

2-1 質因數分解



暖身題

配分說明： ■ = 暖身題 + 基礎題； ■ = 暖身題 + 基礎題 + 精熟題

每題 4 分，共 12 分

每題 3 分，共 9 分

①

2、3、4、5、9、11 的倍數判別法：

- (1) 2 的倍數：個位數字是 0、2、4、6 或 8。
- (2) 3 的倍數：各位數字和是 3 的倍數。
- (3) 4 的倍數：末兩位數是 4 的倍數。
- (4) 5 的倍數：個位數字是 0、5。
- (5) 9 的倍數：各位數字和是 9 的倍數。
- (6) 11 的倍數：「奇數位數字和」與「偶數位數字和」的差是 11 的倍數或 0。

(A) 下列何者為 3 的倍數？

(A) 243

(B) 283

②

將一個大於 1 的正整數完全分解為幾個質因數連乘積的過程，稱為這個正整數的質因數分解。

(B) 右圖是將 108 作質因數分解的過程，則 108 分解後所得到的結果為下列何者？

(A) $2 \times 2 \times 3 \times 3$

(B) $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 108} \\
 \underline{2 54} \\
 3 \overline{) 27} \\
 \underline{3 9} \\
 3
 \end{array}$$

③

一個正整數作質因數分解後，將此數的所有質因數由小而大相乘，且遇有相同的質因數連乘時，就以指數形式表示，像這樣的表示方式稱為這個正整數的標準分解式。

(A) 下列何者是 72 的標準分解式？

(A) $2^3 \times 3^2$

(B) 8×9



教學眉批

- 暖身題以 2~3 個選項呈現，強化學生概念釐清，教師可藉以進行檢核，了解學生該重點概念是否有誤。



會考觀測站

加強演練題

- 回答下列問題：

$$196 = 2 \times 2 \times 7 \times 7 = 2^{\square} \times 7^{\triangle},$$

其中 $\square = \underline{2}$ ， $\triangle = \underline{2}$ ，

故 196 的標準分解式為 $\underline{2^2 \times 7^2}$ ，

所以 196 的相異質因數有 2 和 7。

2-1 質因數分解



暖身題

配分說明： 暖身題 = 暖身題 + 基礎題； 暖身題 + 基礎題 + 精熟題

每題 4 分，共 12 分

每題 3 分，共 9 分

①

2、3、4、5、9、11 的倍數判別法：

- (1) 2 的倍數：個位數字是 0、2、4、6 或 8。
- (2) 3 的倍數：各位數字和是 3 的倍數。
- (3) 4 的倍數：末兩位數是 4 的倍數。
- (4) 5 的倍數：個位數字是 0、5。
- (5) 9 的倍數：各位數字和是 9 的倍數。
- (6) 11 的倍數：「奇數位數字和」與「偶數位數字和」的差是 11 的倍數或 0。

(A) 下列何者為 3 的倍數？

(A) 243

(B) 283

②

將一個大於 1 的正整數完全分解為幾個質因數連乘積的過程，稱為這個正整數的質因數分解。

(B) 右圖是將 108 作質因數分解的過程，則 108 分解後所得到的結果為下列何者？

(A) $2 \times 2 \times 3 \times 3$

(B) $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 108} \\
 \underline{2 54} \\
 3 \overline{) 27} \\
 \underline{3 9} \\
 3
 \end{array}$$

③

一個正整數作質因數分解後，將此數的所有質因數由小而大相乘，且遇有相同的質因數連乘時，就以指數形式表示，像這樣的表示方式稱為這個正整數的標準分解式。

(A) 下列何者是 72 的標準分解式？

(A) $2^3 \times 3^2$

(B) 8×9



教學眉批

- 暖身題以 2~3 個選項呈現，強化學生概念釐清，教師可藉以進行檢核，了解學生該重點概念是否有誤。

考

會考觀測站

加強演練題

- 回答下列問題：

$$196 = 2 \times 2 \times 7 \times 7 = 2^{\square} \times 7^{\triangle},$$

其中 $\square =$ 2， $\triangle =$ 2，

故 196 的標準分解式為 $2^2 \times 7^2$ ，

所以 196 的相異質因數有 2 和 7。

基礎題

每格 4 分，共 24 分

每格 4 分，共 24 分

1 182、165、236、437、639、1947 六數中：

課 P86~90 例 2~4

- (1) 含有因數 2 的數：182、236
- (2) 含有因數 3 的數：165、639、1947
- (3) 含有因數 4 的數：236
- (4) 含有因數 5 的數：165
- (5) 含有因數 9 的數：639
- (6) 含有因數 11 的數：165、1947

教學眉批

- 第 2 題：如果一個整數的「奇數位數字和」與「偶數位數字和」的差是 11 的倍數或 0，則這整數是 11 的倍數。

2 已知 5432□ 是一個五位數而且也是 11 的倍數，則 □ 可能為何？

課 P90 隨堂 2

6 分

6 分

因為 5432□ 為 11 的倍數，又

奇數位數字和： $\square + 3 + 5 = 8 + \square \cdots \cdots \textcircled{1}$

偶數位數字和： $2 + 4 = 6 \cdots \cdots \textcircled{2}$

所以 ① 和 ② 的差需為 11 的倍數或 0，

因此 $\square = 9$ 。

答：9。

$$\begin{aligned} \text{奇和} &= 8 + \square \\ \text{偶和} &= 6 \\ (8 + \square) - 6 &= 11 \\ 2 + \square &= 11 \\ \square &= 9 \end{aligned}$$

每格 1 分，共 12 分

每格 1 分，共 12 分

3 下列各敘述中，將正確的在 □ 中打「✓」：

課 P85、91 例 1、5

- | | | |
|--|--|---|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 是任何整數的因數 | <input type="checkbox"/> 1 是質數 | <input type="checkbox"/> 1 是任何整數的質因數 |
| <input checked="" type="checkbox"/> 2 是 2 的因數 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 是質數 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 是 2 的質因數 |
| <input checked="" type="checkbox"/> 9 是 198 的因數 | <input type="checkbox"/> 9 是質數 | <input type="checkbox"/> 9 是 198 的質因數 |
| <input checked="" type="checkbox"/> 13 是 234 的因數 | <input checked="" type="checkbox"/> 13 是質數 | <input checked="" type="checkbox"/> 13 是 234 的質因數 |

考

會考觀測站 加強演練題

■ 215、238、391、432、451、615 六數中：

- (1) 含有因數 2 的數：238、432
- (2) 含有因數 3 的數：432、615
- (3) 含有因數 5 的數：215、615
- (4) 含有因數 11 的數：451

4 168 的所有正因數中，第二大的數是多少？

8 分 6 分

課 P94 例 6

$$168 = 1 \times 168 = 2 \times 84 = 3 \times 56 = 4 \times 42 = 6 \times 28 = 7 \times 24 = 8 \times 21 = 12 \times 14$$

因此 168 的正因數有 1、2、3、4、6、7、8、12、14、21、24、28、42、56、84、168，第二大的數是 84。

答：84。

每題 8 分，共 32 分

每題 6 分，共 24 分

5 將下列各數作質因數分解，並寫成標準分解式：

課 P95 例 7

(1) 48

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 48} \\ 2 \overline{) 24} \\ 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ 3 \end{array} \quad \begin{aligned} 48 &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \\ &= 2^4 \times 3 \end{aligned}$$

(2) 595

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 595} \\ 7 \overline{) 119} \\ 17 \end{array} \quad 595 = 5 \times 7 \times 17$$

(3) 630

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 630} \\ 3 \overline{) 315} \\ 3 \overline{) 105} \\ 5 \overline{) 35} \\ 7 \end{array} \quad \begin{aligned} 630 &= 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7 \\ &= 2 \times 3^2 \times 5 \times 7 \end{aligned}$$

(4) 924

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 924} \\ 2 \overline{) 462} \\ 3 \overline{) 231} \\ 7 \overline{) 77} \\ 11 \end{array} \quad \begin{aligned} 924 &= 2 \times 2 \times 3 \times 7 \times 11 \\ &= 2^2 \times 3 \times 7 \times 11 \end{aligned}$$

教學眉批

■ 第 5 題：標準分解式的結果須按質因數大小排列，並寫成指數形式。但在做短除法運算時，不一定要由小的質因數開始算。

6 下列選項哪些是 7^4 的倍數？(複選)

6 分 4 分

課 P96 例 8

(A) 7^3

(B) 7^5

(C) $7^3 \times 11$

(D) $7^4 \times 11$

答：(B)、(D)。

會考觀測站 基礎演練題

1. 將下列各數作質因數分解，並寫成標準分解式。

(1) 840

$$2^3 \times 3 \times 5 \times 7$$

(2) 990

$$2 \times 3^2 \times 5 \times 11$$

2. 設 $A = 2^3 \times 3^5 \times 7^4 \times 11^2$ ，則 A 有 4 個相異質因數。

3. 下列哪些選項是 $2 \times 5 \times 7^2$ 的倍數？乙、丁

甲： 2×7^2 乙： $2^2 \times 5 \times 7^2$ 丙： $2 \times 5^2 \times 7$ 丁： $2^2 \times 5^2 \times 7^2$

精熟題

每題 5 分，共 15 分

- 1 如果一個長方形的長是 a ，寬是 b (a, b 是整數且 $a > b$)，若其面積是 210，則這樣的長方形有多少個？

$$210 = 1 \times 210 = 2 \times 105 = 3 \times 70 = 5 \times 42$$

$$= 6 \times 35 = 7 \times 30 = 10 \times 21 = 14 \times 15$$

因為 $a > b$ ，

所以 $a = 210, b = 1$ 或 $a = 105, b = 2$ 或 $a = 70, b = 3$ 或 $a = 42, b = 5$ 或

$a = 35, b = 6$ 或 $a = 30, b = 7$ 或 $a = 21, b = 10$ 或 $a = 15, b = 14$

故共有 8 個長方形符合條件。

答：8 個。

教學眉批

- 第 2 題：只需判斷 a 可表示成幾組 (2×5) 的乘積，即可得到所求。

- 2 已知 $a = 20 \times 21 \times 22 \times 23 \times 24 \times 25 \times 26 \times 27 \times 28 \times 29$ ，則 a 這個數的後面會有多少個連續的 0？

若 a 這個數的後面有 n 個連續的 0，那麼 a 這個數必可被 10^n 整除。

又 $10 = 2 \times 5$ ，而 20 到 29 的正整數中，只有 20 與 25 含有因數 5，

$20 = 4 \times 5, 25 = 5^2$ ，故 a 的標準分解式中，5 的次方為 3，2 的次方超過 3，

所以 a 這個數的後面會有 3 個連續的 0。

答：3 個。

- 3 薇婷忘了自己的銀行帳戶密碼，還好她有一個用標準分解式寫成的密碼提示：

$$25870 + a = 2^b \times c \times d^2 \times 11, \text{ 其中 } a, b, c, d \text{ 都是 } 1 \sim 9 \text{ 的正整數。}$$

依序輸入 a, b, c, d 即為帳戶密碼，則帳戶密碼為多少？

$25870 + a$ 的結果為五位數 $\boxed{2} \boxed{5} \boxed{8} \boxed{7} \boxed{a}$

因為 $\boxed{2} \boxed{5} \boxed{8} \boxed{7} \boxed{a}$ 是 11 的倍數，又

奇數位數字和： $2 + 8 + a = 10 + a \cdots \cdots \textcircled{1}$

偶數位數字和： $5 + 7 = 12 \cdots \cdots \textcircled{2}$

所以 $\textcircled{1}$ 和 $\textcircled{2}$ 的差需為 11 的倍數或 0，因此 $a = 2$ 。

25872 的標準分解式為 $2^4 \times 3 \times 7^2 \times 11$ ，

所以 $b = 4, c = 3, d = 7$ ，故帳戶密碼為 2437。

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 25872} \\ 2 \overline{) 12936} \\ 2 \overline{) 6468} \\ 2 \overline{) 3234} \\ 3 \overline{) 1617} \\ 7 \overline{) 539} \\ 7 \overline{) 77} \\ 11 \end{array}$$

答：2437。

考會考觀測站 精熟演練題

- 如果 a, b 皆為 84 的因數 ($a > b$)，且 $a + b = 20$ ，則 a, b 兩數各是多少？
 $a = 14, b = 6$
- 若五位數 $276\square 7$ 為 3 的倍數，但不為 11 的倍數，則 $\square =$ 2 或 5。
- 已知 $a \times 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 29 \times 30$ ，則 a 這個數後面會有多少個連續的 0？
7 個