

2-2 最大公因數與最小公倍數

暖身題

每題 2 分，共 6 分

每題 2 分，共 6 分



教學眉批

- 暖身題以 2~3 個選項呈現，強化學生概念釐清，教師可藉以進行檢核，了解學生該重點概念是否有誤。

1 如果兩數的最大公因數為 1，則稱兩數互質。

(A) 下列哪一組數互質？

(A) 25、36
(B) 28、35

2 求 a 、 b 的最大公因數時，可由 a 、 b 的標準分解式中：

(1) 先找出 a 、 b 共同的質因數，
(2) 由共同質因數中，分別取指數(次方)最小者相乘。

(A) 若 $a=2^2 \times 5^4$, $b=2^3 \times 5^3 \times 7^2$, 則 $(a, b) = ?$

(A) $2^2 \times 5^3$
(B) $2^3 \times 5^4$

3 求 a 、 b 的最小公倍數時，可由 a 、 b 的標準分解式中：

(1) 先找出 a 、 b 全部的質因數，
(2) 把兩者所有質因數中，分別取指數(次方)最大者相乘。

(B) 若 $a=2^2 \times 5^4$, $b=2^3 \times 5^3 \times 7^2$, 則 $[a, b] = ?$

(A) $2^2 \times 5^3 \times 7^2$
(B) $2^3 \times 5^4 \times 7^2$

考 會考觀測站 加強演練題

▪ 若 $a=2^3 \times 3 \times 5 \times 7$, $b=2 \times 3^2 \times 5 \times 11$, 求：

(1) $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}} \text{2} \times 3 \times 5 \underline{\hspace{2cm}}$

(2) $[a, b] = \underline{\hspace{2cm}} \text{2}^3 \times 3^2 \times 5 \times 7 \times 11 \underline{\hspace{2cm}}$

 **基礎題**
1 求下列各組數的最大公因數：

(1) 35、64

$$1 \begin{array}{r} | \\ 35 \quad 64 \\ \hline 35 \quad 64 \end{array}$$

課 P101 隨堂

$(35, 64) = 1$

(2) 154、210

$$2 \begin{array}{r} | \\ 154 \quad 210 \\ \hline 77 \quad 105 \\ 11 \quad 15 \end{array}$$

課 P101 隨堂

$$\begin{aligned} (154, 210) \\ = 2 \times 7 \\ = 14 \end{aligned}$$

(3) 15、45、75

$$3 \begin{array}{r} | \\ 15 \quad 45 \quad 75 \\ \hline 5 \quad 15 \quad 25 \\ \hline 1 \quad 3 \quad 5 \end{array}$$

課 P102 隨堂

$$\begin{aligned} (15, 45, 75) \\ = 3 \times 5 \\ = 15 \end{aligned}$$

(4) 144、12、48

$$2 \begin{array}{r} | \\ 144 \quad 12 \quad 48 \\ \hline 72 \quad 6 \quad 24 \\ 3 \quad 36 \quad 3 \quad 12 \\ \hline 12 \quad 1 \quad 4 \end{array}$$

課 P102 隨堂

$$\begin{aligned} (144, 12, 48) \\ = 2 \times 2 \times 3 \\ = 12 = 2 \times 3 \end{aligned}$$

2 求下列各組數的最小公倍數：

(1) 54、42

$$2 \begin{array}{r} | \\ 54 \quad 42 \\ \hline 27 \quad 21 \\ \hline 9 \quad 7 \end{array}$$

課 P108 隨堂

(2) 26、7

$$1 \begin{array}{r} | \\ 26 \quad 7 \\ \hline 26 \quad 7 \end{array}$$

課 P108 隨堂

$$\begin{aligned} [26, 7] \\ = 26 \times 7 \\ = 182 \text{ (或 } 2 \times 7 \times 13) \end{aligned}$$

(3) 12、15、18

$$3 \begin{array}{r} | \\ 12 \quad 15 \quad 18 \\ \hline 4 \quad 5 \quad 6 \\ \hline 2 \quad 5 \quad 3 \end{array}$$

課 P110 隨堂

$$\begin{aligned} [12, 15, 18] \\ = 3 \times 2 \times 2 \times 5 \times 3 \\ = 2^2 \times 3^2 \times 5 \\ \text{(或 } 180) \end{aligned}$$

(4) 35、20、28

$$2 \begin{array}{r} | \\ 35 \quad 20 \quad 28 \\ \hline 35 \quad 10 \quad 14 \\ \hline 5 \quad 5 \quad 7 \\ \hline 7 \quad 1 \quad 7 \\ \hline 1 \quad 1 \quad 1 \end{array}$$

課 P110 隨堂

$$\begin{aligned} [35, 20, 28] \\ = 2 \times 2 \times 5 \times 7 \\ = 2^2 \times 5 \times 7 \\ \text{(或 } 140) \end{aligned}$$

**教學眉批**

■ 第 2(3)、(4)題：教師可提醒同學，利用短除法計算最小公倍數時必須除到兩兩互質。

**會考觀測站** 基礎演練題

1. 求下列各組數的最大公因數：

(1) 270、420

$2 \times 3 \times 5 \text{ (或 } 30)$

(2) 420、140、98

14

2. 求下列各組數的最小公倍數：

(1) 75、225

$3^2 \times 5^2 \text{ (或 } 225)$

(2) 615、105、280

$2^3 \times 3 \times 5 \times 7 \times 41 \text{ (或 } 34440)$

3 (C) 下列哪一個數與 $2^2 \times 5^2 \times 7$ 互質？

6分 4分 課 P104 例 1

(A) $3^2 \times 7^2$ (B) $2^3 \times 5^3 \times 11$

(C) 3×11^2 (D) $2 \times 3 \times 11$

(A) $(2^2 \times 5^2 \times 7, 3^2 \times 7^2) = 7$

(B) $(2^2 \times 5^2 \times 7, 2^3 \times 5^3 \times 11) = 2^2 \times 5^2$

(C) $(2^2 \times 5^2 \times 7, 3 \times 11^2) = 1$

(D) $(2^2 \times 5^2 \times 7, 2 \times 3 \times 11) = 2$

每格 5 分，共 10 分 每格 4 分，共 8 分

4 求下列各組數的最大公因數，並將結果以標準分解式表示。

課 P104 例 1

(1) $(2^3 \times 3^2 \times 7^4, 2^2 \times 5^3 \times 7^2) = \underline{2^2 \times 7^2}$ 。

(2) $(2^2 \times 7 \times 11^2, 2^4 \times 5^2 \times 11, 2^3 \times 5^3 \times 11) = \underline{2^2 \times 11}$ 。

每格 5 分，共 10 分 每格 4 分，共 8 分

5 求下列各組數的最小公倍數，並將結果以標準分解式表示。 課 P111、112 例 4、5

(1) $[2^3 \times 3^2 \times 7^4, 2^2 \times 5^3 \times 7^2] = \underline{2^3 \times 3^2 \times 5^3 \times 7^4}$ 。

(2) $[2^2 \times 7 \times 11^2, 2^4 \times 5^2 \times 11, 2^3 \times 5^3 \times 11] = \underline{2^4 \times 5^3 \times 7 \times 11^2}$ 。

 教學眉批
■ 第 5 題：已化成標準分解式的數求最小公倍數時，取各個質因數中，次方最大者相乘。

考 會考觀測站 基礎演練題

■ 求下列各組數的最大公因數或最小公倍數，並將結果以標準分解式表示：

(1) $(2^2 \times 3^2 \times 5 \times 13, 3 \times 7 \times 13) = \underline{3 \times 13}$

(2) $[2^2 \times 3^2 \times 5 \times 13, 3 \times 7 \times 13] = \underline{2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7 \times 13}$



6 有 132 個蘋果和 156 個梨子，想要將這兩種水果分堆，每堆都要有蘋果和梨子，而且每堆同一種類的水果都要一樣多，那麼最多可分成多少堆？每堆各有蘋果和梨子多少個？

10 分 8 分 課 P105、106 例 2、3

$$\begin{array}{r} 2 | 132 \quad 156 \\ 2 | 66 \quad 78 \\ 3 | 33 \quad 39 \\ \hline 11 \quad 13 \end{array}$$

$$(132, 156) = 2 \times 2 \times 3 = 12 \text{ (堆)}$$

每堆有蘋果 $132 \div 12 = 11$ (個) 和梨子 $156 \div 12 = 13$ (個)。

答： $\textcircled{1}$ 12 堆，每堆有蘋果 11 個和梨子 13 個。
 $\textcircled{2}$ (共 24)

教學眉批

■ 第 7 題：敘述中所出現的周長，並不影響其計算結果。

7 洛基、傑克、威利同時、同地、同方向出發，等速持續繞周長為 400 公尺的操場運動。已知洛基、傑克、威利繞操場一圈所需的時間分別為 4 分鐘、5 分鐘與 6 分鐘，則他們出發多少分鐘後才會第一次在出發點會合？此時洛基、傑克、威利三人各繞操場多少圈？

10 分 8 分 課 P113、114 例 6、7

$$\begin{array}{r} 2 | 4 \quad 5 \quad 6 \\ \hline 2 \quad 5 \quad 3 \end{array}$$

$$[4, 5, 6] = 2 \times 2 \times 5 \times 3 = 60 \text{ (分鐘)}$$

洛基： $60 \div 4 = 15$ (圈)

傑克： $60 \div 5 = 12$ (圈)

威利： $60 \div 6 = 10$ (圈)

$$\begin{array}{r} 2 | 4 \quad 5 \quad 6 \\ \hline 2 \quad 5 \quad 3 \end{array} [4, 5, 6] = 2^2 \times 3 \times 5 = 60 \text{ (分鐘)}$$

$$\text{洛基} = \frac{60}{4} = 15 \text{ 圈}$$

$$\text{傑克} = \frac{60}{5} = 12 \text{ 圈}$$

$$\text{威利} = \frac{60}{6} = 10 \text{ 圈}$$

答： $\textcircled{1}$ 洛基 15 圈
 $\textcircled{2}$ 傑克 12 圈
 $\textcircled{3}$ 威利 10 圈

答：60 分鐘，洛基繞 15 圈、傑克繞 12 圈、威利繞 10 圈。



會考觀測站 基礎演練題

■ 七年四班將舉辦慶生會，使用班費購買了 140 包餅乾、245 支棒棒糖與 175 顆巧克力，若每位同學分到的各種零食的數量皆相同且無剩下，則全班最多有幾人？

35 人


精熟題

每題 6 分，共 18 分

1 (A) 下列選項中所表示的數，哪一個與 252 的最大公因數為 42？

★ (A) $2 \times 3 \times 5^2 \times 7^2$ 因為 $252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$, $42 = 2 \times 3 \times 7$ 類 106 會考第 8 題
 (B) $2 \times 3^2 \times 5 \times 7^2$ 所以 (A) $(2 \times 3 \times 5^2 \times 7^2, 2^2 \times 3^2 \times 7) = 2 \times 3 \times 7$
 (C) $2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7$ (B) $(2 \times 3^2 \times 5 \times 7^2, 2^2 \times 3^2 \times 7) = 2 \times 3^2 \times 7$
 (D) $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$ (C) $(2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7, 2^2 \times 3^2 \times 7) = 2^2 \times 3 \times 7$
 (D) $(2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7, 2^2 \times 3^2 \times 7) = 2^2 \times 3^2 \times 7$


教學眉批

- 第 1 題：先將 252 與 42 寫成標準分解式，然後再進行判別。

2 若 $3 \times a$ 、 $4 \times a$ 的最小公倍數是 24，則 $3 \times a$ 、 $4 \times a$ 、15 的最小公倍數是多少？

$$[3 \times a, 4 \times a, 15]$$

$$= [(3 \times a, 4 \times a), 15]$$

$$= [24, 15]$$

$$= 3 \times 8 \times 5$$

$$= 120$$

$$3 \begin{array}{r} | 24 & 15 \\ & 8 & 5 \end{array}$$

答：120。

3 某次段考，國文科共出 50 題單選題，每題 2 分；英文科共出 25 題單選題，每題 4 分；數學科共出 20 題單選題，每題 5 分。益農三科都及格且分數都相同，則益農這三科的分數可能是多少分？(60 分以上為及格)

因為三科都及格，且分數都相同，

表示三科可能都是 100 分或扣相同的分數。

$$[2, 4, 5] = 2 \times 2 \times 5 = 20,$$

所以扣分是扣 20 的倍數，

即 $100 - 20 = 80$ (分) 或 $100 - 20 \times 2 = 60$ (分)。

國：2, 4, 6, … 2倍

英：4, 8, 12, … 4倍

數：5, 10, 15, … 5倍

$$2 \begin{array}{r} | 2 & 4 & 5 \\ & 1 & 2 & 5 \end{array}$$

答：100 分或 80 分或 60 分。

$$[2, 4, 5] = 2^2 \times 5 \\ = 20 \text{ (分)}$$

小倍 = 20

∴ 及格 $\Rightarrow 60, 80, 100$


教學眉批

- 第 3 題另解：除了用扣分計算，也可以用加分的方式思考。

$$[2, 4, 5]$$

$$= 2 \times 2 \times 5 = 20$$

所以加分是加 20 的倍數，

$$20 \times 3 = 60 \geq 60$$

$$20 \times 4 = 80 \geq 60$$

$$20 \times 5 = 100 \geq 60$$

考 會考觀測站

精熟演練題

1. 計算下列各題：

$$(1) (115, [46, 184]) = \underline{23}$$

$$A: 60, 80, 100 \text{ (分)}$$

$$(2) [(45, 255), 9] = \underline{45}$$

2. 韓信點兵，每 3 人一數、5 人一數、7 人一數，皆剩下 2 位士兵，已知士兵數在 800~1000 人之間，則共有士兵多少人？

842 人或 947 人