P73

2-2 根式的運算

帶有根號的數也可以作加、減、乘、除的運算，例如：$\sqrt{2}+3$、$\sqrt{2}-1$、$(-2)\times\sqrt{2}$、$1\div\sqrt{2}$，像這樣含有根號的式子，我們稱為**根式**。

1 根式的表示

對應能力指標 N-8-1

多項式的簡記	根式的簡記
$x+x$ 可寫成 $2x$。	$\sqrt{3}+\sqrt{3}$ 可寫成 $2\sqrt{3}$。
$2\cdot x$ 可寫成 $2x$。	$2\cdot\sqrt{3}$ 可寫成 $2\sqrt{3}$。
$(-\frac{1}{2})\cdot x$ 可寫成 $-\frac{x}{2}$ 或 $-\frac{1}{2}x$。	$(-\frac{1}{2})\times\sqrt{3}$ 可寫成 $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ 或 $-\frac{1}{2}\sqrt{3}$。
$x\div 2$ 可寫成 $\frac{x}{2}$ 或 $\frac{1}{2}x$。	$\sqrt{3}\div 2$ 可寫成 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 或 $\frac{1}{2}\sqrt{3}$。

【根式的簡記】

若 $a\neq 0$ 且 b 為正數，則：

(1) $a\times\sqrt{b}=a\sqrt{b}$

(2) $\sqrt{b}\div a=\frac{\sqrt{b}}{a}$ 或 $\frac{1}{a}\sqrt{b}$

整數與根式的乘法 $3\times 2\sqrt{2}=3\times 2\times\sqrt{2}=6\times\sqrt{2}=6\sqrt{2}$，利用同樣的方法，我們可以做整數或分數與根式的運算。

隨堂練習

計算下列各根式：

(1) $-5\times 2\sqrt{3}$

$=-5\times 2\times\sqrt{3}$

$=-10\times\sqrt{3}$

$=-10\sqrt{3}$

(2) $-\frac{4}{3}\sqrt{2}\times(-6)$

$=(-\frac{4}{3})\times\sqrt{2}\times(-6)$

$=(-\frac{4}{3})\times(-6)\times\sqrt{2}$

$=8\sqrt{2}$

(3) $(-4\sqrt{2})\div 6$

$=-\frac{4}{6}\times\sqrt{2}$

$=-\frac{2}{3}\sqrt{2}$

2 根式的乘法

對應能力指標 N-8-1

由前面的說明可以得到，若 a、b、c 為正數或 0 時，$a\times b\sqrt{c}=(a\times b)\times\sqrt{c}$ 。那麼 $\sqrt{a}\times\sqrt{b}$ 是否等於 $\sqrt{a\times b}$ 呢？我們利用下面的例子來說明：

$\sqrt{2}\times\sqrt{2}=(\sqrt{2})^2=2$，而 $2=\sqrt{4}=\sqrt{2\times2}$ ，因此 $\sqrt{2}\times\sqrt{2}=\sqrt{2\times2}$ 。

那麼 $\sqrt{2}\times\sqrt{3}$ 是否會等於 $\sqrt{2\times3}$ （$=\sqrt{6}$ ）呢？

因為 $(\sqrt{2}\times\sqrt{3})^2=(\sqrt{2}\times\sqrt{3})\times(\sqrt{2}\times\sqrt{3})$

$=(\sqrt{2}\times\sqrt{2})\times(\sqrt{3}\times\sqrt{3})$

$=(\sqrt{2})^2\times(\sqrt{3})^2$

$==2\times3$

而且 $(\sqrt{2\times3})^2=2\times3$

由於 $\sqrt{2}\times\sqrt{3}$ 及 $\sqrt{2\times3}$ 都是正數，所以 $\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{2\times3}$。事實上，若 $a\geq0$，$b\geq0$，則 $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$ 。 。

【根式的乘法運算】

若 a、b 為正數或 0，則 $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$ 。

例 1 根式的乘法運算

求下列各根式的乘積：

(1) $\sqrt{3}\times\sqrt{7}$　　(2) $\sqrt{6}\times\sqrt{\frac{5}{3}}$　　(3) $(-3\sqrt{3})\times(-2\sqrt{5})$

解

(1) $\sqrt{3}\times\sqrt{7}$

$=\sqrt{3\times7}$

$=\sqrt{21}$

(2) $\sqrt{6}\times\sqrt{\frac{5}{3}}$

$=\sqrt{6\times\frac{5}{3}}$

$=\sqrt{10}$

(3) $(-3\sqrt{3})\times(-2\sqrt{5})$

$=(-3)\times\sqrt{3}\times(-2)\times\sqrt{5}$

$=(-3)\times(-2)\times\sqrt{3}\times\sqrt{5}$

$=6\sqrt{15}$

P75

隨堂練習

求下列各根式的乘積：

(1) $\sqrt{5}\times\sqrt{14}$

$=\sqrt{5\times14}$

$=\sqrt{70}$

(2) $\sqrt{14}\times\sqrt{\dfrac{13}{7}}$

$=\sqrt{14\times\dfrac{13}{7}}$

$=\sqrt{26}$

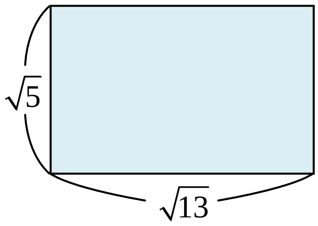
(3) $(-2\sqrt{3})\times(4\sqrt{2})$

$=(-2)\times\sqrt{3}\times4\times\sqrt{2}$

$=(-2)\times4\times\sqrt{3}\times\sqrt{2}$

$=-8\sqrt{6}$

2. 如圖，已知長方形的長是 $\sqrt{13}$ 公分，寬是 $\sqrt{5}$ 公分，求此長方形的面積。



$\sqrt{13}\times\sqrt{5}=\sqrt{13\times5}=\sqrt{65}$

所以長方形的面積為 $\sqrt{65}$ 平方公分。

例 2 比較根式的大小

比較 $3\sqrt{2}$ 與 $2\sqrt{3}$ 的大小關係。

解

$3\sqrt{2}=3\times\sqrt{2}=\sqrt{9}\times\sqrt{2}=\sqrt{18}$

$2\sqrt{3}=2\times\sqrt{3}=\sqrt{4}\times\sqrt{3}=\sqrt{12}$

因為 $\sqrt{18}>\sqrt{12}$，所以 $3\sqrt{2}>2\sqrt{3}$。

也可以這樣做：

$(3\sqrt{2})^2=(3\sqrt{2})(3\sqrt{2})=18$

$(2\sqrt{3})^2=(2\sqrt{3})(2\sqrt{3})=12$

因為 $18>12$，所以 $3\sqrt{2}>2\sqrt{3}$。

隨堂練習

比較 $6\sqrt{2}$ 與 $5\sqrt{3}$ 的大小關係。

$6\sqrt{2}=6\times\sqrt{2}=\sqrt{36}\times\sqrt{2}=\sqrt{72}$

$5\sqrt{3}=5\times\sqrt{3}=\sqrt{25}\times\sqrt{3}=\sqrt{75}$

因為 $\sqrt{75}>\sqrt{72}$，所以 $5\sqrt{3}>6\sqrt{2}$。

3 根式的除法

對應能力指標 N-8-1

前面學過 $\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{2\times3}$，那麼 $\sqrt{2}\div\sqrt{3}$ 是否會等於 $\sqrt{2\div3}$（即 $\sqrt{\frac{2}{3}}$）呢？

比較下面兩個式子：

(1) $\sqrt{2}\div\sqrt{3}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$，且（$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$）$^2=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{2}{3}$。

(2) $\sqrt{2\div3}=\sqrt{\frac{2}{3}}$，且（$\sqrt{\frac{2}{3}}$）$^2=\frac{2}{3}$。

又 $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$、$\sqrt{\frac{2}{3}}$ 均為正數，所以 $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{2}{3}}$；事實上，若 $a\geq0$，$b>0$，則 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$。

【根式的除法運算】

若 $a\geq0$，$b>0$，則 $\sqrt{a}\div\sqrt{b}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}=\sqrt{a\div b}$。

例 3　根式的除法運算

計算下列各式：

(1) $\sqrt{35}\div\sqrt{7}$

(2) $\sqrt{\frac{7}{2}}\div\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$

解

(1) $\sqrt{35}\div\sqrt{7}$
$=\sqrt{35\div7}$
$=\sqrt{5}$

(2) $\sqrt{\frac{7}{2}}\div\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$
$=\sqrt{\frac{7}{2}}\div\sqrt{\frac{3}{6}}=\sqrt{\frac{7}{2}\div\frac{3}{6}}$
$=\sqrt{\frac{7}{2}\times\frac{6}{3}}=\sqrt{7}$

隨堂練習

計算下列各式：

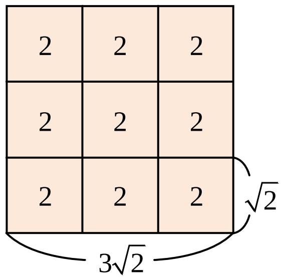
(1) $\sqrt{48}\div\sqrt{8}$
$=\sqrt{48\div8}$
$=\sqrt{6}$

(2) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}\div\sqrt{\frac{2}{3}}$
$=\sqrt{\frac{6}{3}}\div\sqrt{\frac{2}{3}}=\sqrt{\frac{6}{3}\div\frac{2}{3}}$
$=\sqrt{\frac{6}{3}\times\frac{3}{2}}=\sqrt{3}$

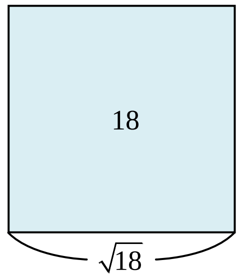
P77

▶最簡根式

下圖是由 9 個面積為 2 的正方形所構成的大正方形，其面積為 18。



因為面積為 2 的正方形，其邊長為 $\sqrt{2}$，
所以大正方形的邊長為 $3\sqrt{2}$。



因為大正方形的面積為 18，
所以其邊長為 $\sqrt{18}$。

由上述可以知道 $\sqrt{18}=3\sqrt{2}$。

透過根式的運算，也可以得到 $\sqrt{18}=\sqrt{3^2\times 2}=\sqrt{3^2}\times\sqrt{2}=3\times\sqrt{2}=3\sqrt{2}$。像這種 $r\sqrt{n}$ 形式的根式，其中 r 是整數或分數，n 是正整數，且將 n 化成標準分解式後，每一個質因數的次方都是 1，稱 $r\sqrt{n}$ 為**最簡根式**。例如：$\sqrt{42}$、$3\sqrt{6}$、$\frac{5}{7}\sqrt{21}$ 都是最簡根式。

一個根式有下列任何一種情形時，就不是最簡根式：

(1) 根號內的正整數，化成標準分解式後，有任何一個質因數的次方大於 1。

例如：$\sqrt{75}$ 不是最簡根式。因為 $\sqrt{75}=3\times 5^{2}$，質因數 5 的次方為 **2**。

(2) 根號內有分數或小數。 例如：$\sqrt{\frac{2}{3}}$、$\sqrt{0.7}$ 都不是最簡根式。

(3) 分母有根式。 例如：$\frac{5}{\sqrt{2}}$ 不是最簡根式。

隨堂練習

下列根式中，哪些是最簡根式？

$3\sqrt{2}$、$\sqrt{25}$、$\sqrt{15}$、$\frac{2}{3}\sqrt{6}$、$\sqrt{\frac{7}{5}}$、$\frac{\sqrt{24}}{2}$、$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$、$\sqrt{5.1}$

$3\sqrt{2}$、$\sqrt{15}$、$\frac{2}{3}\sqrt{6}$

$\sqrt{90}$、$\sqrt{92}$、$\sqrt{94}$、$\sqrt{96}$、$\sqrt{98}$，哪一個數應該被拿走？

P78

例 4 **化為最簡根式** 搭配習作 P25 基礎題 1　自評 P91 第 1 題(1)(2)

將下列各式化為最簡根式：

(1) $\sqrt{2^4\times3^3}$　(2) $\sqrt{2^5\times5^3}$　(3) $\sqrt{108}$

解

(1) $\sqrt{2^4\times3^3}$

$=\sqrt{2^4\times3^2\times3}$

$=\sqrt{2^4}\times\sqrt{3^2}\times\sqrt{3}$

$=2^2\times3\times\sqrt{3}$

$=12\sqrt{3}$

(2) $\sqrt{2^5\times5^3}$

$=\sqrt{2^4\times2\times5^2\times5}$

$=\sqrt{2^4}\times\sqrt{5^2}\times\sqrt{2\times5}$

$=2^2\times5\times\sqrt{10}$

$=20\sqrt{10}$

(3) $\sqrt{108}=\sqrt{2^2\times3^3}$

$=\sqrt{2^2\times3^2\times3}$

$=\sqrt{2^2}\times\sqrt{3^2}\times\sqrt{3}$

$=2\times3\times\sqrt{3}$

$=6\sqrt{3}$

隨堂練習

將下列各式化為最簡根式：

(1) $\sqrt{5^2\times3}$

$=\sqrt{5^2}\times\sqrt{3}$

$=5\times\sqrt{3}$

$=5\sqrt{3}$

(2) $\sqrt{2^5\times3^2}$

$=\sqrt{2^4\times3^2\times2}$

$=\sqrt{2^4}\times\sqrt{3^2}\times\sqrt{2}$

$=2^2\times3\times\sqrt{2}$

$=12\sqrt{2}$

(3) $\sqrt{50}$

$=\sqrt{2\times5^2}$

$=\sqrt{2}\times\sqrt{5^2}$

$=5\sqrt{2}$

數學 FUN 手玩

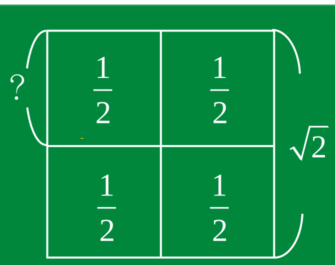
下圖中有一隻飢餓的狗狗，只要沿著最簡根式，就可以吃到美味的骨頭，試著幫他找出路徑吧！（只能走上、下、左、右，不能走斜的喔！）

最簡根式小遊戲

			$\sqrt{64}$	$\sqrt{24}$	$\sqrt{20}$	$\sqrt{38}$	$\sqrt{41}$	$\sqrt{42}$	$\sqrt{43}$	$\sqrt{46}$	$\sqrt{47}$
			$\sqrt{4}$	$\sqrt{33}$	$\sqrt{35}$	$\sqrt{37}$	$\sqrt{75}$	$\sqrt{50}$	$\sqrt{45}$	$\sqrt{80}$	$\sqrt{51}$
			$\sqrt{49}$	$\sqrt{31}$	$\sqrt{16}$	$\sqrt{27}$	$\sqrt{39}$	$\sqrt{61}$	$\sqrt{59}$	$\sqrt{55}$	$\sqrt{53}$
（起點）			$\sqrt{8}$	$\sqrt{29}$	$\sqrt{28}$	$\sqrt{40}$	$\sqrt{62}$	$\sqrt{60}$	$\sqrt{81}$	$\sqrt{56}$	$\sqrt{72}$
$\sqrt{2}$	$\sqrt{12}$	$\sqrt{18}$	$\sqrt{9}$	$\sqrt{23}$	$\sqrt{44}$	$\sqrt{66}$	$\sqrt{65}$	$\sqrt{84}$			
$\sqrt{3}$	$\sqrt{25}$	$\sqrt{32}$	$\sqrt{17}$	$\sqrt{6}$	$\sqrt{48}$	$\sqrt{67}$	$\sqrt{36}$	$\sqrt{63}$			
$\sqrt{5}$	$\sqrt{11}$	$\sqrt{19}$	$\sqrt{21}$	$\sqrt{52}$	$\sqrt{54}$	$\sqrt{70}$	$\sqrt{71}$	$\sqrt{77}$	（終點）		

▶根式的有理化

一個面積為 2 的正方形，其邊長為 $\sqrt{2}$ 。將此正方形分割成四個大小一樣的小正方形，每個小正方形的邊長是多少？



每個小正方形的邊長是大正方形的一半，因此邊長為 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 。

每個小正方形的面積為 $\frac{1}{2}$ ，因此邊長為 $\sqrt{\frac{1}{2}}$ ，又從根式的除法運算可得 $\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$ 。

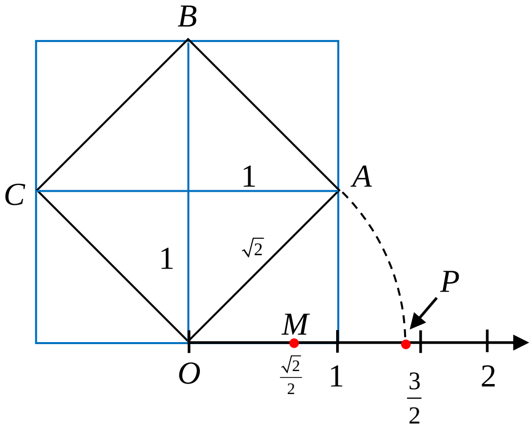
這兩種表示方式，哪一種較容易進形估算呢？

由於 $\sqrt{2}$ 並非有限小數，若用 $\sqrt{2}\fallingdotseq 1.414$ 來加以估計：	
$\frac{\sqrt{2}}{2}\fallingdotseq\frac{1.414}{2}=0.707$（容易估算）	$\frac{1}{\sqrt{2}}\fallingdotseq\frac{1}{1.414}=$?（不易估算）

當分母是根式且無計算機可使用時，可先將分母化成整數。以 $\sqrt{\frac{1}{2}}$ 為例，透過根式的運算得到 $\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{1\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ，像這樣將 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 的分母利用擴分或其他方法，使得這個分數的分母沒有根號，這樣的過程稱為**有理化分母**。

【補給站】$\frac{\sqrt{2}}{2}$ 在數線上的位置

如右圖，在 2-1 曾經學過：當正方形 $OABC$ 面積為 2，其對邊長為 $\sqrt{2}$ 。以 O 點為圓心，$\overline{OA}$ 為半徑畫弧，在數線上標示出 $\sqrt{2}$（P 點）的位置後，將 $\overline{OP}$ 對摺即可得 $\overline{OP}$ 的中點 M，此點就是 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 在數線上的位置。



解答：$\sqrt{94}$ 。（剩餘都不是最簡根式）

有理化分母也可將根式化成最簡根式，例如：$\sqrt{2}\div\sqrt{3}=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$。如果要將 $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ 化成最簡根式，必須把分母的根式消去，使分母變成一個整數。此時可以利用 $(\sqrt{3})^2=3$，將 $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ 的分子和分母同乘以 $\sqrt{3}$，即 $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$（或 $\dfrac{1}{3}\sqrt{6}$），而 $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ 就是 $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ 的最簡根式。

例 5 有理化分母 搭配習作 P25 基礎題 2 自評 P91 第 1 題 (3)

將下列各式化為最簡根式：

(1) $\dfrac{4}{3\sqrt{5}}$　(2) $\sqrt{\dfrac{7}{18}}$　(3) $\sqrt{0.7}$

解

(1) $\dfrac{4}{3\sqrt{5}}$

$=\dfrac{4\times\sqrt{5}}{3\sqrt{5}\times\sqrt{5}}$ ←分子、分母同乘以 $\sqrt{5}$

$=\dfrac{4\times\sqrt{5}}{3\times5}$

$=\dfrac{4\sqrt{5}}{15}$

(2) $\sqrt{\dfrac{7}{18}}=\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{18}}$

$=\dfrac{\sqrt{7}}{3\sqrt{2}}$

$=\dfrac{\sqrt{7}\times\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$

$=\dfrac{\sqrt{14}}{3\times2}$

$=\dfrac{\sqrt{14}}{6}$

(3) $\sqrt{0.7}$

$=\sqrt{\dfrac{7}{10}}=\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{10}}$

$=\dfrac{\sqrt{7}\times\sqrt{10}}{\sqrt{10}\times\sqrt{10}}$

$=\dfrac{\sqrt{70}}{10}$

隨堂練習

將下列各式化為最簡根式：

(1) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$

$=\dfrac{\sqrt{2}\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\dfrac{\sqrt{14}}{7}$

(2) $\dfrac{\sqrt{3}}{5\sqrt{2}}$

$=\dfrac{\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{5\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{6}}{5\times2}=\dfrac{\sqrt{6}}{10}$

(3) $\sqrt{\dfrac{7}{12}}$

$=\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{12}}=\dfrac{\sqrt{7}}{2\sqrt{3}}$

$=\dfrac{\sqrt{7}\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{21}}{6}$

(4) $\sqrt{1.3}$

$=\sqrt{\dfrac{13}{10}}=\dfrac{\sqrt{13}}{\sqrt{10}}$

$=\dfrac{\sqrt{13}\times\sqrt{10}}{\sqrt{10}\times\sqrt{10}}=\dfrac{\sqrt{130}}{10}$

P81

例 6 **根式的乘除運算與有裡化**　搭配習作 P25 基礎題、3、4　自評 P91 第 2 題

計算下列各式，並將結果化為最簡根式：

(1) $\sqrt{\frac{8}{3}}\times\sqrt{\frac{27}{16}}$　(2) $\sqrt{45}\div\sqrt{30}$　(3) $\sqrt{\frac{2}{5}}\div\sqrt{\frac{6}{5}}$

解

(1) $\sqrt{\frac{8}{3}}\times\sqrt{\frac{27}{16}}$

$=\sqrt{\frac{8}{3}\times\frac{27}{16}}$

$=\sqrt{\frac{9}{2}}$

$=\frac{3}{\sqrt{2}}$

$=\frac{3\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$

$=\frac{3\sqrt{2}}{2}$

(2) $\sqrt{45}\div\sqrt{30}$

$=\sqrt{45\div30}$

$=\sqrt{\frac{45}{30}}$

$=\sqrt{\frac{3}{2}}$

$=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

$=\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$

$=\frac{\sqrt{6}}{2}$

(3) $\sqrt{\frac{2}{5}}\div\sqrt{\frac{6}{5}}$

$=\sqrt{\frac{2}{5}\div\frac{6}{5}}$

$=\sqrt{\frac{2}{5}\times\frac{5}{6}}$

$=\sqrt{\frac{1}{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}}$

$=\frac{1\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$

$=\frac{\sqrt{3}}{3}$

隨堂練習

計算下列各式，並將結果化為最簡根式：

(1) $\sqrt{\frac{7}{8}}\times\sqrt{\frac{14}{3}}$　(2) $\sqrt{2}\div\sqrt{11}$　(3) $\sqrt{\frac{5}{4}}\div\sqrt{\frac{8}{5}}$

(1)

$=\sqrt{\frac{7}{8}\times\frac{14}{3}}$

$=\sqrt{\frac{49}{12}}$

$=\frac{7}{2\sqrt{3}}$

$=\frac{7\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$

$=\frac{7\sqrt{3}}{6}$

(2)

$=\sqrt{2\div11}$

$=\sqrt{\frac{2}{11}}$

$=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{11}}$

$=\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{11}}{\sqrt{11}\times\sqrt{11}}$

$=\frac{\sqrt{22}}{11}$

(3)

$=\sqrt{\frac{5}{4}\div\frac{8}{5}}$

$=\sqrt{\frac{5}{4}\times\frac{5}{8}}$

$=\sqrt{\frac{25}{32}}$

$=\frac{5}{\sqrt{32}}$

$=\frac{5}{4\sqrt{2}}$

$=\frac{5\times\sqrt{2}}{4\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$

$=\frac{5\sqrt{2}}{8}$

我們也可以利用根式的運算規則計算根式的近似值。

例 7 根式運算規則的應用 搭配習作 P26 基礎題 5 自評 P91 第 3 題

已知 $\sqrt{17} \fallingdotseq 4.123$。利用根式的運算規則，計算下列各數的近似值：

(1) $\sqrt{1700}$ (2) $\sqrt{0.17}$ (3) $\sqrt{6800}$

解

(1) $\sqrt{1700}$

$=\sqrt{17\times 100}$

$=10\sqrt{17}$

$\fallingdotseq 10\times 4.123$

$=41.23$

(2) $\sqrt{0.17}$

$=\sqrt{\dfrac{17}{100}}$

$=\dfrac{\sqrt{17}}{10}$

$\fallingdotseq \dfrac{4.123}{10}$

$=0.4123$

(3) $\sqrt{6800}$

$=\sqrt{20^2\times 17}$

$=20\sqrt{17}$

$\fallingdotseq 20\times 4.123$

$=82.46$

隨堂練習

已知 $\sqrt{2} \fallingdotseq 1.414$。利用根式的運算規則，計算下列各數的近似值：

(1) $\sqrt{200} \fallingdotseq$ __14.14__。

$\sqrt{200}=\sqrt{2\times 100}=10\sqrt{2}\fallingdotseq 10\times 1.414=14.14$

(2) $\sqrt{0.02} \fallingdotseq$ __0.1414__。

$\sqrt{0.02}=\sqrt{\dfrac{2}{100}}=\dfrac{\sqrt{2}}{10}\fallingdotseq \dfrac{1.414}{10}=0.1414$

(3) $\sqrt{0.08} \fallingdotseq$ __0.2828__。

$\sqrt{0.08}=\sqrt{\dfrac{8}{100}}=\dfrac{\sqrt{8}}{10}=\dfrac{2\sqrt{2}}{10}\fallingdotseq \dfrac{2\times 1.414}{10}=0.2828$

P83

4 根式的加減

對應能力指標 N-8-1

▶同類方根

若 a、b 為正數，將 $\sqrt{a}$ 和 $\sqrt{b}$ 化為最簡根式後，如果根號內的數相同，則 $\sqrt{a}$ 和 $\sqrt{b}$ 稱為**同類方根**。

例如：(1) $6\sqrt{6}$ 、$\sqrt{6}$ 、$-\frac{2}{3}\sqrt{6}$ 是同類方根。

(2) $\sqrt{75}$ 和 $\sqrt{12}$ 化成最簡根式後是 $5\sqrt{3}$ 和 $2\sqrt{3}$，所以 $\sqrt{75}$ 和 $\sqrt{12}$ 是同類方根。

(3) $5\sqrt{3}$ 和 $5\sqrt{2}$ 不是同類方根。

如同多項式的加減運算，應合併同類項；計算根式的加減時，應將同類方根合併，不是同類的方根則不能合併。

多項式的同類項合併		根式的同類方根合併
$x+2x$ 可合併成 $3x$	➡	$\sqrt{2}+2\sqrt{2}$ 可合併成 $3\sqrt{2}$

例 8 同類方根的合併

計算下列各式，並將結果化為最簡根式：

(1) $7\sqrt{3}-3\sqrt{3}$　　(2) $\sqrt{2}-5\sqrt{2}+\sqrt{3}$

解

(1) $7\sqrt{3}-3\sqrt{3}=7\times\sqrt{3}-3\times\sqrt{3}$　← $7\sqrt{3}$ 和 $3\sqrt{3}$ 為同類方根，可以合併。

$=(7-3)\times\sqrt{3}$

$=4\sqrt{3}$

(2) $\sqrt{2}-5\sqrt{2}+\sqrt{3}=1\times\sqrt{2}-5\times\sqrt{2}+\sqrt{3}$

$=-4\sqrt{2}+\sqrt{3}$　← $4\sqrt{2}$ 和 $\sqrt{3}$ 不為同類方根，不能合併。

P84

隨堂練習

計算下列各式，並將結果化為最簡根式：

(1) $3\sqrt{11}-8\sqrt{11}$

$=3\times\sqrt{11}-8\times\sqrt{11}$

$=(3-8)\times\sqrt{11}$

$=-5\sqrt{11}$

(2) $5\sqrt{3}+2\sqrt{3}-3\sqrt{2}-7\sqrt{2}$

$=5\times\sqrt{3}+2\times\sqrt{3}-3\times\sqrt{2}-7\times\sqrt{2}$

$=7\sqrt{3}-10\sqrt{2}$

計算根式的加減時，通常將各項化為最簡根式後，就可以很清楚地觀察到哪些項是同類方根，再加以合併。

例 9 化簡後再合併同類方根　搭配習作 26 基礎題 6(1)　自評 P92 第 4 題 (1)(2)

計算下列各式，並將結果化為最簡根式：

(1) $\sqrt{108}-5\sqrt{12}+\sqrt{45}$

(2) $\dfrac{3}{\sqrt{2}}+\dfrac{7}{2}\sqrt{2}$

解

(1) $\sqrt{108}-5\sqrt{12}+\sqrt{45}$

$=\sqrt{2^2\times3^3}-5\times\sqrt{2^2\times3}+\sqrt{3^2\times5}$

$=6\sqrt{3}-10\sqrt{3}+3\sqrt{5}$

$=-4\sqrt{3}+3\sqrt{5}$

(2) $\dfrac{3}{\sqrt{2}}+\dfrac{7}{2}\sqrt{2}$

$=\dfrac{3\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}+\dfrac{7}{2}\sqrt{2}$

$=\dfrac{3}{2}\sqrt{2}+\dfrac{7}{2}\sqrt{2}$

$=5\sqrt{2}$

隨堂練習

計算下列各式，並將結果化為最簡根式：

(1) $4\sqrt{12}-2\sqrt{18}-\sqrt{3}$

$=4\sqrt{2^2\times3}-2\sqrt{2\times3^2}-\sqrt{3}$

$=8\sqrt{3}-6\sqrt{2}-\sqrt{3}$

$=7\sqrt{3}-6\sqrt{2}$

(2) $\dfrac{1}{\sqrt{5}}+\dfrac{2}{3}\sqrt{5}$

$=\dfrac{1\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}+\dfrac{2}{3}\sqrt{5}$

$=\dfrac{1}{5}\sqrt{5}+\dfrac{2}{3}\sqrt{5}$

$=\dfrac{3}{15}\sqrt{5}+\dfrac{10}{15}\sqrt{5}$

$=\dfrac{13}{15}\sqrt{5}$

P85

5 根式的四則運算

對應能力指標 N-8-1

根式也和其他的數一樣，可進行四則運算。

例 10 **根式的四則運算** 搭配習作 P26 基礎題 6(2) 自評 P92 第 4 題 (3)

計算下列各式，並將結果化為最簡根式：

(1) $-2\sqrt{3}\ (\sqrt{6}-\sqrt{2})$ (2) $(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{6}+1)$

解

(1) $-2\sqrt{3}\ (\sqrt{6}-\sqrt{2})$

$=-2\sqrt{3}\times\sqrt{6}+2\sqrt{3}\times\sqrt{2}$

$=-2\sqrt{18}+2\sqrt{6}$

$=-6\sqrt{2}+2\sqrt{6}$

(2) $(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{6}+1)$

$=\sqrt{3}\times\sqrt{6}+\sqrt{3}-\sqrt{2}\times\sqrt{6}-\sqrt{2}$

$=\sqrt{18}+\sqrt{3}-\sqrt{12}-\sqrt{2}$

$=3\sqrt{2}+\sqrt{3}-2\sqrt{3}-\sqrt{2}$

$=2\sqrt{2}-\sqrt{3}$

隨堂練習

計算下列各式，並將結果化為最簡根式：

(1) $\sqrt{6}\ (\sqrt{3}+2\sqrt{2})$

$=\sqrt{18}+2\sqrt{12}$

$=\sqrt{2\times3^2}+2\sqrt{2^2\times3}$

$=3\sqrt{2}+4\sqrt{3}$

(2) $(\sqrt{2}-1)(\sqrt{6}+\sqrt{3})$

$=\sqrt{12}+\sqrt{6}-\sqrt{6}-\sqrt{3}$

$=\sqrt{2^2\times3}-\sqrt{3}$

$=2\sqrt{3}-\sqrt{3}$

$=\sqrt{3}$

$\sqrt{8}$、$\sqrt{20}$、$\sqrt{18}$、$\sqrt{50}$、$\sqrt{98}$，哪一個數應該被拿走？

P86

例 11 **根式的四則運算** 搭配習作 P26 基礎題 6(3) 自評 P92 第 4 題 (4)

計算下列各式，並將結果化為最簡根式：

(1) $\sqrt{\frac{1}{3}}\times\sqrt{\frac{2}{3}}\div\sqrt{\frac{1}{12}}$ (2) $(3\sqrt{2}+2\sqrt{6})\div\sqrt{3}$

(1) $\sqrt{\frac{1}{3}}\times\sqrt{\frac{2}{3}}\div\sqrt{\frac{1}{12}}$

$=\sqrt{\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\div\frac{1}{12}}=\sqrt{\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times12}$

$=\sqrt{\frac{8}{3}}=\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{8}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$

$=\frac{\sqrt{24}}{3}=\frac{2\sqrt{6}}{3}$

(2) $(3\sqrt{2}+2\sqrt{6})\div\sqrt{3}$

$=\frac{(3\sqrt{2}+2\sqrt{6})}{\sqrt{3}}=\frac{(3\sqrt{2}+2\sqrt{6})\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$

$=\frac{3\sqrt{2}\times\sqrt{3}+2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}{3}=\frac{3\sqrt{6}+2\sqrt{18}}{3}$

$=\frac{3\sqrt{6}+6\sqrt{2}}{3}=\sqrt{6}+2\sqrt{2}$

隨堂練習

計算下列各式，並將結果化為最簡根式：

(1) $\sqrt{\frac{3}{4}}\times\sqrt{\frac{1}{2}}\div\sqrt{\frac{3}{2}}$

$=\sqrt{\frac{3}{4}\times\frac{1}{2}\div\frac{3}{2}}=\sqrt{\frac{3}{4}\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}}=\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$

(2) $(4\sqrt{6}-2)\div\sqrt{2}$

$=\frac{(4\sqrt{6}-2)}{\sqrt{2}}=\frac{(4\sqrt{6}-2)\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$

$=\frac{4\sqrt{6}\times\sqrt{2}-2\times\sqrt{2}}{2}=\frac{4\sqrt{12}-2\sqrt{2}}{2}=\frac{8\sqrt{3}-2\sqrt{2}}{2}$

$=4\sqrt{3}-\sqrt{2}$

P87

在第 1 章所學的乘法公式 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$，$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$，$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 中，當 a、b 是根式時也一樣成立。

搭配習作 P26 基礎題 6(4)

自評 P91 第 5 題 (1)

例 12 **利用完全平方公式化簡根式**

利用 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ 展開 $(3+2\sqrt{5})^2$，並化簡其結果。

解

$(a+b)^2=a^2+2\times a\times b+b^2$

$(3+2\sqrt{5})^2=3^2+2\times 3\times 2\sqrt{5}+(2\sqrt{5})^2$

$=9+12\sqrt{5}+20$

$=29+12\sqrt{5}$

隨堂練習

利用 $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ 展開 $(\sqrt{7}-\sqrt{3})^2$，並化簡其結果。

$(\sqrt{7}-\sqrt{3})^2$

$=(\sqrt{7})^2-2\times\sqrt{7}\times\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2$

$=7-2\sqrt{21}+3$

$=10-2\sqrt{21}$

【Thinking】

1. 分別計算 $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2$ 和 $(\sqrt{5})^2$，並運用此結果判別 $(\sqrt{3}+\sqrt{2})$ 和 $\sqrt{5}$ 是否相等？

   $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2=(\sqrt{3})^2+2\times\sqrt{3}\times\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2=3+2\sqrt{6}+2=5+2\sqrt{6}$

   $(\sqrt{5})^2=5$

   所以 $(\sqrt{3}+\sqrt{2})$ 和 $\sqrt{5}$ 不相等。

2. 分別計算 $(\sqrt{7}-\sqrt{5})^2$ 和 $(\sqrt{2})^2$，並運用此結果判別 $(\sqrt{7}-\sqrt{5})$ 和 $\sqrt{2}$ 是否相等？

   $(\sqrt{7}-\sqrt{5})^2=(\sqrt{7})^2-2\times\sqrt{7}\times\sqrt{5}+(\sqrt{5})^2=7-2\sqrt{35}+5=12-2\sqrt{35}$

   $(\sqrt{2})^2=2$

   所以 $(7-\sqrt{5})$ 和 $\sqrt{2}$ 不相等。

解答：$\sqrt{20}$。（因化簡後不是同類方根）

P88

例 13 利用平方差公式化簡根式　　自評 P92 第 5 題 (2)

利用 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 展開 $(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})$，並化簡其結果。

解

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

$$\begin{aligned}(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})&=3^2-(\sqrt{5})^2\\&=9-5\\&=4\end{aligned}$$

隨堂練習

利用 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 展開 $(\sqrt{3}+\sqrt{5})(\sqrt{3}-\sqrt{5})$，並化簡其結果。

$$\begin{aligned}(\sqrt{3}+\sqrt{5})(\sqrt{3}-\sqrt{5})&=(\sqrt{3})^2-(\sqrt{5})^2\\&=3-5\\&=-2\end{aligned}$$

如果要將 $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$ 化成最簡根式，必須有理化分母。同樣地，化簡 $\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ 也要有理化分母，此時可利用平方差公式，將 $\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ 乘以 $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$，化簡過程如下：

$$\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\frac{1\times(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})\times(\sqrt{5}+\sqrt{3})}=\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2}$$

有理化的好處是：有些根式乍看之下不能合併，但如果可以化為同類方根，便可以進一步合併，也就是將答案化簡。例如：

$$\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}+(\sqrt{5}-\sqrt{3})=\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2}+\frac{2\sqrt{5}-2\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}$$

答案也可表示成 $\frac{3\sqrt{5}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}$。

P89

例 14 利用平方差公式有理化分母　　搭配習作 P26 基礎題 6(6)　自評 P92 第 6 題

利用 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 化簡下列各式：

(1) $\dfrac{3}{\sqrt{7}-2}$　　　(2) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}+\sqrt{5}}$

思路分析

分母是 $(\sqrt{a}-\sqrt{b})$ 時，分母、分子同乘以 $(\sqrt{a}+\sqrt{b})$。

分母是 $(\sqrt{a}+\sqrt{b})$ 時，分母、分子同乘以 $(\sqrt{a}-\sqrt{b})$。

解

(1) $\dfrac{3}{\sqrt{7}-2}=\dfrac{3\times(\sqrt{7}+2)}{(\sqrt{7}-2)\times(\sqrt{7}+2)}$　← 分母、分子同乘以 $(\sqrt{7}+2)$

$=\dfrac{3(\sqrt{7}+2)}{3}$

$=\sqrt{7}+2$

$(\sqrt{7}-2)(\sqrt{7}+2)$
$=(\sqrt{7})^2-2^2$
$=7-4$
$=3$

(2) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}+\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{2}\times(\sqrt{6}-\sqrt{5})}{(\sqrt{6}+\sqrt{5})\times(\sqrt{6}-\sqrt{5})}$　← 分母、分子同乘以 $(\sqrt{6}-\sqrt{5})$

$=\sqrt{2}(\sqrt{6}-\sqrt{5})$

$=\sqrt{12}-\sqrt{10}$

$=2\sqrt{3}-\sqrt{10}$

$(\sqrt{6}+\sqrt{5})(\sqrt{6}-\sqrt{5})$
$=(\sqrt{6})^2-(\sqrt{5})^2$
$=6-5$
$=1$

隨堂練習

利用 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 化簡下列各式：

(1) $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$

$=\dfrac{\sqrt{3}\times(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{(\sqrt{6}-\sqrt{2})(\sqrt{6}+\sqrt{2})}$

$=\dfrac{\sqrt{18}+\sqrt{6}}{4}$

$=\dfrac{3\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$

(2) $\dfrac{1}{\sqrt{3}+2}$

$=\dfrac{1\times(\sqrt{3}-2)}{(\sqrt{3}+2)\times(\sqrt{3}-2)}$

$=\dfrac{\sqrt{3}-2}{-1}$

$=-\sqrt{3}+2$

P90

2-2 重點回顧

❶ 根式的乘法運算

若 $a\geq 0$，$b\geq 0$，則 $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$ 。

例 $\sqrt{5}\times\sqrt{7}=\sqrt{5\times 7}$ 。

❷ 根式的除法運算

若 $a\geq 0$，$b>0$，則 $\sqrt{a}\div\sqrt{b}=\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}=\sqrt{a\div b}$ 。

例 $\sqrt{35}\div\sqrt{7}=\dfrac{\sqrt{35}}{\sqrt{7}}=\sqrt{\dfrac{35}{7}}=\sqrt{35\div 7}=\sqrt{5}$ 。

❸ 最簡根式

形如 $r\sqrt{n}$ 的根式，若 r 是整數或分數，n 是正整數，且將 n 化成標準分解式後，每一個質因數的次方都是 1，則稱 $r\sqrt{n}$ 為最簡根式。

例 $\sqrt{30}$ 、$2\sqrt{15}$ 、$\dfrac{2}{5}\sqrt{6}$ 都是最簡根式。

❹ 同類方根

(1) $\sqrt{a}$ 和 $\sqrt{b}$ 化為最簡根式後，如果根號內的數相同，則 $\sqrt{a}$ 和 $\sqrt{b}$ 稱為同類方根。

例 $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ ，$\sqrt{27}=3\sqrt{3}$ ，所以 $\sqrt{12}$ 和 $\sqrt{27}$ 為同類方根。

(2) 根式做加減運算時，同類方根要合併；不是同類方根就無法合併。

例 $\sqrt{8}+\sqrt{12}+\sqrt{27}=2\sqrt{2}+2\sqrt{3}+3\sqrt{3}=2\sqrt{2}+5\sqrt{3}$ 。

❺ 有理化分母

(1) 若 $a>0$，則化簡分母為 $\sqrt{a}$ 的根式時，可以利用擴分將分母、分子同乘以 $\sqrt{a}$ 。

例 $\dfrac{2}{\sqrt{5}}=\dfrac{2\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$ 。

(2) 若 $a>0$，$b>0$，則化簡分母為 $\sqrt{a}\pm\sqrt{b}$ 、$\sqrt{a}\pm b$ 或 $a\pm\sqrt{b}$ 的根式時，可以利用平方差公式將分母有理化。

例 $\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\dfrac{1\times(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})\times(\sqrt{3}-\sqrt{2})}=\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$ 。

2-2 自我評量

❶ 將下列各式化為最簡根式：

(1) $\sqrt{2^6\times3^4}$ 課 P78 例 4

$=\sqrt{(2^3)^2\times(3^2)^2}$
$=2^3\times3^2$
$=8\times9$
$=72$

(2) $\sqrt{45}$ 課 P78 例 4

$=\sqrt{3^2\times5}$
$=3\sqrt{5}$

(3) $\sqrt{\dfrac{5}{24}}$ 課 P80 例 5

$=\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{24}}$
$=\dfrac{\sqrt{5}}{2\sqrt{6}}$
$=\dfrac{\sqrt{5}\times\sqrt{6}}{2\sqrt{6}\times\sqrt{6}}$
$=\dfrac{\sqrt{30}}{12}$

❷ 計算下列各式，並將結果化為最簡根式： 課 P81 例 6

(1) $\sqrt{18}\times\sqrt{3}$

$=\sqrt{18\times3}$
$=\sqrt{3^2\times2\times3}$
$=3\sqrt{6}$

(2) $\sqrt{\dfrac{125}{4}}\div\sqrt{\dfrac{5}{32}}$

$=\sqrt{\dfrac{125}{4}\div\dfrac{5}{32}}$
$=\sqrt{\dfrac{125}{4}\times\dfrac{32}{5}}$
$=\sqrt{25\times8}$
$=\sqrt{5^2\times2^2\times2}$
$=10\sqrt{2}$

(3) $\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}\div\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$

$=\sqrt{\dfrac{6}{3}}\div\sqrt{\dfrac{3}{5}}$
$=\sqrt{\dfrac{6}{3}\div\dfrac{3}{5}}$
$=\sqrt{\dfrac{6}{3}\times\dfrac{5}{3}}$
$=\dfrac{\sqrt{30}}{3}$

❸ 已知 $\sqrt{87}=a$，$\sqrt{870}=b$，試用 a 或 b 表示下列各數的值。 課 P82 例 7

(1) $\sqrt{870000}=$ <u>$100a$</u>。

$\sqrt{870000}$
$=\sqrt{87\times100^2}$
$=100\sqrt{87}$
$=100a$

(2) $\sqrt{8.7}=$ <u>$\dfrac{b}{10}$</u>。

$\sqrt{8.7}$
$=\sqrt{\dfrac{87}{10}}=\dfrac{\sqrt{87}}{\sqrt{10}}$
$=\dfrac{\sqrt{87}\times\sqrt{10}}{\sqrt{10}\times\sqrt{10}}$
$=\dfrac{\sqrt{870}}{10}$
$=\dfrac{b}{10}$

❹ 計算下列各式，並將結果化為最簡根式： 課 P84 例 9

(1) $\dfrac{3}{\sqrt{3}}+\sqrt{27}$ 課 P84 例 9

$=\dfrac{3\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}+\sqrt{3^3}$

$=\sqrt{3}+3\sqrt{3}$

$=4\sqrt{3}$

(2) $3\sqrt{24}+\sqrt{96}+\sqrt{45}-\sqrt{125}$

$=3\sqrt{2^3\times3}+\sqrt{2^5\times3}+\sqrt{3^2\times5}-\sqrt{5^3}$

$=6\sqrt{6}+4\sqrt{6}+3\sqrt{5}-5\sqrt{5}$

$=10\sqrt{6}-2\sqrt{5}$

(3) $\sqrt{5}(\sqrt{15}+\sqrt{3})$ 課 P85 例 10

$=\sqrt{75}+\sqrt{15}$

$=\sqrt{5^2\times3}+\sqrt{15}$

$=5\sqrt{3}+\sqrt{15}$

(4) $(\sqrt{3}-3\sqrt{2})\div\sqrt{6}$ 課 P86 例 11

$=\dfrac{\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{\sqrt{6}}=\dfrac{(\sqrt{3}-3\sqrt{2})\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}$

$=\dfrac{\sqrt{3}\times\sqrt{6}-3\sqrt{2}\times\sqrt{6}}{6}$

$=\dfrac{\sqrt{18}-3\sqrt{12}}{6}=\dfrac{3\sqrt{2}-6\sqrt{3}}{6}$

$=\dfrac{\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{2}$

❺ 利用乘法公式展開下列各式，並化簡其結果：

(1) $(\sqrt{3}+\sqrt{6})^2$ 課 P87 例 12

$=(\sqrt{3})^2+2\times\sqrt{3}\times\sqrt{6}+(\sqrt{6})^2$

$=3+2\sqrt{18}+6$

$=9+2\sqrt{3^2\times2}$

$=9+6\sqrt{2}$

(2) $(3\sqrt{2}+\sqrt{5})(3\sqrt{2}-\sqrt{5})$ 課 P88 例 13

$=(3\sqrt{2})^2-(\sqrt{5})^2$

$=18-5$

$=13$

❻ 利用乘法公式化簡下列各式： 課 P89 例 14

(1) $\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}-1}$

$=\dfrac{\sqrt{6}\times(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)\times(\sqrt{2}+1)}$

$=\sqrt{12}+\sqrt{6}$

$=2\sqrt{3}+\sqrt{6}$

(2) $\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

$=\dfrac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})\times(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})\times(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$

$=(\sqrt{3})^2-2\times\sqrt{3}\times\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2$

$=3-2\sqrt{6}+2$

$=5-2\sqrt{6}$