} 2^3 \times 3^7 \times 5 \times 7 & \\ = 2^3 \times 11^2 \times 7^2 \times 13^2 & \\ = 2^3 \times 7^2 \times 11^2 \times 13^2 & \end{aligned}$$

7. 已知整數 M 用短除法求標準分解式的過程如下，

- (1) 請寫出 C 的標準分解式
- (2) 請寫出 M 的標準分解式

$$\begin{aligned} (1) \quad C &= 3 \times 7 \times 13 \\ (2) \quad M &= 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 3 \times 13 \\ &= 2^2 \times 5 \times 2 \times 3 \times 7 \times 3 \times 13 \\ &= 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7 \times 13 \end{aligned}$$

4	M
5	A
6	B
7	C
3	D
13	

8. 君君用短除法做質因數分解時，不小心將作業本弄髒了，經過清理後有些地方(包括要被質因數分解的數)不見了，如下圖：

- (1) 君君將不見的部分標記為 $A \sim E$ ，請求出 $A \sim E$ 分別的數字
- (2) 將此數 A 以標準分解式表示。

$$\begin{aligned} (1) \quad A &= 2 \times 3330 = 6660 \\ B &= \frac{3330}{1665} = 2, \quad C = \frac{1665}{555} = 3 \\ D &= \frac{555}{3} = 185, \quad E = \frac{185}{5} = 37 \end{aligned}$$

2	A
2B	3330
3C	1665
3	555
5	D 185
	E 37

$$(2) \quad A = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 37$$

9. 下列哪些是 $3^2 \times 5^3$ 的因數？

- 最多 $3^2 \times 5^3$
- (A) 3^2 (B) 3^4 (C) 1 (D) 3×5^2 (E) $3^2 \times 5^4$
- (F) 5^3 (G) 3×5 (H) $3^2 \times 5^2$ (I) $2 \times 3^2 \times 5$

A: A, C, D, F, H

10. 下列哪些是 $2^3 \times 7^2$ 的倍數? 至少有 $2^3 \times 7^2$
- (A) $2^3 \times 7$ (B) $2^3 \times 7^2$ (C) $7^3 \times 2^3$ (D) $2^3 \times 3 \times 7 \times 7$
- (E) 0 (F) $2^4 \times 7^3$ (G) $2^2 \times 7^2 \times 5 \times 2$ (H) $2^3 \times 5 \times 7^3 \times 13$

A: B, E, F, H

11. 請寫出 495 與 $3^4 \times 5^2 \times 7^5$ 共同有的質因數?

$$\begin{array}{r} 5 \overline{)495} \\ 3 \overline{)99} \\ 3 \overline{)33} \\ 11 \end{array} \quad 495 = 3^2 \times 5 \times 11$$

$\Rightarrow$ 質因: 3, 5, 11

共同有的質因: 3, 5

12. 若 $A = 64 \times 21 \times 25 \times 5$, 則

- (1) 寫出 A 的標準分解式 (2) A 的相異質因數有幾個?
(3) A 展開後末尾有幾個 0?

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)64} \\ 2 \overline{)32} \\ 2 \overline{)16} \\ 2 \overline{)8} \\ 2 \overline{)4} \\ 2 \end{array} \quad (1) A = 64 \times 21 \times 25 \times 5$$

$$= 2^6 \times 3 \times 5^3 \times 7$$

(2) 質因: 2, 3, 5, 7

$\Rightarrow$ 4 個

(3) A 有 $2^6, 5^3$

$\Rightarrow$ 3 組 (2×5)

$\Rightarrow$ 3 個 0

13. 若 $N = 15 \times 16 \times 17 \times \dots \times 20$

- (1) 寫出 N 的標準分解式 (2) 寫出 N 所有的相異質因數

$$(1) N = 15 \times 16 \times 17 \times 18 \times 19 \times 20$$

$$= 3 \times 5 \times 2^4 \times 17 \times 2 \times 3^2 \times 19 \times 2^2 \times 5$$

$$= 2^7 \times 3^3 \times 5^2 \times 17 \times 19$$

(2) 質因數: 2, 3, 5, 17, 19

14. a, b 為兩個正整數, 其中 $a < b$, 且 $a \times b = 72$,

- (1) 若 $a + b = 22$, 則 a, b 之值分別是多少?
(2) 若 $b - a = 6$, 則 a, b 之值分別是多少?

$$72 = a \times b$$

$$= 1 \times 72$$

$$= 2 \times 36$$

$$= 3 \times 24$$

$$= 4 \times 18$$

$$= 6 \times 12$$

(1) $a + b = 22$

$\Rightarrow 4 + 18 = 22$

$\begin{cases} a = 4 \\ b = 18 \end{cases}$

(2) $b - a = 6$

$\Rightarrow 12 - 6 = 6$

$\begin{cases} a = 6 \\ b = 12 \end{cases}$

15. 已知甲數為一個奇數, 且所有小於甲數的正整數中, 共有 8 個質數, 則甲數可能的值是多少?

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 甲

甲 = 21, 23, (27 不合, $\because$ 多一個質數 29)

16. 若 3920 的標準分解式可寫成 $a^4 \times b^c \times 7^d$, 小明將提款卡密碼設定為四位數 $abcd$, 則小明的提款卡密碼是多少?

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)3920} \\ 2 \overline{)1960} \\ 2 \overline{)980} \\ 2 \overline{)490} \\ 5 \overline{)245} \\ 7 \overline{)49} \\ 7 \end{array} \quad 3920 = 2^4 \times 5^1 \times 7^2$$

$\begin{cases} a = 2 \\ b = 5 \\ c = 1 \\ d = 2 \end{cases} \Rightarrow 2512$

17. 阿達將 26 表示成兩個質數相加, 則這兩個質數為多少? (寫出所有可能)

$$26 = 3 + 23$$

$$= 7 + 19$$

$$= 13 + 13$$

A: 3 和 23, 7 和 19, 13 和 13

18. 利用短除法求下列各組數字的最大公因數(求出值)

- (1) 72, 99

$$\begin{array}{r} 3 \overline{)72 \quad 99} \\ 3 \overline{)24 \quad 33} \\ 8 \quad 11 \end{array}$$

$(72, 99) = 3^2 = 9$

- (2) 56, 70

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)56 \quad 70} \\ 7 \overline{)28 \quad 35} \\ 4 \quad 5 \end{array}$$

$(56, 70) = 2 \times 7 = 14$

- (3) 510, 357

$$\begin{array}{r} 3 \overline{)510 \quad 357} \\ 17 \overline{)170 \quad 119} \\ 10 \quad 7 \end{array}$$

$(510, 357) = 3 \times 17 = 51$

- (4) 12, 24, 36

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)12 \quad 24 \quad 36} \\ 2 \overline{)6 \quad 12 \quad 18} \\ 3 \overline{)3 \quad 6 \quad 9} \\ 1 \quad 2 \quad 3 \end{array}$$

$(12, 24, 36) = 2^2 \times 3 = 12$

- (3) 135, 30, 345

$$\begin{array}{r} 5 \overline{)135 \quad 30 \quad 345} \\ 3 \overline{)27 \quad 6 \quad 69} \\ 9 \quad 2 \quad 23 \end{array}$$

$(135, 30, 345) = 3 \times 5 = 15$

- (4) 126, 294, 462

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)126 \quad 294 \quad 462} \\ 7 \overline{)63 \quad 147 \quad 231} \\ 3 \overline{)9 \quad 21 \quad 33} \\ 3 \quad 7 \quad 11 \end{array}$$

$(126, 294, 462) = 2 \times 3 \times 7 = 42$

19. 求 294 和 378 的 (1) 最大公因數 (2) 所有公因數 = 42

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)294 \quad 378} \\ 3 \overline{)147 \quad 189} \\ 7 \overline{)49 \quad 63} \\ 7 \quad 9 \end{array}$$

(1) $(294, 378) = 2 \times 3 \times 7$

= 42

(2) $42 = 1 \times 42$

= 2×21 公因數:

= 3×14

= 6×7

1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42