

P154

4-2 解一元一次不等式及其應用

1 解一元一次不等式

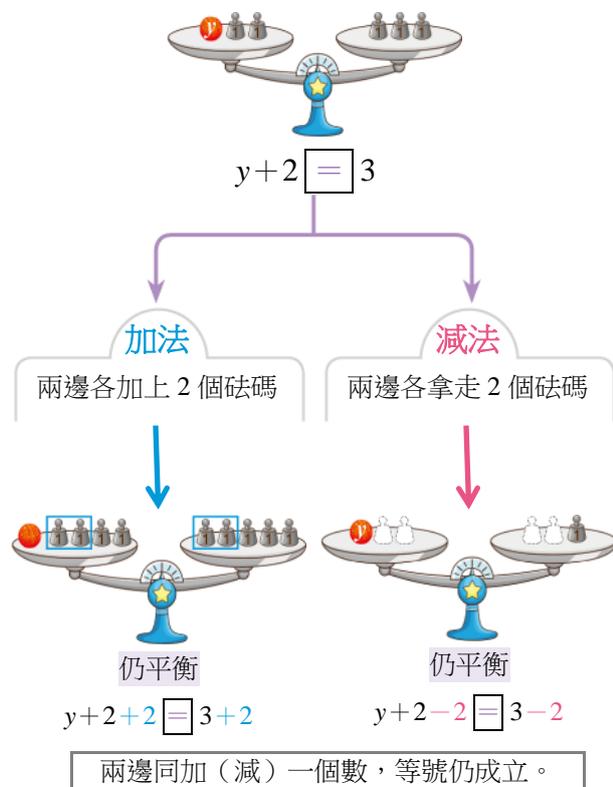
對應能力指標 A-7-8

我們曾利用等量公理與移項法則來解一元一次方程式，接下來將利用此概念來解一元一次不等式。

▶ 不等式的加減運算

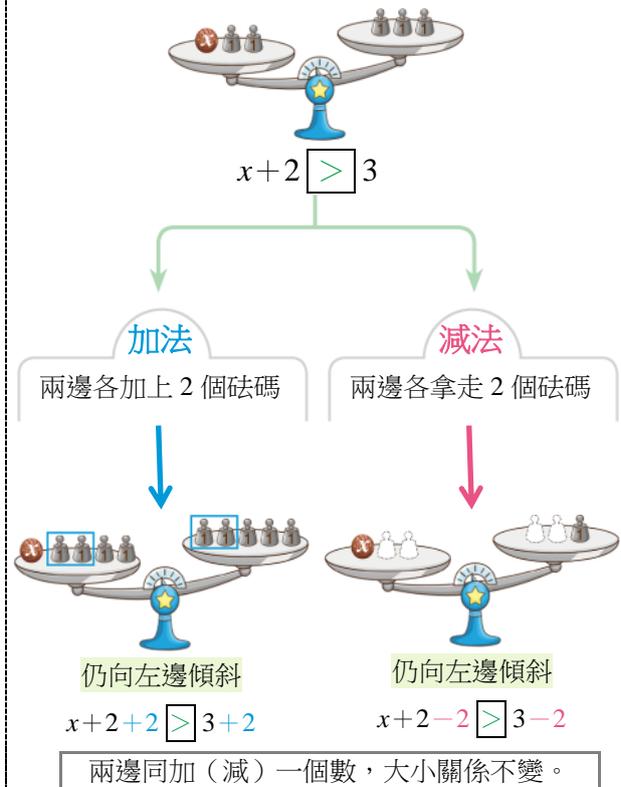
等式

在天平的左右兩邊，分別放上巧克力（每塊 y 公克）與砝碼（每個 1 公克），天平剛好平衡。



不等式

在天平的左右兩邊，分別放上巧克力（每塊 x 公克）與砝碼（每個 1 公克），因為左邊比較重，天平向左邊傾斜。



P155

由前面的說明可以得到，不等號的兩邊若同時加上或同時減去一個數，不等號的兩邊大小關係不變。

【不等式的加減運算性質】

將不等號的兩邊同時加上或減去一個數，其大小關係不變。

即如果 $a > b$ ， c 為任意數，則(1) $a + c > b + c$ ，

$$(2) a - c > b - c。$$

對於 $a < b$ 、 $a \leq b$ 或 $a \geq b$ 時，同時加（或減）任意數 c 後，不等號兩邊的大小關係仍然不變。

找出滿足一元一次不等式中所有解的過程，稱為解一元一次不等式。通常一元一次不等式的解可能不是只有一個，而是一個範圍，求解的時候須呈現不等式所有的解，我們以前頁天平為例，利用不等式的加減運算性質來比較方程式與不等式的解法。

解方程式

$$\begin{aligned} y + 2 &= 3 \\ y + 2 - 2 &= 3 - 2 \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{等號兩邊} \\ \text{同減 2。} \end{array} \right. \\ y &= 1 \end{aligned}$$

解不等式

$$\begin{aligned} x + 2 &> 3 \\ x + 2 - 2 &> 3 - 2 \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{不等號兩} \\ \text{邊同減 2。} \end{array} \right. \\ x &> 1 \end{aligned}$$

隨堂練習

在下列各小題中填入適當的不等號：

$$\begin{aligned} (1) \quad x - 4 &< 7 \\ x - 4 + 4 &< 7 + 4 \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{不等號兩邊} \\ \text{同加 4。} \end{array} \right. \\ \text{即} \quad x &< 11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad x + 2 &\geq -5 \\ x + 2 - 2 &\geq -5 - 2 \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{不等號兩邊} \\ \text{同減 2。} \end{array} \right. \\ \text{即} \quad x &\geq -7 \end{aligned}$$

P156

如同解方程式一樣，我們也可以利用移項法則解不等式，方法如下：

解方程式

$$\begin{array}{l}
 y-2 = -3 \\
 y = -3+2 \\
 y = -1
 \end{array}$$

「-2」移到等號另一邊變成「+2」。

解不等式

$$\begin{array}{l}
 x-2 < -3 \\
 x < -3+2 \\
 x < -1
 \end{array}$$

「-2」移到不等號另一邊變成「+2」。

【不等式的移項法則】

在不等式的運算中，將式子中的項從不等號的一邊移到另一邊時，須改變其運算符號，亦即+變成-（-變成+）。

例 1 利用移項法則解不等式

自評 P172 第 1 題

利用移項法則解下列各不等式：

(1) $x+2 < -5$

(2) $x-3 \geq 10$

解

$$\begin{array}{l}
 (1) x+2 < -5 \\
 x < -5-2 \\
 \text{得 } x < -7
 \end{array}$$

「2」移到不等號另一邊變成「-2」

$$\begin{array}{l}
 (2) x-3 \geq 10 \\
 x \geq 10+3 \\
 \text{得 } x \geq 13
 \end{array}$$

「-3」移到不等號另一邊變成「+3」。

隨堂練習

利用移項法則解下列各不等式：

(1) $x-2 \geq 4$

(2) $x+3 < -5$

$x \geq 4+2$

$x < -5-3$

$x \geq 6$

$x < -8$

P157**▶ 不等式的乘除運算****① 兩邊同乘或除以一個正數**

在不等號的兩邊同乘或除以一個**正數**，兩邊的大小關係是否會改變？我們利用**探索活動**來說明。

【探索活動】 不等號兩邊的大小關係

在下列空格中填入適當的不等號：

原不等式		新不等式
$11 > 4$	不等號的兩邊同乘以 4 	$11 \times 4 \underline{>} 4 \times 4$
$-7 < -2$		$-7 \times 4 \underline{<} -2 \times 4$
$8 > -12$	不等號的兩邊同除以 4 	$8 \div 4 \underline{>} -12 \div 4$
$-20 < -16$		$-20 \div 4 \underline{<} -16 \div 4$

由**探索活動**可發現：將不等號的兩邊同乘或除以一個正數，其大小關係不變。

【不等式的乘除法運算性質一：不等號的兩邊同乘或除以一個正數】

將不等號的兩邊同乘或除以一個正數，其大小關係不變。

即(1) 當 $a > b$ 時，如果 $c > 0$ ，則 $a \times c > b \times c$ 。

(2) 當 $a > b$ 時，如果 $c > 0$ ，則 $a \div c > b \div c$ ，即 $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ 。

對於 $a < b$ 、 $a \geq b$ 或 $a \leq b$ 時，同乘或除以一個正數後，不等號兩邊的大小關係仍然不變。

隨堂練習

在下列各小題中填入適當的不等號：

(1) $2x > 6$  不等號的兩邊
 $x \underline{>} 3$  同時除以 2。

(2) $\frac{1}{2}x \leq -5$  不等號的兩邊
 $x \underline{\leq} -10$  同時乘以 2。

P158**② 兩邊同乘或除以一個負數**

在不等號的兩邊同乘或除以一個**負數**，兩邊的大小關係是否會改變？我們利用**探索活動**來說明。

【探索活動】不等號兩邊的大小關係

在下列空格中填入適當的不等號：

原不等式		新不等式
$11 > 4$	不等號的兩邊同乘以 -5	$11 \times (-5) \underline{<} 4 \times (-5)$
$-7 < -2$		$-7 \times (-5) \underline{>} -2 \times (-5)$
$15 > -5$	不等號的兩邊同除以 -5	$15 \div (-5) \underline{<} -5 \div (-5)$
$-40 < -20$		$-40 \div (-5) \underline{>} -20 \div (-5)$

由**探索活動**可發現：將不等號的兩邊同乘或除以一個負數，其大小關係相反。

【不等式的乘除法運算性質二：不等號的兩邊同乘或除以一個負數】

將不等號的兩邊同乘或除以一個負數，其大小關係相反。

即(1) 當 $a > b$ 時，如果 $c < 0$ ，則 $a \times c < b \times c$ 。

(2) 當 $a > b$ 時，如果 $c < 0$ ，則 $a \div c < b \div c$ ，即 $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ 。

對於 $a < b$ 、 $a \geq b$ 或 $a \leq b$ 時，同乘或除以一個負數後，不等號兩邊的大小關係相反。

隨堂練習

在下列各小題中填入適當的不等號：

(1) $-2x > 6$  不等號的兩邊
 $x \underline{<} 3$  同除以 -2 。

(2) $-\frac{1}{2}x \leq -5$  不等號的兩邊
 $x \underline{\geq} -10$  同乘以 -2 。

P159**例 2** 同乘或除以正數解不等式

自評 P172 第 1 題

解下列各不等式，並在數線上圖示其解：

(1) $\frac{1}{4}x \leq 1$

(2) $5x > 7$

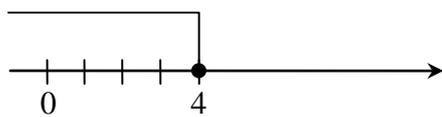
解

(1) $\frac{1}{4}x \leq 1$

$\frac{1}{4}x \times 4 \leq 1 \times 4$

得 $x \leq 4$

其解圖示如下：

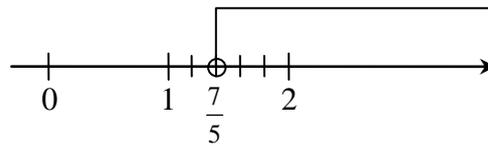


(2) $5x > 7$

$\frac{5x}{5} > \frac{7}{5}$

得 $x > \frac{7}{5}$

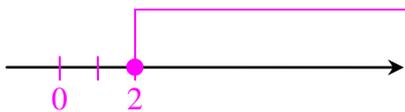
其解圖示如下：

**隨堂練習**

解下列各不等式，並在數線上圖示其解：

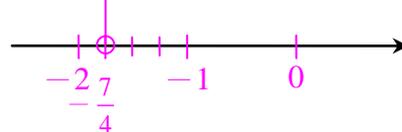
(1) $\frac{1}{5}x \geq 0.4$

$x \geq 2$



(2) $4x < -7$

$x < -\frac{7}{4}$



P160**例 3** 同乘或除以負數解不等式

自評 P172 第 1 題

解下列各不等式，並在數線上圖示其解：

(1) $-\frac{1}{3}x < 2$

(2) $-2x \geq 8$

解

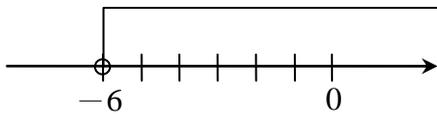
(1) $-\frac{1}{3}x < 2$

$(-\frac{1}{3}x) \times (-3) > 2 \times (-3)$

同乘以 -3
(負數)。

得 $x > -6$

其解圖示如下：

不等號的兩邊同乘以負數，不等號兩邊的大小關係相反，即「 $<$ 」變成「 $>$ 」。

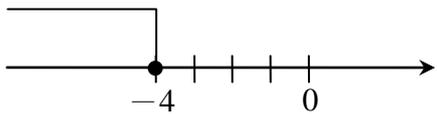
(2) $-2x \geq 8$

$\frac{-2x}{-2} \leq \frac{8}{-2}$

同除以 -2
(負數)。

得 $x \leq -4$

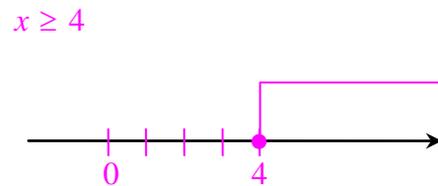
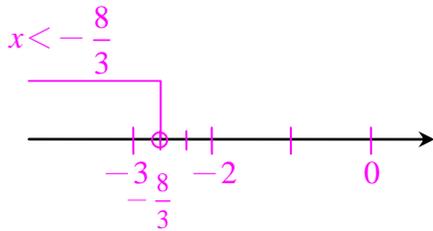
其解圖示如下：

不等號的兩邊同除以負數，不等號兩邊的大小關係相反，即「 \geq 」變成「 \leq 」。**隨堂練習**

解下列各不等式，並在數線上圖示其解：

(1) $-\frac{3}{4}x > 2$

(2) $-3x \leq -12$



P161**例 4** 等量運算與移項法則

搭配習作 P54 基礎題 1、2(1) 自評 P172 第 1 題

解不等式 $7x - 5 \leq 5x + 1$ ，並在數線上圖示其解。**解****等量運算**

$$7x - 5 \leq 5x + 1$$

↓ 不等號的兩邊同減 $5x$

$$7x - 5 - 5x \leq 5x + 1 - 5x$$

↓ 整理

$$2x - 5 \leq 1$$

↓ 不等號的兩邊同加 5

$$2x - 5 + 5 \leq 1 + 5$$

↓ 整理

$$2x \leq 6$$

↓ 不等號的兩邊同除以 2

$$x \leq 3$$

移項法則

$$7x - 5 \leq 5x + 1$$

$$7x - 5x - 5 \leq 1$$

↓ 整理

$$2x - 5 \leq 1$$

$$2x \leq 1 + 5$$

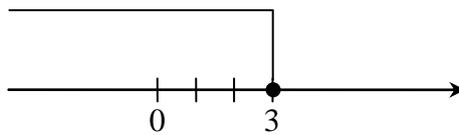
↓ 整理

$$2x \leq 6$$

↓ 不等號的兩邊同除以 2

$$x \leq 3$$

其解圖示如右：

**隨堂練習**

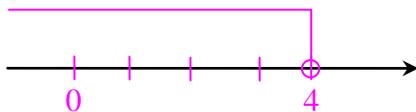
解下列各不等式，並在數線上圖示其解：

(1) $5x - 7 < 2x + 5$

$$5x - 2x < 5 + 7$$

$$3x < 12$$

$$x < 4$$

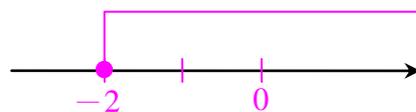


(2) $6x + 11 \geq 2x + 3$

$$6x - 2x \geq 3 - 11$$

$$4x \geq -8$$

$$x \geq -2$$

「聞 $\times 100 < 見 \times 1$ 」，猜一句六個字的成語。

P162**例 5** 同乘、除以負數解不等式

搭配習作 P54 基礎題 2(2) 自評 P172 第 2 題

解下列各不等式：

(1) $3x + 7 \leq 8x + 11$

(2) $-\frac{1}{2}x + 5 > 8 - \frac{1}{4}x$

解

(1) $3x + 7 \leq 8x + 11$

$$3x - 8x \leq 11 - 7$$

$$-5x \leq 4$$

$$\text{得 } x \geq -\frac{4}{5}$$

同除以 -5
(負數)。

(2) $-\frac{1}{2}x + 5 > 8 - \frac{1}{4}x$

$$-2x + 20 > 32 - x$$

$$-2x + x > 32 - 20$$

$$-x > 12$$

$$\text{得 } x < -12$$

同乘以 -1
(負數)。

不等號的兩邊同除以負數，則
「 \leq 」變成「 \geq 」。



不等號的兩邊同乘以負數，則
「 $>$ 」變成「 $<$ 」。

**隨堂練習**解不等式 $4x - 3 < 7x + 12$ 。

$$4x - 3 < 7x + 12$$

$$4x - 7x < 12 + 3$$

$$-3x < 15$$

$$x > -5$$

P163

在不等式的解題過程中，通常會將含 x 的部分，全部移項至不等號的左邊，但有時也可以將含 x 的部分，全部移項至不等號的右邊，使得 x 項的係數為正。例如：

$$\begin{array}{l}
 3x+7 \leq 8x+11 \\
 \hline
 -11+7 \leq 8x-3x \\
 -4 \leq 5x \\
 \text{即 } 5x \geq -4 \\
 \text{得 } x \geq -\frac{4}{5}
 \end{array}$$

移項。
使 x 項係數為正。

隨堂練習

1. 在下列空格中填入適當的答案，完成不等式的解題：

解不等式 $4x-3 > 7x+9$

移項可得 $-9-3 > 7x-4x$

$$-12 > 3x$$

即 $3x < -12$

得 $x < -4$

2. 解不等式 $8 > 2+3x$ 。

$$\begin{array}{l}
 8 > 2+3x \\
 8-2 > 3x \\
 6 > 3x \\
 \text{即 } 3x < 6 \\
 x < 2
 \end{array}$$

解答：百聞不如一見。

P164**例 6** 展開後移項解不等式

配合習作 P54 基礎題 2(3) 自評 P172 第 2 題

解下列各不等式：

(1) $5(x+3) < 4(3x-1) + 5$

(2) $3(2x-1) - 4(x-2) \geq 8$

解

(1) $5(x+3) < 4(3x-1) + 5$

$5x+15 < 12x-4+5$

$5x+15 < 12x+1$

$5x-12x < 1-15$

$-7x < -14$

得

$x > 2$

同除以 -7 (負數)。

(2) $3(2x-1) - 4(x-2) \geq 8$

$6x-3-4x+8 \geq 8$

$2x+5 \geq 8$

$2x \geq 3$

得

$x \geq \frac{3}{2}$

同除以 2 (正數)。

展開後，也可將未知數移至不等號的右邊：

$5x+15 < 12x+1$

$15-1 < 12x-5x$

$14 < 7x$

即 $7x > 14$

$x > 2$

隨堂練習

解下列各不等式：

(1) $4(x-5) - 2(3x+1) > 0$

$4x-20-6x-2 > 0$

$-2x-22 > 0$

$-2x > 22$

$x < -11$

(2) $3(2x+7) - 10 \leq 2(5x-1) + 5$

$6x+21-10 \leq 10x-2+5$

$6x+11 \leq 10x+3$

$6x-10x \leq 3-11$

$-4x \leq -8$

$x \geq 2$

P165**例 7** 分數型不等式

搭配習作 P54 基礎題 2(4) 自評 P172 第 2 題

解不等式 $\frac{1}{2}(x+3) - (x-2) \leq 3$ 。**解一**

$$\frac{1}{2}(x+3) - (x-2) \leq 3$$

$$\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} - x + 2 \leq 3$$

$$-\frac{1}{2}x + \frac{7}{2} \leq 3$$

$$-\frac{1}{2}x \leq -\frac{1}{2} \quad \left. \begin{array}{l} \phantom{-\frac{1}{2}x} \\ \phantom{-\frac{1}{2}x} \end{array} \right\} \text{同乘以 } -2 \text{ (負數)。$$

得

$$x \geq 1$$

解二

$$\frac{1}{2}(x+3) - (x-2) \leq 3 \quad \left. \begin{array}{l} \phantom{\frac{1}{2}(x+3)} \\ \phantom{\frac{1}{2}(x+3)} \end{array} \right\} \text{同乘以 } 2 \text{ (正數)。$$

$$(x+3) - 2(x-2) \leq 6$$

$$x+3-2x+4 \leq 6$$

$$-x+7 \leq 6$$

$$-x \leq -1 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \text{同除以 } -1 \text{ (負數)。$$

得

$$x \geq 1$$

隨堂練習

解下列各不等式：

(1) $\frac{1}{4}(x-1) < \frac{1}{3}(x+2) - 1$

$3(x-1) < 4(x+2) - 12$

$3x-3 < 4x+8-12$

$3x-4x < 8-12+3$

$-x < -1$

$x > 1$

(2) $\frac{3x+6}{2} \geq \frac{8x+24}{2}$

$5(3x+6) \geq 2(8x+24)$

$15x+30 \geq 16x+48$

$15x-16x \geq 48-30$

$-x \geq 18$

$x \leq -18$

P166

2 一元一次不等式的應用

對應能力指標 A-7-7、A-7-8

解一元一次不等式的應用問題時，先依題意假設適當的未知數來列不等式，接著解不等式，然後檢驗所有解是否都符合題意。

例 8 不等式整數解的應用 搭配習作 P54、55 基礎題 3、4 自評 P172 第 3 題

在熊貓購物網上，鉛筆盒一個 100 元，原子筆一支 17 元，且消費金額滿 499 元免運費。如果洛基先選購了一個鉛筆盒，則他至少需再購買多少支原子筆才可以免運費？



解

設需再選購 x 支原子筆，

依題意可列出一元一次不等式 $100 + 17x \geq 499$ 。

解不等式 $100 + 17x \geq 499$

$$17x \geq 399$$

$$x \geq \frac{399}{17} = 23 \frac{8}{17}$$

所以洛基至少需再購買 24 支原子筆才可以免運費。

隨堂練習

威利幫班上同學訂購飲料，打電話得知珍珠奶茶只剩 3 杯，除了預訂 3 杯珍珠奶茶以外，他至少要再訂多少杯茉香奶茶才可以達到外送的要求？

設再訂 x 杯茉香奶茶，

依題意可列出一元一次不等式 $3 \times 40 + 35x \geq 300$ 。

解不等式 $3 \times 40 + 35x \geq 300$

$$35x \geq 180$$

$$x \geq \frac{180}{35} = \frac{36}{7} = 5 \frac{1}{7}$$

所以至少要再訂 6 杯茉香奶茶才可以達到外送的要求。



P167**例 9** 不等式整數解的應用

右圖為某餐廳的價目表，開幕日全面九折。當天鈺凱點了橙汁雞丁飯後，還想再點一份 x 元的餐點，且兩份餐點的總花費不超過 200 元，則第二份餐點可以有幾種選擇？

搭配習作 P55 基礎題 5 自評 P173 第 4 題

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
藥膳養生粥	蕃茄蛋炒飯	鳳梨蛋炒飯	酥炸排骨飯	和風燒肉飯	蔬菜海鮮麵	香脆炸雞飯	清蒸鱈魚飯	香烤鯛魚飯	紅燒牛腩麵	橙汁雞丁飯	白酒蛤蜊麵	海鮮墨魚麵	嫩烤豬腳飯
60	70	70	80	80	90	90	100	100	110	120	120	140	150
元	元	元	元	元	元	元	元	元	元	元	元	元	元
													

解

依題意可列出一元一次不等式

$$(120 + x) \times 0.9 \leq 200。$$

解不等式 $(120 + x) \times 0.9 \leq 200$

$$108 + 0.9x \leq 200$$

$$0.9x \leq 92$$

$$9x \leq 920$$

$$x \leq \frac{920}{9} = 102\frac{2}{9}$$

所以第二份餐點價格需小於或等於 102 元，

由價目表可知，共有 ① ~ ⑨，9 種選擇。

隨堂練習

自評 P173 第 5 題

某中學老師和學生共 400 人一起參加校外教學，已知該校有 4 輛校車，每輛可載 35 人，若另外加租每輛可載 40 人的遊覽車若干輛，則最少要租多少輛遊覽車才可載完所有師生？

設租 x 輛遊覽車，依題意可列出不等式 $4 \times 35 + 40x \geq 400$ 。

解不等式 $4 \times 35 + 40x \geq 400$ ， $140 + 40x \geq 400$ ， $40x \geq 400 - 140$

$$40x \geq 260, x \geq \frac{260}{40} = \frac{13}{2} = 6\frac{1}{2}$$

所以最少要租 7 輛遊覽車，才可載完所有師生。

P168**例 10** 不等式整數解的應用

配合習作 P55 基礎題 6 自評 P173 第 6 題

8 個未滿 60 歲的大人，帶一群國中生去遊樂園玩。看了票價後，中祥說：「依照大人 1 人 600 元，學生 1 人 500 元購票。」大慶卻說：「雖然我們不到 20 人，但買 20 人的團體票比較便宜耶！」大家發現大慶確實講得比較有道理，則這群人中至少有幾位學生？

售票處	
全票	600 元 → 18 歲以上 (含) 成人
學生票	500 元 → 13 歲以上 (含) 未滿 18 歲青少年或憑學生證購票入場
兒童票	300 元 → 未滿 13 歲兒童
博愛票	300 元 → 65 歲以上 (含) 長者
備註： 人數 20 人以上 (含)，可購買團體票，按全票打 8 折。	

解

設總共有學生 x 人，依題意可列出不等式 $600 \times 80\% \times 20 < 600 \times 8 + 500 \times x$ 。

解不等式得 $9600 < 4800 + 500x$

$$500x > 4800$$

$$x > \frac{48}{5} = 9\frac{3}{5}$$

所以最少有 10 位學生。

隨堂練習

科學館入場券每張 100 元，若買 10 張 (含) 以上，票價打七五折；某團體不足 10 人，用折價買 10 張入場券，比依實際人數買票還便宜，則此團體可能有多少人？

設有 x 人，依題意可列出不等式 $100x > 100 \times 10 \times 75\%$

$$100x > 750, x > \frac{750}{100}, x > 7.5$$

所以此團體可能有 8 或 9 人。

P169**例 11**  生活中不等式的應用

世界衛生組織建議以身體質量指數 (*Body Mass Index*, BMI) 來衡量肥胖程度，計算公式為 $BMI = \frac{\text{體重}}{\text{身高}^2}$ (體重單位：公斤；身高單位：公尺)。衛福部建議

13 歲男、女生的 BMI 應維持在 15.7~21.9 之間，BMI 過小或過大都表示不夠健康。利用計算機計算，並回答下列問題：

- (1) 小倩的身高是 158 公分，體重是 52 公斤，小倩的 BMI 是多少？(四捨五入取至小數點後第一位)
- (2) 鎮宇的身高是 170 公分，體重不超過多少公斤時，BMI 才會在 21.9 以下(含)？

解

- (1) 小倩的身高是 158 公分，等於 1.58 公尺，體重是 52 公斤，

$$\frac{52}{1.58^2} = 20.82999519 \cdots \approx 20.8,$$

所以小倩的 BMI 是 20.8。

- (2) 設鎮宇的體重是 x 公斤，因為身高是 170 公分，等於 1.7 公尺，

依題意可列出不等式 $\frac{x}{1.7^2} \leq 21.9$ 。

$$\text{解不等式 } \frac{x}{1.7^2} \leq 21.9$$

$$x \leq 21.9 \times 1.7^2$$

$$x \leq 63.291$$

所以鎮宇的體重不超過 63.291 公斤時，他的 BMI 才會在 21.9 以下(含)。

隨堂練習 

欣慧的身高是 160 公分，體重至少要多少公斤，BMI 才會在 15.7 以上(含)？(可利用計算機計算)

設欣慧的體重是 x 公斤，因為身高是 160 公分，等於 1.6 公尺，

依題意可列出不等式 $\frac{x}{1.6^2} \geq 15.7$

$$\text{解不等式 } \frac{x}{1.6^2} \geq 15.7$$

$$x \geq 15.7 \times 1.6^2$$

$$x \geq 40.192$$

所以欣慧的體重至少要 40.192 公斤，她的 BMI 才會在 15.7 以上(含)。

P170

超乎想像的塑膠吸管垃圾

2015 年，一段塑膠吸管卡在海龜鼻子的影片引發大眾矚目。畫面中，工作人員試圖將卡在海龜鼻子的吸管去除，過程令人不忍。這段影片引起各界對海洋垃圾問題的重視，也引發「反塑膠吸管運動」的風潮。

塑膠吸管質輕、容易取得且體積小，但若任意丟棄，將會在未經分解或分解為塑膠碎片後，被生物攝食進入體內，再經由食物鏈進入中高階掠食者的體內，而衍生嚴重的生態與環境汙染問題。

手搖杯飲料風氣在臺灣非常盛行。根據統計，臺灣每年約可賣出 10 億杯的茶飲，其中至少有 80% 使用塑膠吸管，環保署於 2019 年 7 月開始實施限用一次性塑膠吸管的政策，嚴格要求全臺各公部門、公私立學校、百貨公司及購物中心、連鎖速食店等全面禁用塑膠吸管，希望可以減少對環境與海洋的汙染。



**STOP
USING
PLASTIC
STRAWS**

Q 一根吸管的重量約 0.42 公克，依據上述文章內容，如果每一杯飲料都不使用吸管，則臺灣一年至少可以減少多少公斤的塑膠吸管垃圾？

設約可減少 x 公斤的塑膠吸管垃圾。

依題意可列出不等式 $x \geq 1000000000 \times 0.42 \times 80\% \div 1000$ 。

解不等式 $x \geq 1000000000 \times 0.42 \times 80\% \div 1000$

$$x \geq 336000$$

所以每年至少可以減少 336000 公斤。

4-2 重點回顧**① 不等式的加減運算性質**

將不等號的兩邊同時加上或減去一個數，其大小關係不變。

即如果 $a > b$ ， c 為任意數，則 (1) $a + c > b + c$ ，

$$(2) a - c > b - c。$$

對於 $a < b$ 、 $a \geq b$ 或 $a \leq b$ 時，同時加（或減）任意數 c 後，不等號兩邊的大小關係仍然不變。

例 (1) $x - 3 > 6$ ，不等號的兩邊同加 3，可得 $x > 9$ 。

(2) $x + 5 < 7$ ，不等號的兩邊同減 5，可得 $x < 2$ 。

② 不等式的乘除法運算性質一：不等號的兩邊同乘或除以一個正數

將不等號的兩邊同乘或除以一個正數，其大小關係不變。

即(1) 當 $a > b$ 時，如果 $c > 0$ ，則 $a \times c > b \times c$ 。

$$(2) 當 a > b 時，如果 c > 0，則 a \div c > b \div c，即 \frac{a}{c} > \frac{b}{c}。$$

對於 $a < b$ 、 $a \geq b$ 或 $a \leq b$ 時，同乘或除以一個正數後，不等號兩邊的大小關係仍然不變。

例 (1) $12x > 6$ ，不等號的兩邊同除以 2，可得 $x > 3$ 。

(2) $\frac{1}{4}x < 7$ ，不等號的兩邊同乘以 4，可得 $x < 28$ 。

③ 不等式的乘除法運算性質二：不等號的兩邊同乘或除以一個負數

將不等號的兩邊同乘或除以一個負數，其大小關係相反。

即(1)當 $a > b$ 時，如果 $c < 0$ ，則 $a \times c < b \times c$ 。

$$(2) 當 a > b 時，如果 c < 0，則 a \div c < b \div c，即 \frac{a}{c} < \frac{b}{c}。$$

對於 $a < b$ 、 $a \geq b$ 或 $a \leq b$ 時，同乘或除以一個負數後，不等號兩邊的大小關係相反。

例 (1) $-2x > 6$ ，不等號的兩邊同除以 -2 ，可得 $x < -3$ 。

(2) $-\frac{1}{4}x \leq 7$ ，不等號的兩邊同乘以 -4 ，可得 $x \geq 28$ 。

解答：布希（不吸）。

P172**4-2 自我評量**

① 解下列各一元一次不等式，並在數線上圖示其解： 課 P156~161 例 1~4

$$(1) -\frac{1}{3}x + 4 > 6$$

$$-\frac{1}{3}x > 2$$

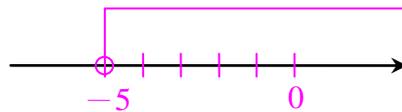
$$x < -6$$



$$(2) 3x + 3 > x - 7$$

$$2x > -10$$

$$x > -5$$



② 解下列各一元一次不等式：

課 P162~165 例 5~7

$$(1) 4x + 3 < 2x + 9$$

$$4x - 2x < 9 - 3$$

$$2x < 6$$

$$x < 3$$

$$(2) 2(2x + 3) \geq 5x + 8$$

$$4x + 6 \geq 5x + 8$$

$$-x \geq 2$$

$$x \leq -2$$

$$(3) 3(x - 3) + 4 < 5(2x + 1) - 7$$

$$3x - 9 + 4 < 10x + 5 - 7$$

$$3x - 5 < 10x - 2$$

$$3x - 10x < -2 + 5$$

$$-7x < 3$$

$$x > -\frac{3}{7}$$

$$(4) \frac{x}{2} + \frac{x-2}{3} \leq \frac{2x}{3} - \frac{2x+3}{6}$$

$$3x + 2(x - 2) \leq 4x - (2x + 3)$$

$$3x + 2x - 4 \leq 4x - 2x - 3$$

$$5x - 4 \leq 2x - 3$$

$$3x \leq 1$$

$$x \leq \frac{1}{3}$$

③ 不等式 $2(x - 4) - 6 > x - 11$ 的解中， x 的最小整數值是多少？ 課 P166 例 8

$$2(x - 4) - 6 > x - 11$$

$$2x - 8 - 6 > x - 11$$

$$2x - 14 > x - 11$$

$$x > 3$$

因此， x 的最小整數值是 4。

答：4。

P173

- ④ 大成購物中心舉辦周年慶，全館商品一律八折，若暖暖包原價 1 袋 230 元，傑克帶 1000 元去買暖暖包，則他最多可以買到多少袋？ 課 P167 例 9

設可以買到 x 袋，

$$230 \times x \times 80\% \leq 1000$$

$$184x \leq 1000$$

$$x \leq \frac{10000}{184} = \frac{125}{23} = 5 \frac{10}{23}$$

答：5 袋。

- ⑤ 小勇想買一組價格 30000 元的電腦，已知他有存款 7500 元，如果小勇每週都再存入 450 元，則最少還要幾週，才可以買到這一組電腦？ 課 P167 隨堂

設再存 x 週，

$$7500 + 450x \geq 30000$$

$$450x \geq 22500$$

$$x \geq 50$$



答：50 週。

- ⑥ 已知臺灣高鐵從臺北到高雄的原票價為 1490 元，中學生團體校外教學購買 11 張以上（含），每張優惠票價為 1040 元。若此次校外教學從臺北到高雄購票的費用比原價便宜 10000 元以上，則此團體至少有多少人？ 課 P168 例 10

設此團體有 x 人，

$$1490x - 1040x \geq 10000$$

$$450x \geq 10000$$

$$x \geq \frac{10000}{450} = \frac{200}{9} = 22 \frac{2}{9}$$

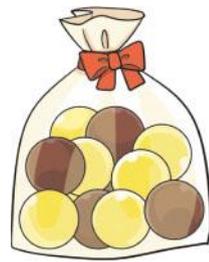
答：23 人。

利用 3 根火柴排出一個符號，以符合 $3 < ? < 4$ 。

P174

自我挑戰 本單元為統整課程，由學生自行挑戰，教師視班級情況決定如何運用。

★ 聖誕節到了，小鋒的老師想訂購巧克力來請全班同學，老師利用網路訂購每包顆數皆相同的巧克力 5 包，分給班上同學，預定每人分 20 顆，會剩餘 80 顆。後來因廠商存貨不足，來不及供應，所以少訂了 2 包，於是改成每人分 14 顆，但是最後分到小鋒時，發現只有小鋒拿不到 14 顆，但仍至少拿到 7 顆以上。試回答下列問題：



(1) 如果同學有 x 人，則每包巧克力有多少顆？（以含 x 的式子表示）

解

由每人分 20 顆，還剩 80 顆可知，巧克力共有 $(20x+80)$ 顆，

所以每包巧克力有 $\frac{20x+80}{5} = 4x+16$ （顆）。

答： $(4x+16)$ 顆。

(2) 同學至少有多少人？

解

同學每人分 14 顆卻不夠，表示 $3(4x+16) < 14x$ 。

$$3(4x+16) < 14x$$

$$12x+48 < 14x$$

$$x > 24$$

所以至少有 25 人。

答： 25 人。

(3) 同學至多有多少人？

解

同學有 1 人拿 7 顆（以上），其他人拿 14 顆，

表示 $3(4x+16) \geq 14(x-1) + 7$ 。

$$3(4x+16) \geq 14(x-1) + 7$$

$$12x+48 \geq 14x-14+7$$

$$55 \geq 2x$$

$$x \leq \frac{55}{2} = 27.5$$

所以至多有 27 人。

答： 27 人。

★表示為仿會考或特招題 **解答 P225**

P175

趣味數學

本單元為配合此章所設計的趣味問題，由學生自行練習，教師可視班級情況而自行決定如何運用。

1 配合 4-1

這裡有一個不等式迷宮，如果從 A 點進入，最後會從哪一個出口出來呢？一起來挑戰看看吧！

規則：

1. 自 A 點進入。
2. 解每一個方格的不等式或方程式：
 - ◆ 答案如果是「 $x=2$ 」，就「往前直走」，到下一個方格；
 - ◆ 答案如果是「 $x>2$ 」，就「向右轉」，往前走到下一個方格；
 - ◆ 答案如果是「 $x<2$ 」，就「向左轉」，往前走到下一個方格。

2 配合 4-2

輕鬆文創店舉辦解謎促銷活動，只要根據大門口貼出的售價傳單，答對一個魔術方塊至少多少元（價格皆為整數），即可獲得 50 元飲品折價券。你看的出來一個魔術方塊至少多少元嗎？36 元

輕鬆文創 ? 有獎徵答 ? 猜猜看 至少多少元 ?

- 1 + + + > 200
- 2 + + = 200
- 3 + + + = 180



解答：3 < $\sqrt{8}$ < 4 ($\pi \approx 3.14159 \dots$)。

解答 P228

P176

數學萬花筒

多少票才能篤定當選

博士參加市議員選舉，共有 9 位候選人，應選出 6 人。已知可投票人數為 40 萬人，若以投票率 70%，有效票比率 96% 計算，則博士至少要獲得多少票才能篤定當選？

這個問題可以用數學算式處理，

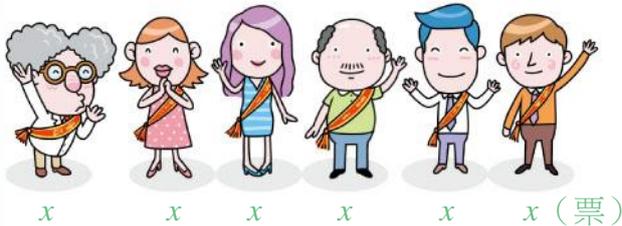
$$\text{投票數：} 400000 \times 70\% = 280000$$

$$\text{有效票：} 280000 \times 96\% = 268800$$

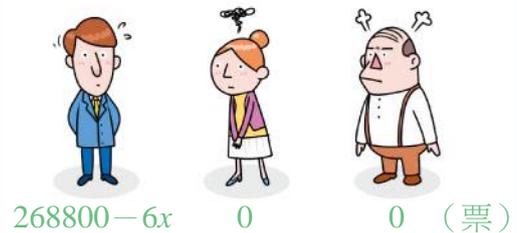
假設當選的安全票數是 x 張票，所以 6 位當選人的總得票數大於或等於 $6x$ 張，而落選人總得票數必須不大於 $(268800 - 6x)$ 張票，所以最高票落選人的票數最多有 $(268800 - 6x)$ 張。



當選



落選



因此當 x 大於 $(268800 - 6x)$ 時，則篤定當選，
即 $x > 268800 - 6x$

$$7x > 268800$$

$$\text{得 } x > \frac{268800}{7} = 38400$$

所以博士至少要得到 38401 票，才能篤定當選。