

2-2 最大公因數與最小公倍數

暖身題

每題 2 分，共 6 分

每題 2 分，共 6 分

教學眉批

■ 暖身題以 2~3 個選項呈現，強化學生概念釐清，教師可藉以進行檢核，了解學生該重點概念是否有誤。

① 如果兩數的最大公因數為 1，則稱兩數互質。

(A) 下列哪一組數互質？

(A) 25、36

(B) 28、35

② 求 a 、 b 的最大公因數時，可由 a 、 b 的標準分解式中：

(1) 先找出 a 、 b 共同的質因數，

(2) 由共同質因數中，分別取指數（次方）最小者相乘。

(A) 若 $a=2^2 \times 5^4$ ， $b=2^3 \times 5^3 \times 7^2$ ，則 $(a, b) = ?$

(A) $2^2 \times 5^3$

(B) $2^3 \times 5^4$

③ 求 a 、 b 的最小公倍數時，可由 a 、 b 的標準分解式中：

(1) 先找出 a 、 b 全部的質因數，

(2) 把兩者所有質因數中，分別取指數（次方）最大者相乘。

(B) 若 $a=2^2 \times 5^4$ ， $b=2^3 \times 5^3 \times 7^2$ ，則 $[a, b] = ?$

(A) $2^2 \times 5^3 \times 7^2$

(B) $2^3 \times 5^4 \times 7^2$

考 會考觀測站 加強演練題

■ 若 $a=2^3 \times 3 \times 5 \times 7$ ， $b=2 \times 3^2 \times 5 \times 11$ ，求：

(1) $(a, b) = \underline{2 \times 3 \times 5}$

(2) $[a, b] = \underline{2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7 \times 11}$

基礎題

1 求下列各組數的最大公因數：

每題 6 分，共 24 分

每題 5 分，共 20 分

(1) 35、64

課 P101 隨堂

$$\begin{array}{r|rr} 1 & 35 & 64 \\ \hline & 35 & 64 \end{array}$$

$$(35, 64) = 1$$

(2) 154、210

課 P101 隨堂

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 154 & 210 \\ \hline 7 & 77 & 105 \\ \hline & 11 & 15 \end{array}$$

$$(154, 210)$$

$$= 2 \times 7$$

$$= 14$$

(3) 15、45、75

課 P102 隨堂

$$\begin{array}{r|rrr} 3 & 15 & 45 & 75 \\ \hline 5 & 5 & 15 & 25 \\ \hline & 1 & 3 & 5 \end{array}$$

$$(15, 45, 75)$$

$$= 3 \times 5$$

$$= 15$$

(4) 144、12、48

課 P102 隨堂

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 144 & 12 & 48 \\ \hline 2 & 72 & 6 & 24 \\ \hline 3 & 36 & 3 & 12 \\ \hline & 12 & 1 & 4 \end{array}$$

$$(144, 12, 48)$$

$$= 2 \times 2 \times 3$$

$$= 12 = 2^2 \times 3$$

2 求下列各組數的最小公倍數：

每題 6 分，共 24 分

每題 5 分，共 20 分

(1) 54、42

課 P108 隨堂

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 54 & 42 \\ \hline 3 & 27 & 21 \\ \hline & 9 & 7 \end{array}$$

$$[54, 42]$$

$$= 2 \times 3 \times 9 \times 7$$

$$= 2 \times 3 \times 3^2 \times 7$$

$$= 2 \times 3^3 \times 7 \text{ (或 378)}$$

(2) 26、7

課 P108 隨堂

$$\begin{array}{r|rr} 1 & 26 & 7 \\ \hline & 26 & 7 \end{array}$$

$$[26, 7]$$

$$= 26 \times 7$$

$$= 182 \text{ (或 } 2 \times 7 \times 13 \text{)}$$

(3) 12、15、18

課 P110 隨堂

$$\begin{array}{r|rrr} 3 & 12 & 15 & 18 \\ \hline 2 & 4 & 5 & 6 \\ \hline & 2 & 5 & 3 \end{array}$$

$$[12, 15, 18]$$

$$= 3 \times 2 \times 2 \times 5 \times 3$$

$$= 2^2 \times 3^2 \times 5$$

$$\text{(或 180)}$$

(4) 35、20、28

課 P110 隨堂

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 35 & 20 & 28 \\ \hline 2 & 35 & 10 & 14 \\ \hline 5 & 35 & 5 & 7 \\ \hline 7 & 7 & 1 & 7 \\ \hline & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

$$[35, 20, 28]$$

$$= 2 \times 2 \times 5 \times 7$$

$$= 2^2 \times 5 \times 7$$

$$\text{(或 140)}$$

教學眉批

- 第 2(3)、(4)題：教師可提醒同學，利用短除法計算最小公倍數時必須除到兩兩互質。

考 會考觀測站 基礎演練題

1. 求下列各組數的最大公因數：

(1) 270、420

$$2 \times 3 \times 5 \text{ (或 30)}$$

(2) 420、140、98

$$14$$

2. 求下列各組數的最小公倍數：

(1) 75、225

$$3^2 \times 5^2 \text{ (或 225)}$$

(2) 615、105、280

$$2^3 \times 3 \times 5 \times 7 \times 41 \text{ (或 34440)}$$

3 (C) 下列哪一個數與 $2^2 \times 5^2 \times 7$ 互質？

6分 4分

課 P104 例 1

- (A) $3^2 \times 7^2$ (B) $2^3 \times 5^3 \times 11$
 (C) 3×11^2 (D) $2 \times 3 \times 11$
 (A) $(2^2 \times 5^2 \times 7, 3^2 \times 7^2) = 7$
 (B) $(2^2 \times 5^2 \times 7, 2^3 \times 5^3 \times 11) = 2^2 \times 5^2$
 (C) $(2^2 \times 5^2 \times 7, 3 \times 11^2) = 1$
 (D) $(2^2 \times 5^2 \times 7, 2 \times 3 \times 11) = 2$

每格 5 分，共 10 分

每格 4 分，共 8 分

4 求下列各組數的最大公因數，並將結果以標準分解式表示。

課 P104 例 1

- (1) $(2^3 \times 3^2 \times 7^4, 2^2 \times 5^3 \times 7^2) = 2^2 \times 7^2$ 。
 (2) $(2^2 \times 7 \times 11^2, 2^4 \times 5^2 \times 11, 2^3 \times 5^3 \times 11) = 2^2 \times 11$ 。

每格 5 分，共 10 分

每格 4 分，共 8 分

5 求下列各組數的最小公倍數，並將結果以標準分解式表示。

課 P111、112 例 4、5

- (1) $[2^3 \times 3^2 \times 7^4, 2^2 \times 5^3 \times 7^2] = 2^3 \times 3^2 \times 5^3 \times 7^4$ 。
 (2) $[2^2 \times 7 \times 11^2, 2^4 \times 5^2 \times 11, 2^3 \times 5^3 \times 11] = 2^4 \times 5^3 \times 7 \times 11^2$ 。

教學眉批

- 第 5 題：已化成標準分解式的數求最小公倍數時，取各個質因數中，次方最大者相乘。

考 會考觀測站 基礎演練題

■ 求下列各組數的最大公因數或最小公倍數，並將結果以標準分解式表示：

- (1) $(2^2 \times 3^2 \times 5 \times 13, 3 \times 7 \times 13) = 3 \times 13$
 (2) $[2^2 \times 3^2 \times 5 \times 13, 3 \times 7 \times 13] = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7 \times 13$

- 6 有 132 個蘋果和 156 個梨子，想要將這兩種水果分堆，每堆都要有蘋果和梨子，而且每堆同一種類的水果都要一樣多，那麼最多可分成多少堆？每堆各有蘋果和梨子多少個？

10 分 8 分

課 P105、106 例 2、3

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 132 & 156 \\ \hline 2 & 66 & 78 \\ \hline 3 & 33 & 39 \\ \hline & 11 & 13 \end{array}$$

$$(132, 156) = 2 \times 2 \times 3 = 12 (\text{堆})$$

每堆有蘋果 $132 \div 12 = 11$ (個) 和梨子 $156 \div 12 = 13$ (個)。

① 答：12 堆，每堆有蘋果 11 個和梨子 13 個。
(共 24)

教學眉批

- 第 7 題：敘述中所出現的周長，並不影響其計算結果。

- 7 洛基、傑克、威利同時、同地、同方向出發，等速持續繞周長為 400 公尺的操場運動。已知洛基、傑克、威利繞操場一圈所需的時間分別為 4 分鐘、5 分鐘與 6 分鐘，則他們出發多少分鐘後才會第一次在出發點會合？此時洛基、傑克、威利三人各繞操場多少圈？

10 分 8 分

課 P113、114 例 6、7

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 4 & 5 & 6 \\ \hline & 2 & 5 & 3 \end{array}$$

$$[4, 5, 6] = 2 \times 2 \times 5 \times 3 = 60 (\text{分鐘})$$

$$\text{洛基} : 60 \div 4 = 15 (\text{圈})$$

$$\text{傑克} : 60 \div 5 = 12 (\text{圈})$$

$$\text{威利} : 60 \div 6 = 10 (\text{圈})$$

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 4 & 5 & 6 \\ \hline & 2 & 5 & 3 \end{array} \quad [4, 5, 6] = 2^2 \times 3 \times 5 = 60 (\text{分})$$

$$\text{洛} = \frac{60}{4} = 15 \text{ 圈}$$

$$\text{傑} = \frac{60}{5} = 12$$

$$\text{威} = \frac{60}{6} = 10$$

① 60 分
A: ② 洛 15
傑 12 圈
威 10

① ② 答：60 分鐘，洛基繞 15 圈、傑克繞 12 圈、威利繞 10 圈。



會考觀測站 基礎演練題

- 七年四班將舉辦慶生會，使用班費購買了 140 包餅乾、245 支棒棒糖與 175 顆巧克力，若每位同學分到的各種零食的數量皆相同且無剩下，則全班最多有幾人？

35 人

精熟題

每題 6 分，共 18 分

教學眉批

第 1 題：先將 252 與 42 寫成標準分解式，然後再進行判別。

1 (A) 下列選項中所表示的數，哪一個與 252 的最大公因數為 42？



- (A) $2 \times 3 \times 5^2 \times 7^2$ 因為 $252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$, $42 = 2 \times 3 \times 7$ 類 106 會考第 8 題
- (B) $2 \times 3^2 \times 5 \times 7^2$ 所以 (A) $(2 \times 3 \times 5^2 \times 7^2, 2^2 \times 3^2 \times 7) = 2 \times 3 \times 7$
- (C) $2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7$ (B) $(2 \times 3^2 \times 5 \times 7^2, 2^2 \times 3^2 \times 7) = 2 \times 3^2 \times 7$
- (D) $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$ (C) $(2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7, 2^2 \times 3^2 \times 7) = 2^2 \times 3 \times 7$
- (D) $(2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7, 2^2 \times 3^2 \times 7) = 2^2 \times 3^2 \times 7$

2 若 $3 \times a$ 、 $4 \times a$ 的最小公倍數是 24，則 $3 \times a$ 、 $4 \times a$ 、15 的最小公倍數是多少？

$$[3 \times a, 4 \times a, 15]$$

$$= [(3 \times a, 4 \times a), 15]$$

$$= [24, 15]$$

$$= 3 \times 8 \times 5$$

$$= 120$$

$$\begin{array}{r|rr} 3 & 24 & 15 \\ & 8 & 5 \end{array}$$

答：120。

3 某次段考，國文科共出 50 題單選題，每題 2 分；英文科共出 25 題單選題，每題 4 分；數學科共出 20 題單選題，每題 5 分。益農三科都及格且分數都相同，則益農這三科的分數可能是多少分？(60 分以上為及格)

因為三科都及格，且分數都相同，

表示三科可能都是 100 分或扣相同的分數。

$$[2, 4, 5] = 2 \times 2 \times 5 = 20,$$

所以扣分是扣 20 的倍數，

即 $100 - 20 = 80$ (分) 或 $100 - 20 \times 2 = 60$ (分)。

國：2, 4, 6, ... 2倍

英：4, 8, 12, ... 4倍

數：5, 10, 15, ... 5倍

公倍數

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 2 & 4 & 5 \\ & 1 & 2 & 5 \end{array}$$

$$[2, 4, 5] = 2 \times 2 \times 5 = 20 \text{ (分)}$$

小倍 = 20

∴ 及格 ⇒ 60, 80, 100

$$A: 60, 80, 100 \text{ (分)}$$

答：100 分或 80 分或 60 分。

教學眉批

第 3 題另解：除了用扣分計算，也可以用加分的方式思考。

$$[2, 4, 5]$$

$$= 2 \times 2 \times 5 = 20$$

所以加分是加 20 的倍數，

$$20 \times 3 = 60 \geq 60$$

$$20 \times 4 = 80 \geq 60$$

$$20 \times 5 = 100 \geq 60$$

考 會考觀測站 精熟演練題

1. 計算下列各題：

$$(1) (115, [46, 184]) = \underline{23}$$

$$(2) [(45, 255), 9] = \underline{45}$$

2. 韓信點兵，每 3 人一數、5 人一數、7 人一數，皆剩下 2 位士兵，已知士兵數在 800~1000 人之間，則共有士兵多少人？

842 人或 947 人