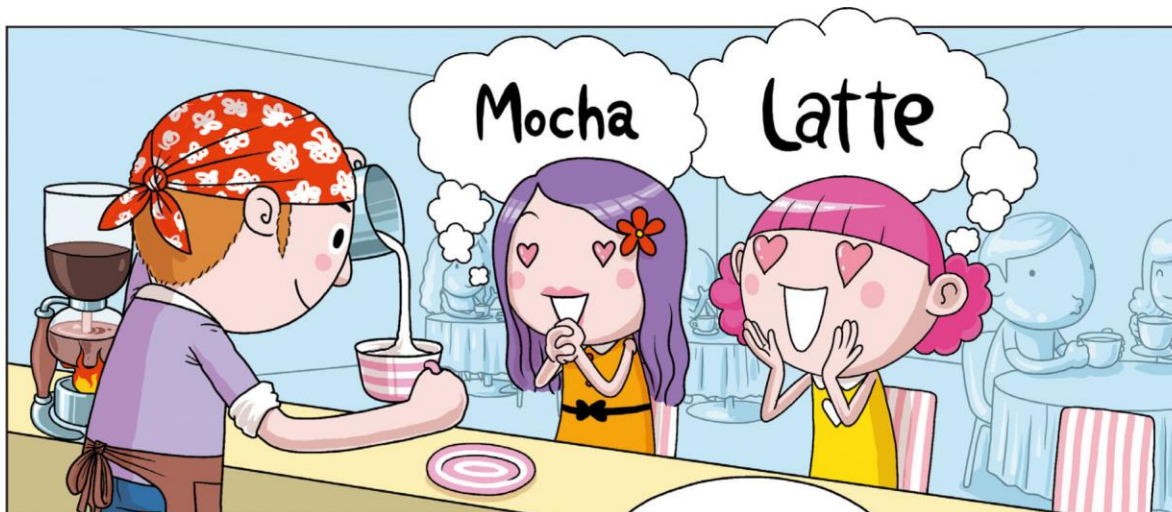


生活中存在許多與比例相關的事物，例如：各種類別的咖啡是由不同比例的成分調配而成；比例尺則是記錄繪製的長度與實際長度的比例。

由於比例是最基本又常見的數量關係，也是後續數學和科學的學習基礎，因此，本章從國小學習過的比值出發，探討比例的應用，並發展正比與反比的概念，對比例做更進一步的認識。





美式咖啡 (Americano)		濃縮咖啡：水 1 : 4
拿鐵 (Caffè Latte)		濃縮咖啡：牛奶：奶泡 1 : 2 : 1
卡布奇諾 (Cappuccino)		濃縮咖啡：牛奶：奶泡 1 : 1 : 1
摩卡 (Caffè Mocha)		濃縮咖啡：巧克力：牛奶：奶泡 1 : 1 : 2 : 1
咖啡歐蕾 (Café Au Lait)		濃縮咖啡：牛奶 1 : 5

■ 濃縮咖啡 ■ 水 ■ 牛奶
■ 奶泡 ■ 巧克力

我要來杯有添加巧克力的摩卡。
 我要牛奶比例多一點的拿鐵。



上面這些咖啡都是依不同比例調配而成，但是這些比例可以根據個人的喜好而改變。調配一杯屬於你自己的專屬咖啡吧！

P98

學習前哨站 本單元為學生自我複習，教師可視班級情況決定如何運用。

回顧① 比與比值

國小6年級

七年三班有男生 15 人，女生 16 人，則：

(1) 男生人數與女生人數比為 15 : 16。

(2) 男生人數與女生人數比值為 $\frac{15}{16}$ 。 ← $15 \div 16 = \frac{15}{16}$ 。

(3) 男生人數是女生人數的 $\frac{15}{16}$ 倍。 ← 由男生與女生的人數比值得知。

課前練習

小欣打籃球，投籃 25 次，投進了 13 次，則

進球次數與投籃次數的比為 13 : 25，比值為 $\frac{13}{25}$ 。

這個比值稱為命中率，以小數表示為 0.52。

回顧② 相等的比

國小6年級

若哥哥的存款有 1200 元，且哥哥與妹妹的存款比是 24 : 17，則妹妹的存款有 元。

因此 $24 : 17 = 1200 : \square$

$\times 50$ ← $1200 \div 24 = 50$

 $\times 50$

$\square = 17 \times 50 = 850$ ，所以妹妹的存款是 850 元。

課前練習

有一個長方形長和寬的比為 8 : 5，已知寬為 45 公分，則長為 72 公分。

解答：1. 13、25、 $\frac{13}{25}$ 、0.52 2. 72

3-1 比例式

1 比與比值

對應能力指標 N-7-9



我們常利用比與比值的概念來表示兩數量之間的關係，例如上述漫畫中，12 包餅乾與 3 包餅乾的比為 12 : 3，其中 12 稱為**前項**，3 稱為**後項**，前項除以後項所得的數稱為**比值**，因此 12 : 3 的比值為 $12 \div 3 = 4$ ，即 12 包餅乾是 3 包餅乾的 4 倍。

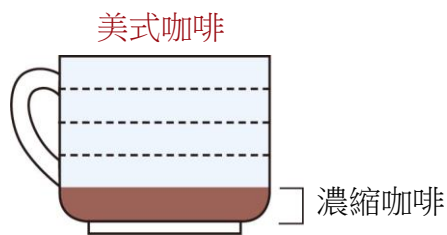
「都不用轉彎的數學道路」，猜一個數學名詞。

P100

咖啡是生活中常見的飲料，章首漫畫中可以看到不同品項的咖啡，其中美式咖啡裡含有 1 份濃縮咖啡的液量與 4 份水的液量。

在一杯美式咖啡中，濃縮咖啡的液量：整杯咖啡的液量為 $1 : (1+4) = 1 : 5$ ，其比值為 $1 \div 5 = \frac{1}{5}$ 。

也就是說，濃縮咖啡的液量是整杯的 $\frac{1}{5}$ 倍。

**隨堂練習**

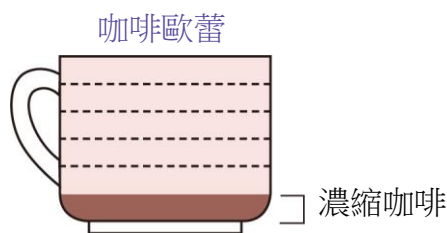
已知一杯咖啡歐蕾裡含有 1 份濃縮咖啡的液量與 5 份牛奶的液量，則：

(1) 一杯咖啡歐蕾中，

牛奶的液量：整杯咖啡歐蕾液量
= 5 : 6。

(2) 牛奶的液量與整杯咖啡歐蕾液量的比值為 $\frac{5}{6}$ 。

(3) 牛奶的液量是整杯咖啡歐蕾液量的 $\frac{5}{6}$ 倍。

**【比與比值】**

a 、 b 兩數的比記為 $a : b$ ，則

(1) a 稱為比的前項， b 稱為比的後項。

(2) $a : b$ 的比值為 $\frac{a}{b}$ ，即 $a \div b$ 的值 ($b \neq 0$)。

(3) 若 $a \div b = k$ ，表示 a 是 b 的 k 倍。

國小時曾學過正數的比值，事實上，我們也可以求負數的比值。

例 1 求比值

求下列各比的比值：

(1) $(-12) : 20$

(2) $2 : 2\frac{2}{5}$

解

(1) $(-12) : 20$ 的比值為

$$\frac{-12}{20} = -\frac{3}{5}。$$

(2) $2 : 2\frac{2}{5}$ 的比值為

$$2 \div 2\frac{2}{5} = 2 \div \frac{12}{5} = 2 \times \frac{5}{12} = \frac{5}{6}。$$

搭配習作 P35 基礎題 1 自評 P116 第 1 題

P101**隨堂練習**

求下列各比的比值：

(1) $26 : 39$

$$\frac{26}{39} = \frac{2}{3}$$

比值為 $\frac{2}{3}$ 。

(2) $2\frac{1}{12} : (-\frac{5}{6})$

$$\begin{aligned} 2\frac{1}{12} \div (-\frac{5}{6}) \\ &= \frac{25}{12} \times (-\frac{6}{5}) \\ &= -\frac{5}{2} \end{aligned}$$

比值為 $-\frac{5}{2}$ 。

(3) $3.4 : 5.1$

$$\begin{aligned} 3.4 \div 5.1 \\ &= \frac{34}{51} \\ &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

比值為 $\frac{2}{3}$ 。

例 2 比值的比較大小

搭配習作 P35 基礎題 2  健體 自評 P116 第 2 題

校慶舉辦師生籃球比賽，學生隊全場三分球出手 20 次，投進 8 次，教師隊全場三分球出手 30 次，投進 12 次，則哪一隊三分球的命中率較高？

（命中率 = 投進次數與投球次數的比值，通常以百分率表示。）

解

學生隊三分球投進次數與投球次數的比是 8 : 20，

比值為 $8 \div 20 = 0.4$ ，即命中率是 40%。

教師隊三分球投進次數與投球次數的比是 12 : 30，

比值為 $12 \div 30 = 0.4$ ，即命中率是 40%。

因此學生隊與教師隊三分球的命中率相同。

隨堂練習

正敏與金鋒參加棒球比賽，正敏在 15 次打擊中，擊出 6 次安打；金鋒在 24 次打擊中，擊出 9 次安打，已知安打數與打擊數的比值稱為打擊率，則：

(1) 正敏和金鋒的打擊率分別是多少？（以小數表示）

(2) 兩人的打擊率誰比較高？

(1) 正敏：安打數與打擊數的比是 6 : 15，

比值為 $6 \div 15 = 0.4$ ，即打擊率是 0.4。

金鋒：安打數與打擊數的比是 9 : 24，

比值為 $9 \div 24 = 0.375$ ，即打擊率是 0.375。

(2) 正敏打擊率較高。

解答：比值（筆直）。

P102

比值相等的兩個比，稱為**相等的比**。在例2中，「8 : 20」與「12 : 30」的比值相等，就稱這兩個比相等，可記成 $8 : 20 = 12 : 30$ 。

由於分數經過約分或擴分後，其值不變。因此可知，

$$\frac{8}{20} = \frac{2}{5} = \frac{12}{30}$$

The diagram illustrates the simplification and expansion of the fraction 8/20. It shows three fractions: 8/20, 2/5, and 12/30, connected by equals signs. Blue arrows indicate the simplification process: 8/20 is simplified to 2/5 by dividing both the numerator and denominator by 4. Green arrows indicate the expansion process: 2/5 is expanded to 12/30 by multiplying both the numerator and denominator by 6.

$$\text{即 } 8 : 20 = 2 : 5 = 12 : 30$$

$$(8 \div 4) : (20 \div 4) = (2 \times 6) : (5 \times 6)$$

因此一個比的前項與後項同除以或同乘以一個不為 0 的數，其比相等。

【相等的比】

已知 $m \neq 0$ ，則

- (1) $a : b = (a \div m) : (b \div m)$ 。
 (2) $a : b = (a \times m) : (b \times m)$ 。

隨堂練習

下列的比中，何者與 40 : 30 相等？在 中打「✓」。

4 : 3

3 : 4

$\frac{4}{3} : 1$

$1 : \frac{3}{4}$

P103

一個比如果前項、後項都是整數，且此兩個整數的絕對值互質，這個比就稱為**最簡整數比**。例如 $2:5$ 與 $(-7):6$ 是最簡整數比； $\frac{1}{3}:2$ 與 $8:18$ 不是最簡整數比。

例 3 最簡整數比

搭配習作 P35 基礎題 3

將下列各比化為最簡整數比：

(1) $52:65$

(2) $\frac{1}{10}:\frac{1}{3}$

(3) $(-2\frac{4}{5}):2\frac{1}{3}$

解

$$(1) 52:65 = (52 \div 13):(65 \div 13) \quad \leftarrow \text{同除以最大公因數 } 13。$$

$$= 4:5$$

$$(2) \frac{1}{10}:\frac{1}{3} = (\frac{1}{10} \times 30):(\frac{1}{3} \times 30) \quad \leftarrow \text{乘以分母的最小公倍數 } 30。$$

$$= 3:10$$

$$(3) (-2\frac{4}{5}):2\frac{1}{3} = (-\frac{14}{5}):\frac{7}{3} \quad \leftarrow \text{先化為假分數。}$$

$$= (-\frac{14}{5} \times 15):(\frac{7}{3} \times 15)$$

$$= (-42):35$$

$$= (-42 \div 7):(35 \div 7)$$

$$= (-6):5$$

隨堂練習

將下列各比化為最簡整數比：

$$(1) 39:(-21)$$

$$= 13:(-7)$$

$$(2) 2.6:0.13$$

$$= 20:1$$

$$(3) \frac{12}{35}:\frac{8}{49}$$

$$= 21:10$$

如果 $a : b$ 與 $c : d$ 是相等的比，則可以記作 $a : b = c : d$ ，像這樣的式子稱為**比例式**。其中， a 和 d 稱為這個比例式的**外項**， b 和 c 稱為這個比例式的**內項**。

以下我們來探索比例式的外項乘積與內項乘積的關係。

【探索活動】外項乘積與內項乘積的關係

寫出下列比例式中的外項乘積與內項乘積，並比較兩者是否相等。

比例式	外項乘積	內項乘積	是否相等
$2 : 5 = 4 : 10$	$2 \times 10 = 20$	$5 \times 4 = 20$	<input checked="" type="checkbox"/> 是 <input type="checkbox"/> 否
$3 : (-4) = (-6) : 8$	$3 \times 8 = 24$	$(-4) \times (-6) = 24$	<input checked="" type="checkbox"/> 是 <input type="checkbox"/> 否
$\frac{1}{2} : \frac{2}{3} = 6 : 8$	$\frac{1}{2} \times 8 = 4$	$\frac{2}{3} \times 6 = 4$	<input checked="" type="checkbox"/> 是 <input type="checkbox"/> 否
$3 : 7 = 3r : 7r \ (r \neq 0)$	$3 \times 7r = 21r$	$7 \times 3r = 21r$	<input checked="" type="checkbox"/> 是 <input type="checkbox"/> 否
$a : b = ar : br \ (r \neq 0)$	$a \times br = abr$	$b \times ar = abr$	<input checked="" type="checkbox"/> 是 <input type="checkbox"/> 否

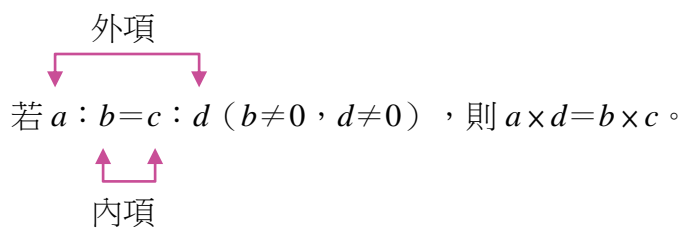
一般而言，當 $a : b = c : d$ ($b \neq 0, d \neq 0$) 以比值的形式表示，可得 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ，

將 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ 的等號兩邊同乘以 $b \times d$ ，

得 $\frac{a}{\cancel{b} \times \cancel{d}} \times (\cancel{b} \times \cancel{d}) = \frac{c}{\cancel{d} \times \cancel{b}} \times (\cancel{b} \times \cancel{d})$ ，

即 $a \times d = b \times c$ 。

【外項乘積 = 內項乘積】



P105**例 4** 外項乘積=內項乘積求下列各比例式中 x 的值：

(1) $3 : 4 = 5 : x$

解

(1) 因為 $3 : 4 = 5 : x$

所以 $3x = 4 \times 5$

$3x = 20$

$x = \frac{20}{3}$

搭配習作 P35 基礎題 4 自評 P116 第 3 題

(2) $(x-3) : 2 = (2x-5) : 3$

(2) 因為 $(x-3) : 2 = (2x-5) : 3$

所以 $3(x-3) = 2(2x-5)$

$3x-9 = 4x-10$

$-x = -1$

$x = 1$

隨堂練習求下列各比例式中 x 的值：

(1) $\frac{5}{4} : \frac{2x}{7} = 7 : 4$

$\frac{5}{4} \times 4 = \frac{2x}{7} \times 7$

$5 = 2x$

$x = \frac{5}{2}$

(2) $(2x-8) : (x+1) = 3 : 4$

$4(2x-8) = 3(x+1)$

$8x-32 = 3x+3$

$5x = 35$

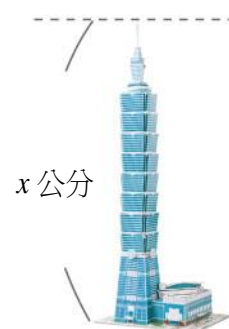
$x = 7$

【補給站】 比例的應用

杰瑞買了一盒臺北 101 的紙模型，如右圖，他想事先知道組合後的高度，是否可以放進高 60 公分的收藏櫃中，但是只知道臺北 101 的真實高度是 508 公尺，且模型外盒標示是 1:1000。於是便依照比例式 $x : 508 = 1 : 1000$ ，算出模型的高是 0.508 公尺 = 50.8 公分，因此可以放進收藏櫃中。



1:1000 紙模型



有兩個學生，一個很活潑，一個很害羞，誰的成績比較好？

P106

若比例式 $x : y = 2 : 3$ ，利用外項乘積 = 內項乘積，得 $3x = 2y$ ，

將左右兩式同時除以 3 與 2 的最小公倍數 $[3, 2] = 6$ ，得 $\frac{3x}{6} = \frac{2y}{6}$ ，即 $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}$ 。

如果設 $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = r$ ， $r \neq 0$ ，則 $\frac{x}{2} = r$ ，得 $x = 2r$ ；

$$\frac{y}{3} = r，得 y = 3r。$$

【比例式的運算性質】

若 m 、 n 都是不為 0 的已知數，則下列三者有相同的意義：

(1) $x : y = m : n$ 。

(2) $\frac{x}{m} = \frac{y}{n}$ 。

(3) $x = mr$ ， $y = nr$ ，其中 $r \neq 0$ 。

例 5 比例式性質的應用

搭配習作 P36 基礎題 5

已知 x 、 y 皆不為 0，且 $\frac{x}{4} = \frac{y}{7}$ ，求 $3x : 4y$ 的最簡整數比。

解

設 $\frac{x}{4} = \frac{y}{7} = r$ ，其中 $r \neq 0$ ，

則 $x = 4r$ ， $y = 7r$ ，

$$\begin{aligned} \text{因此 } 3x : 4y &= (3 \times 4r) : (4 \times 7r) \\ &= 12r : 28r \\ &= 3 : 7 \end{aligned}$$

隨堂練習

已知 x 、 y 皆不為 0，且 $\frac{x}{7} = \frac{y}{10}$ ，求 $4x : 5y$ 的最簡整數比。

設 $\frac{x}{7} = \frac{y}{10} = r$ ，其中 $r \neq 0$ ，則 $x = 7r$ ， $y = 10r$ ，

$$\text{因此 } 4x : 5y = (4 \times 7r) : (5 \times 10r) = 28r : 50r = 14 : 25。$$

P107**例 6** 比例式性質的應用

搭配習作 P36 基礎題 6 自評 P116 第 4 題

已知 x 、 y 皆不為 0，且 $3x=5y$ ，求下列各比的最簡整數比：

(1) $x : y$

(2) $(x+y) : y$

解(1) 將 $3x=5y$ 等號兩邊同時除以 15，

得 $\frac{x}{5} = \frac{y}{3}$ ，

所以 $x : y = 5 : 3$ 。(2) 由 $x : y = 5 : 3$ ，可設 $x=5r$ ， $y=3r$ ，其中 $r \neq 0$ ，則

$$(x+y) : y = (5r+3r) : 3r \\ = 8 : 3$$

隨堂練習已知 x 、 y 皆不為 0，且 $2x=3y$ ，求下列各比的最簡整數比：

(1) $x : y$

(2) $(2x+y) : (3x-y)$

將 $2x=3y$ 等號兩邊同時除以 6，

得 $\frac{x}{3} = \frac{y}{2}$ ，

所以 $x : y = 3 : 2$ 。由 $x : y = 3 : 2$ ，可設 $x=3r$ ， $y=2r$ ，其中 $r \neq 0$ ，則

$$(2x+y) : (3x-y) \\ = (6r+2r) : (9r-2r) = 8r : 7r = 8 : 7$$

例 7 比例式性質的應用

搭配習作 P36 基礎題 7 自評 P117 第 5 題

有兩數 x 、 y ，已知 $x : y = 1 : 3$ ，且 $x+y=24$ ，則 x 、 y 的值為多少？**解**由 $x : y = 1 : 3$ ，可設 $x=r$ ， $y=3r$ ，其中 $r \neq 0$ ，代入 $x+y=24$ ，可得 $r+3r=24$ ， $4r=24$ ， $r=6$ 所以 $x=r=6$ ，

$$y=3r=3 \times 6=18。$$

隨堂練習有兩數 x 、 y ，已知 $x : y = 7 : 5$ ，且 $x-y=18$ ，則 x 、 y 的值為多少？**解**由 $x : y = 7 : 5$ ，可設 $x=7r$ ， $y=5r$ ，其中 $r \neq 0$ ，代入 $x-y=18$ ，可得 $7r-5r=18$ ， $2r=18$ ， $r=9$ 所以 $x=7r=7 \times 9=63$ ， $y=5r=5 \times 9=45$ 。

解答：一樣（外項乘積 = 內項乘積）。

P108**例 8** 比例式性質的綜合應用

自評 P117 第 5 題

已知 $(2x-y):(x+y) = 2:3$ ，求下列各比的最簡整數比。

(1) $x:y$

(2) $2y:(x+y)$

解

(1) $(2x-y):(x+y) = 2:3$

$$3(2x-y) = 2(x+y)$$

$$6x-3y=2x+2y$$

4x=5y，等號兩邊同時除以 20，

$$\text{得 } \frac{x}{5} = \frac{y}{4}，$$

所以 $x:y=5:4$

(2) 由 $x:y=5:4$ ，

可設 $x=5r$ ， $y=4r$ ，其中 $r \neq 0$ ，則

$$2y:(x+y) = (2 \times 4r):(5r+4r)$$

$$= 8r:9r$$

$$= 8:9$$

隨堂練習已知 $(x+y):(x-y) = 5:3$ ，求下列各比的最簡整數比。

(1) $x:y$

$$(x+y):(x-y) = 5:3$$

$$3(x+y) = 5(x-y)$$

$$3x+3y=5x-5y$$

$$2x=8y, x:y=4:1。$$

(2) $3x:(x+2y)$

由 $x:y=4:1$ ，可設 $x=4r$ ， $y=r$ ，其中 $r \neq 0$ ，則

$$3x:(x+2y) = 12r:(4r+2r)$$

$$= 12:6 = 2:1$$

【Thinking】已知 $x:y=2:3$ ，則：(1) 當 $y \neq -1$ 時， $(x+1):(y+1)$ 的比值是否為固定的值？並說明理由。否。設 $x=2r$ ， $y=3r$ ，其中 $r \neq 0$ 。

$$(x+1):(y+1) = (2r+1):(3r+1)$$

當 $r=1$ ， $(x+1):(y+1) = 3:4$ ，比值為 $\frac{3}{4}$ ， $r=2$ ， $(x+1):(y+1) = 5:7$ ，比值為 $\frac{5}{7}$ ，……。(2) 當 $y \neq -3$ 時， $(x+2):(y+3)$ 的比值是否為固定的值？並說明理由。是。設 $x=2r$ ， $y=3r$ ，其中 $r \neq 0$ 。

$$(x+2):(y+3) = (2r+2):(3r+3)$$

$$= 2(r+1):3(r+1) = 2:3$$

比值為 $\frac{2}{3}$ 。

比例在日常生活與科技中有許多廣泛的應用，接下來將學習與比例相關的應用問題。

例 9 生活中的比例應用

已知甲正方形邊長的 2 倍和乙正方形邊長的 5 倍相等，求：

- (1) 甲正方形的周長：乙正方形的周長。
- (2) 若甲正方形周長與乙正方形周長的和為 350 公分，則甲正方形與乙正方形的周長各為多少公分？

解

- (1) 設甲正方形的邊長為 x 公分，乙正方形的邊長為 y 公分。
依題意可得 $2x=5y$ ，則 $x:y=5:2$ ，所以邊長比為 $5:2$ 。
因為正方形的周長等於邊長的 4 倍，所以周長比為 $4x:4y=x:y=5:2$ 。
- (2) 設甲正方形的周長為 $5r$ 公分，乙正方形的周長為 $2r$ 公分，其中 $r \neq 0$ ，則
 $5r+2r=350$ ， $7r=350$ ， $r=50$
所以甲正方形的周長為 $5 \times 50=250$ （公分），
乙正方形的周長為 $2 \times 50=100$ （公分）。

隨堂練習

已知姐姐存款的 3 倍和弟弟存款的 8 倍相等，求：

- (1) 姐姐的存款：弟弟的存款。
- (2) 若姐姐和弟弟共有 2200 元，則姐姐和弟弟的存款各為多少元？
 - (1) 設姐姐的存款為 x 元，弟弟的存款為 y 元。
依題意可得 $3x=8y$ ， $x:y=8:3$ ，所以姐姐的存款：弟弟的存款 = $8:3$ 。
 - (2) 設姐姐的存款為 $8r$ 元，弟弟的存款為 $3r$ 元，其中 $r \neq 0$ ，則
 $8r+3r=2200$ ， $11r=2200$ ， $r=200$ ，
所以姐姐的存款為 $8 \times 200=1600$ （元），
弟弟的存款為 $3 \times 200=600$ （元）。

P110**例 10** 生活中的比例應用

搭配習作 P37 基礎題 9 自評 P117 第 6 題

在 80 公克的水中放入 20 公克的食鹽，完全溶解後，變成 100 公克的食鹽水，則：

- (1) 食鹽與食鹽水的比為何？
- (2) 若取出 30 公克的食鹽水，則其中含有食鹽多少公克？

解

- (1) 食鹽：食鹽水 = 20 : 100 = 1 : 5
- (2) 設 30 公克的食鹽水中，含有食鹽 x 公克，則

$$x : 30 = 1 : 5$$

$$5x = 30$$

$$x = 6$$

所以 30 公克的食鹽水中，含有食鹽 6 公克。

隨堂練習

宥恩從網路上看到調製完美比例的蜂蜜檸檬水方法如下：400c.c. 的冰水加入 5c.c. 的蜂蜜和半顆檸檬。如果宥恩想利用 2000c.c. 的冰水來製作完美比例的蜂蜜檸檬水，則需要蜂蜜多少 c.c.？檸檬多少顆？

設 2000c.c. 的冰水需加入 x c.c. 的蜂蜜和 y 顆的檸檬

因為冰水：蜂蜜 = 400 : 5 = 80 : 1

所以 2000 : x = 80 : 1

$$2000 = 80x$$

$$x = 25 \text{ (c.c.)}$$

因為冰水：檸檬 = 400 : 0.5 = 800 : 1

所以 2000 : y = 800 : 1

$$2000 = 800y$$

$$y = 2.5 \text{ (顆)}$$

所以需要蜂蜜 25c.c.，檸檬 2.5 顆。

P111

不同單位的量有時也可以用比例式來思考。

例如：一輛以均速行駛的車輛，2.5 小時共行駛了 160 公里，則以同樣速率行駛 4 小時可行駛多少公里？

我們可假設 4 小時行駛 x 公里，以比例式 $160 : 2.5 = x : 4$ ，
求解得 $2.5x = 4 \times 160$ ， $x = 256$ （公里）。

例 11 比例尺的計算

搭配習作 P37 基礎題 10 自評 P117 第 7 題

- 如圖，爸爸開車帶著全家旅遊，在電子地圖上知道起點到終點的路徑長約為 4 公分，則他們從起點到終點約行駛多少公里？
- 已知從起點到休息站的路程約 100 公里，若以均速行駛這段距離共花了 80 分鐘，則從休息站到終點的路程以同樣的均速行駛約要多少分鐘？



註：40 公里 表示圖中 1 公分的長度其實際長度為 40 公里。

解

- 設起點到終點的距離為 x 公里，故
 $1 \text{ 公分} : 40 \text{ 公里} = 4 \text{ 公分} : x \text{ 公里}$
 $x = 160$

則從起點到終點約行駛 160 公里。

- 因為休息站到終點還有 $160 - 100 = 60$ （公里），
故可設還需 x 分鐘，
 $100 : 80 = 60 : x$
 $x = 48$

因此從休息站到終點約要 48 分鐘。

距離與時間的比值為速率。



P112

隨堂練習

假日時，博士帶艾美和安琪坐火車去臺灣東部旅遊，如果火車從八堵到花蓮皆為均速行駛，花了 60 分鐘行駛 80 公里後到達羅東，預計還要 96 公里才會抵達花蓮，則：

- (1) 火車從羅東到花蓮行駛的時間是多少分鐘？

設羅東到花蓮行駛 x 分鐘，
 $80 : 60 = 96 : x$ ， $x = 72$ ，
所以行駛 72 分鐘。

- (2) 從羅東到花蓮的路程為 96 公里，若顯示在右邊的地圖上是多少公分？

設在地圖上是 x 公分，故
 $1 \text{ 公分} : 50 \text{ 公里} = x \text{ 公分} : 96 \text{ 公里}$ ， $x = 1.92$
所以在地圖上是 1.92 公分。



【補給站】地圖上的比例尺



比例尺表示地圖與實際距離的比例關係。例如：臺灣第一條高速公路—國道 1 號，在臺中交流道至臺南仁德交流道的實際路程為 150 公里，但在地圖上的路徑長為 3 公分（如下圖），因此地圖上的距離與實際的距離比為

3 公分 : 150 公里 = 3 公分 : 1500000 公分，
其中 3 公分 : 1500000 公分的比值為

$\frac{3}{1500000} = \frac{1}{500000}$ ，這表示地圖上的 1 公分，實際距離是 500000 公分（即 50 公里），

其中 $\frac{1}{500000}$ 就是此地圖的比例尺，可以用

1 : 500000 表示或圖示為 50 公里。



P113**例 12** 比例的應用

搭配習作 P37 基礎題 11 自評 P117 第 8 題

班上原來女生與男生的人數比是 2 : 3。如果有 2 位男同學轉到他校，此時女生與男生的人數比是 3 : 4，則班上原來的女生與男生各有多少人？

解

設班上原有女生 $2r$ 人，男生 $3r$ 人， $r \neq 0$ 。

依題意可得

$$2r : (3r - 2) = 3 : 4$$

$$8r = 9r - 6$$

$$r = 6$$

因此班上原來的女生有 $2r = 2 \times 6 = 12$ (人)，

男生有 $3r = 3 \times 6 = 18$ (人)。

隨堂練習

今年敬宇與父親的年齡比是 1 : 3，若 7 年後敬宇與父親的年齡比是 3 : 7，則敬宇今年幾歲？

設敬宇今年 r 歲，父親今年 $3r$ 歲，其中 $r \neq 0$ 。

$$(r + 7) : (3r + 7) = 3 : 7$$

$$7(r + 7) = 3(3r + 7)$$

$$7r + 49 = 9r + 21$$

$$-2r = -28$$

$$r = 14$$

所以敬宇今年 14 歲。

一列火車從臺北開到高雄，1.5 小時後，這輛列車在什麼地方？

【水質檢驗】

飲用水中的重金屬如果過量，會對身體造成危害，例如：若鉛含量超標，長期飲用恐造成心血管疾病或慢性腎臟病。環保署為了維護民眾用水安全，在 106 年 9 月公布了「保護人體健康的環境基準」，其中重金屬的基準值如下表：

水質項目	重金屬										
	鎳	鉛	六價鉻	砷	總汞	硒	銅	鋅	錳	銀	鎳
基準值（毫克 / 公升）	0.005	0.01	0.05	0.05	0.001	0.01	0.03	0.5	0.05	0.05	0.1

若技術人員在某自來水廠抽驗 600 毫升的自來水得到 0.008 毫克的鉛，對照上表，則這次的抽驗鉛含量合格嗎？（1 公升 = 1000 毫升）

設 600 毫升的自來水中鉛的容許量為 x 毫克，則

$$x : 600 = 0.01 : 1000$$

$$1000x = 600 \times 0.01$$

$$x = 0.006$$

因為 0.008 毫克超過容許量 0.006 毫克，所以此次抽驗鉛含量不合格。

Q 攝入過量的砷會對皮膚、神經系統等造成危害，若技術人員在某自來水廠抽驗 600 毫升的自來水得到 0.02 毫克的砷，對照上表，則這次的抽驗砷含量合格嗎？（1 公升 = 1000 毫升）

設 600 毫升的自來水中砷的容許量為 x 毫克，則

$$x : 600 = 0.05 : 1000$$

$$1000x = 600 \times 0.05$$

$$x = 0.03$$

因為 0.02 毫克沒有超過容許量 0.03 毫克，所以此次抽驗砷含量合格。

3-1 重點回顧

1 比的前項、後項與比值

a 、 b 兩數的比記為 $a:b$ ，則 $1a$ 稱為比的前項， b 稱為比的後項。

(1) a 稱為比的前項， b 稱為比的後項。

(2) $a:b$ 的比值為 $\frac{a}{b}$ ，即 $a \div b$ 的值 ($b \neq 0$)。

(3) 若 $a \div b = k$ ，表示 a 是 b 的 k 倍。

例 $3:7$ 的前項是 3，後項是 7，比值是 $\frac{3}{7}$ ，表示 3 是 7 的 $\frac{3}{7}$ 倍。

2 相等的比

比值相等的兩個比稱為相等的比。

例 $6:10$ 與 $9:15$ 的比值皆為 $\frac{3}{5}$ ，可稱這兩個比為相等的比，
記為 $6:10=9:15$ 。

3 最簡整數比

一個比如果前項、後項都是整數，且此兩個整數的絕對值互質，這個比就稱為最簡整數比。

例 $8:5$ 是最簡整數比， $6:8$ 不是最簡整數比。

4 比例式

若 $a:b$ 和 $c:d$ 的比值相等，則 $a:b=c:d$ ，稱為比例式。其中， a 和 d 稱為比例式的外項， b 和 c 稱為比例式的內項。

5 外項乘積 = 內項乘積

比例式的外項乘積等於內項乘積，即若 $a:b=c:d$ ($b \neq 0, d \neq 0$)，則 $a \times d = b \times c$ 。

例

	$2 \times 9 = 3 \times 6$ (外項乘積) (內項乘積)
--	--

6 比例式的運算性質

若 m 、 n 都是不為 0 的已知數，則下列三者有相同的意義：

(1) $x:y=m:n$ (2) $\frac{x}{m} = \frac{y}{n}$ (3) $x=mr, y=nr$ ，其中 $r \neq 0$ 。

例 下列三者有相同的意義：

(1) $x:y=4:9$ (2) $\frac{x}{4} = \frac{y}{9}$ (3) $x=4r, y=9r$ ，其中 $r \neq 0$ 。

解答：鐵軌上。

P116**3-1 自我評量**

① 求下列各比的比值：

課 P100 例 1

(1) $3\frac{1}{5} : (-4)$

(2) $9.1 : 3.9$

$$3\frac{1}{5} \div (-4) = \frac{16}{5} \times \left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{4}{5} \quad 9.1 \div 3.9 = \frac{91}{39} = \frac{7}{3}$$

比值為 $-\frac{4}{5}$

比值為 $\frac{7}{3}$

② 某球員在一季的籃球賽中，兩分球共投籃 1800 次，且投進 720 次，則兩分球的命中率是多少？（命中率 = 投進次數與投球次數的比值，通常以百分率表示。）

課 P101 例 2

投進次數與投球次數的比是 720 : 1800，

比值為 $720 \div 1800 = 0.4$ ，即命中率是 40%。

答：40%。

③ 求下列各比例式中 x 的值：

課 P105 例 4

(1) $24 : x = 2 : 7$

(2) $(x-1) : 3 = (x+1) : 6$

$$24 \times 7 = 2x$$

$$6(x-1) = 3(x+1)$$

$$x = 84$$

$$6x - 6 = 3x + 3$$

$$3x = 9$$

$$x = 3$$

④ 已知 x 、 y 皆不為 0，且 $5x = 2y$ ，求下列各比的最簡整數比：

課 P107 例 6

(1) $x : y$

(2) $(2x-3y) : (4x+y)$

$5x = 2y$ 等號兩邊同除以 10，

設 $x = 2r$ ， $y = 5r$ ，其中 $r \neq 0$ ，則

$$\text{得 } \frac{x}{2} = \frac{y}{5}，$$

$$(2x-3y) : (4x+y)$$

$$= (4r-15r) : (8r+5r)$$

所以 $x : y = 2 : 5$ 。

$$= -11 : 13$$

P117

- 5 已知 $(2x+3y):(x-y) = 9:2$ ，求：

課 P107、108 例 7、8

(1) $x:y$ 的最簡整數比。

$$2(2x+3y) = 9(x-y)$$

$$4x+6y=9x-9y$$

$$-5x = -15y$$

$$x:y=3:1$$

(2) 若 $x+2y=20$ ，則 $x、y$ 的值各是多少？

$$\text{由 } x:y=3:1$$

$$\text{可設 } x=3r, y=r, \text{ 其中 } r \neq 0,$$

$$\text{代入 } x+2y=20,$$

$$\text{可得 } 3r+2r=20, 5r=20, r=4$$

$$\text{所以 } x=3r=12, y=r=4。$$

- 6 小明在 300 毫升的牛奶中放入 6 匙巧克力粉，調製成巧克力牛奶，他想調製一樣濃的巧克力牛奶跟家人分享，則要在 1000 毫升的牛奶中放入幾匙相同的巧克力粉呢？

課 P110 例 10

設需放入 x 匙的巧克力粉。

$$300:6=1000:x$$

$$300x=6000$$

$$x=20$$

答：20 匙。

課 P111 例 11

- 7 在比例尺 1:500000 的地圖上，某市兩區公所的直線距離是 18 公分，則實際的直線距離是多少公里？（1 公里=1000 公尺；1 公尺=100 公分）

設實際直線距離是 x 公分。

$$18:x=1:500000$$

$$x=9000000$$

$$9000000 \text{ 公分} = 90 \text{ 公里}$$

答：90 公里。

- 8 已知某一節捷運車廂原本男生與女生的人數比為 7:5，抵達某站後，有 3 位男生上車，3 位女生下車，此時男生與女生的人數比為 2:1，則此節車廂現有多少人？

課 P113 例 12

設原本男生 $7r$ 人，女生 $5r$ 人， $r \neq 0$ 。

$$(7r+3):(5r-3)=2:1$$

$$7r+3=10r-6, 9=3r, r=3$$

所以原本男生 21 人，女生 15 人。

現有男生 $21+3=24$ (人)，女生 $15-3=12$ (人)，共有 $24+12=36$ (人)。

答：36 人。