

114 年國中教育會考數學科非選擇題 第一題

試題內容

某民調公司訪問 A 市的成年民眾對於某項政策的態度，並依年齡分成 3 組。因受訪者的年齡分布與全體成年人口的年齡分布有落差，於是利用「調整倍率」讓調整後的結果更接近全體的民意，如表(二)所示。

表(二)

組別	人口占比	調查比率	調整倍率	調整前		調整後	
				贊成	反對	贊成	反對
18~39歲組	40%	20%	2	8%	12%	16%	24%
40~59歲組	40%	40%
60歲以上組	20%	40%
總計	100%	100%		56%	44%	49%	51%

其中，

$$\text{人口占比} = \frac{\text{該組人口總數}}{\text{全體成年人口總數}} \times 100\%$$

$$\text{調查比率} = \frac{\text{該組受訪者數}}{\text{所有受訪者數}} \times 100\%$$

$$\text{調整倍率} = \frac{\text{該組人口占比}}{\text{該組調查比率}}$$

$$\text{調整前贊成(反對)的比率} = \frac{\text{該組受訪者中贊成(反對)人數}}{\text{所有受訪者數}} \times 100\%$$

$$\text{調整後贊成(反對)的比率} = \text{該組調整前贊成(反對)的比率} \times \text{調整倍率}$$

表(二)中，全體成年人口有 40% 為 18~39 歲組，但受訪者中只有 20% 為 18~39 歲組，算出調整倍率為 2。因此，分別將贊成與反對的比率 8%、12% 乘以 2，變成 16%、24%。整體結果調整前為贊成大於反對，調整後卻變成反對大於贊成。

請根據上述資訊回答下列問題，完整寫出你的解題過程並詳細解釋：

- (1) 計算 60 歲以上組的調整倍率為何？
- (2) 求 40~59 歲組與 60 歲以上組的調整前贊成比率分別為何？

評分指引

依據評分規準，此題評分指引如下：

級分	評分指引
三級分	<p>第一小題正確得出60歲以上組的調整倍率為$\frac{1}{2}$，第二小題依據正確調整倍率及調整前與後各組贊成/反對的比率總和關係，</p> <ol style="list-style-type: none">1. 正確列出方程式，並正確求出40~59歲組、60歲以上組的調整前贊成比率18%、30%。解題步驟呈現完整或大致完整的推導/推理或解釋。2. 正確以數值算式或文字說明(含符號)推導，得出40~59歲組、60歲以上組的調整前贊成比率18%、30%。解題步驟呈現完整或大致完整的推導/推理或解釋。
二級分	<p>第一小題正確得出60歲以上組的調整倍率為$\frac{1}{2}$，第二小題依據正確調整倍率及調整前與後各組贊成/反對的比率總和關係，</p> <ol style="list-style-type: none">1. 正確列出方程式，解題過程中呈現部分重要推導/推理或解釋，但未能正確求出40~59歲組或60歲以上組的調整前贊成比率。2. 列出方程式解題，所列方程式之一項常數錯誤或誤以2為調整倍率，但根據所列方程式求出解答時，解題步驟正確且呈現完整或大致完整的推導。3. 以數值算式或文字說明(含符號)推導出40~59歲組、60歲以上組的調整前贊成比率18%、30%，但推導過程缺少關鍵步驟，使得算式缺乏合理性。
一級分	<p>未達二級分標準，但呈現下列其一：</p> <ol style="list-style-type: none">1. 第一小題正確得出60歲以上組的調整倍率。2. 第二小題呈現非題目已知的解題要素，例如：正確根據調整倍率列出某關係式、寫出非題目已知數據的正確數值算式。
零級分	<ol style="list-style-type: none">1. 只有答案或與題目無關。2. 策略模糊不清或錯誤。

三級分樣卷說明

序號	樣卷一																												
級分	三級分																												
指引	1																												
樣卷說明																													
1.	第一小題正確得出 60歲以上組 的調整 倍率為 $\frac{1}{2}$ 。	$\therefore \text{依題自公式} \Rightarrow \text{調整倍率} = \frac{\text{AD占比}}{\text{調查比率}}$																											
2.	第二小題正確列出方 程式，並正確求出 40~59歲組 、 60歲 以上組的調整前贊成 比率 18% 、 30% ，解 題步驟呈現完整的推 導。	<p>(1) 組別 AD占比 調查比率</p> <table border="1"> <tr> <td>60歲以上</td> <td>20%</td> <td>4%</td> </tr> </table> <p>如表(=)</p> <p>\therefore 故調整倍率為 $\frac{20\%}{4\%} = \frac{1}{2}$ #</p> <p>(2) 設40~59歲組調整前贊成為x，調整後也為x ($\frac{40\%}{4\%} = 1$) 設60歲以上組調整前贊成為y，調整後為$\frac{1}{2}y$ (題調整倍率$\frac{1}{2}$)</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>組別</th> <th>AD占比</th> <th>調查比率</th> <th>調整倍率</th> <th>調整前贊成</th> <th>調整後贊成</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>40~59</td> <td>40%</td> <td>4%</td> <td>1</td> <td>x</td> <td>x</td> </tr> <tr> <td>60+</td> <td>20%</td> <td>4%</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> <td>y</td> <td>$\frac{1}{2}y$</td> </tr> <tr> <td>總</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>56%</td> <td>49%</td> </tr> </tbody> </table> <p>如表(=)</p> <p>$x+y = 48\%$ $\rightarrow x+\frac{1}{2}y = 33\%$ $\frac{1}{2}y = 15\%$ $y = 30\%$ $x = 18\%$</p> <p>$x+y = 56\%$ -8% (18-39組) $x+\frac{1}{2}y = 49\%$ -16% (18-39組)</p> <p>故40~59歲調整前贊成比率 18% 60歲調整前贊成比率 30% #</p>	60歲以上	20%	4%	組別	AD占比	調查比率	調整倍率	調整前贊成	調整後贊成	40~59	40%	4%	1	x	x	60+	20%	4%	$\frac{1}{2}$	y	$\frac{1}{2}y$	總				56%	49%
60歲以上	20%	4%																											
組別	AD占比	調查比率	調整倍率	調整前贊成	調整後贊成																								
40~59	40%	4%	1	x	x																								
60+	20%	4%	$\frac{1}{2}$	y	$\frac{1}{2}y$																								
總				56%	49%																								

序號	樣卷二	
級分	三級分	
指引	2	
樣卷說明		
1.	第一小題正確得出 60歲以上組 的調整 倍率為 $\frac{1}{2}$ 。	<p>(1) 調整比率 = $\frac{20\%}{40\%} = \frac{1}{2}$</p>
2.	第二小題正確以數值 算式(含符號)推導， 得出 40~59歲組 、 60歲以上組 的調整 前贊成比率 18% 、 30% ，解題步驟中以 $(1-1 \times \frac{1}{2})$ 表示 60歲 以上組調整前後的差 距，為完整推導中之 關鍵步驟。	<p>(2) 40~59: $\frac{40\%}{40\%} = 1$ 令60歲以上調整前贊成率=x</p> <p>$56\% - 8\% = 48\%$ $49\% - 16\% = 33\%$ $48\% - 33\% = (1 - 1 \times \frac{1}{2})x$ $15\% = \frac{1}{2}x$ $x = 30\%$</p> <p>則40-59歲為 $56\% - 8\% - 30\%$ $= 18\%$</p> <p>(1) $\frac{1}{2}$ A = (2) 40-59歲 = 18% 60歲以上 = 30%</p>

二級分樣卷說明

序號	樣卷一	
級分	二級分	
指引	1	
樣卷說明		
<p>1. 第一小題正確得出60歲以上組的調整倍率為$\frac{1}{2}$。</p> <p>2. 第二小題正確列出方程式，但解題過程及答案皆未使用符號「%」，缺乏百分比的概念，不視為求出40~59歲組、60歲以上組的調整前贊成比率18%、30%。</p>		<p>(1) 調整倍率 = $\frac{\text{該組人口佔比}}{\text{該組調查比率}}$</p> $= \frac{20}{40} = \frac{1}{2} \#$ <p>(2) 設 40~59 贊成比率 x (調整前)</p> <p>→ 60 以上 贊成比率 $56-8-x = 48-x$ (調整前)</p> <p>又 40~59 設整倍率 = $\frac{40}{40} = 1$</p> $\Rightarrow x \times 1 + \frac{1}{2}(48-x) = 49-16$ $\Rightarrow 2x + 48 - x = 66 \Rightarrow x = 18$ <p>故所求 40~59 歲組 = 18, 60 歲以上 = 30</p>

序號	樣卷二																														
級分	二級分																														
指引	1																														
樣卷說明																															
<p>1. 第一小題正確得出60歲以上組的調整倍率為$\frac{1}{2}$。</p> <p>2. 第二小題正確列出方程式並正確求解，但未能正確求出40~59歲組或60歲以上組的調整前贊成比率。</p>		<p>(1) $\frac{20\%}{40\%} = \frac{1}{2} = 0.5$</p> <p>(2) 40~59 歲調整倍率 = $\frac{40\%}{40\%} = 1$</p> <p>∴ 40~59 歲調查比率為 18~39 歲的 2 倍</p> <p>∴ 40~59 歲調整前贊成和反對數量 = 18~39 歲的 2 倍</p> $= (8\% + 12\%) \times 2 = 40\%$ <p>60 歲以上 = $100\% - 40\% - 20\% = 40\%$</p> <p>設 40~59 贊成 x 個</p> $16 + x + 24 - \frac{x}{2} = 49$ $x = 18$ <p>40~59 調整前贊成比 = $\frac{18}{40} \times 100\% = 45\%$</p> <p>60 歲以上: $\frac{30}{40} \times 100\% = 75\%$</p> <p>故 (1) 0.5, (2) 40~59 歲: 45%, 60 歲以上: 75%</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th rowspan="2">倍率</th> <th colspan="2">前</th> <th colspan="2">後</th> </tr> <tr> <th>贊成</th> <th>反對</th> <th>贊成</th> <th>反對</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2</td> <td>8</td> <td>12</td> <td>16</td> <td>24</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>18</td> <td>40-x</td> <td>x</td> <td>40-x</td> </tr> <tr> <td>0.5</td> <td>48-x</td> <td>x-8</td> <td>24-x</td> <td>x-4</td> </tr> <tr> <td></td> <td>56</td> <td>44</td> <td>49</td> <td>51</td> </tr> </tbody> </table>	倍率	前		後		贊成	反對	贊成	反對	2	8	12	16	24	1	18	40-x	x	40-x	0.5	48-x	x-8	24-x	x-4		56	44	49	51
倍率	前			後																											
	贊成	反對	贊成	反對																											
2	8	12	16	24																											
1	18	40-x	x	40-x																											
0.5	48-x	x-8	24-x	x-4																											
	56	44	49	51																											

序號	樣卷三	
級分	二級分	
指引	2	
樣卷說明		
1.	第一小題正確得出 60歲以上組 的調整 倍率為 $\frac{1}{2}$ 。	<p>如表 = 60歲以上人口占比為 20% 調查比率為 40%</p> <p>調整倍率 = $\frac{20}{40} = \frac{1}{2}$ 40~59歲的調整倍率 = $\frac{40}{40} = 1$ 令 40~59歲調整前贊成比率 = x</p> <p>56-8=48 60歲以上 = 48-x</p> $8+x+\frac{1}{2}(48-x) = 49$ $x+24-\frac{1}{2}x = 41$ $\frac{1}{2}x = 17$ $x = 34$ $48-34 = 14$ <p>A. ① $\frac{1}{2}$ ② 40~59: 34% 60+: 14%</p>
2.	第二小題列出方程式 解題，所列方程式之 一項常數錯誤，但根 據所列方程式求出解 答時，解題步驟正確 且呈現完整的推導。	

序號	樣卷四	
級分	二級分	
指引	3	
樣卷說明		
1.	第一小題正確得出 60歲以上組 的調整 倍率為 $\frac{1}{2}$ 。	<p>(1) $\frac{20\%}{40\%} = \frac{1}{2}$ A: $\frac{1}{2}$</p> <p>(2) 設 60歲贊成為 $x\%$ 40~59歲為 $(56-x-8)\%$ $(16-8) - (49-56) = 15$</p> $\frac{1}{2}x\% = 15\%$ $x\% = 30\%$ $56\% - 30\% - 8\% = 18\%$ <p>A: 60歲 30% 40~59歲 18%</p>
2.	第二小題以數值算式 (含符號)推導出 40~59歲組 、 60歲 以上組的調整前贊成 比率 18% 、 30% ，但 解題步驟中 $\frac{1}{2}x$ 之係 數無法顯示出 60歲 以上組調整前後的差 距，推導過程缺乏 $(1-1 \times \frac{1}{2})$ 此關鍵步 驟，使得算式缺乏合 理性。	

一級分樣卷說明

序號	樣卷一	
級分	一級分	
指引	1	
樣卷說明		
<p>1. 第一小題正確得出60歲以上組的調整倍率。</p> <p>2. 第二小題未正確列出方程式，亦未以算式正確進行推導，未達二級分標準。</p>		<p>(1) 調整倍率 = $\frac{\text{人口占比}}{\text{調整比率}} = \frac{20\%}{40\%} = \frac{1}{2}$</p> <p>(2)</p> <p>40~59歲調整倍率 = $\frac{40\%}{40\%} = 1$</p> <p>60歲以上調整倍率 = $\frac{20\%}{40\%} = \frac{1}{2}$</p> <p>$1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ 48% $\frac{16}{32} = 32\%$</p> <p>$48\% - 32\% = 16\%$</p> <p>40~59歲調整前贊成 = 32%</p> <p>60歲以上調整前贊成 = 16%</p> <p style="text-align: right;">A (1) $\frac{1}{2}$ (2) 40~59歲 = 32%</p> <p style="text-align: right;">60歲以上 = 16%</p>

零級分樣卷說明

序號	樣卷一	<p>① 人口占比 → 20%</p> <p>調查比率 → 40%</p> <p>調整倍率 = $\frac{20\%}{40\%} = 0.5\%$</p> <p>A: ②</p>
級分	零級分	
指引	2	
樣卷說明		
<p>20%、0.5% 非 60 歲以上組正確的調整倍率，未達一級分下限。</p>		

序號	樣卷二	<p>(1) $20\% + 40\% = 60\%$</p> <p>$60\% \times 100\% = 600\%$</p> <p>(2) $100\% \times 100\% = 200\%$</p>
級分	零級分	
指引	2	
樣卷說明		
<p>策略模糊不清。</p>		