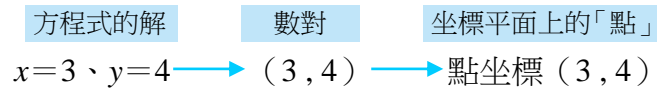


**P70****2-2 二元一次方程式的圖形****1**  $ax+by=c$  的解轉換成圖形

對應能力指標 A-7-6

一個二元一次方程式的任意一組解，可以記錄成數對  $(x, y)$  的形式。例如： $x=3, y=4$  是二元一次方程式  $x+3y=15$  的一組解，習慣上會把  $x$  的值寫在前面， $y$  的值寫在後面，將這組解記成數對  $(3, 4)$ 。

$(3, 4)$  在坐標平面上所對應的圖形就是一個點，這個點的  $x$  坐標是 3， $y$  坐標是 4。也就是說：

**例 1** 二元一次方程式的解與描點

自評 P90 第 1 題

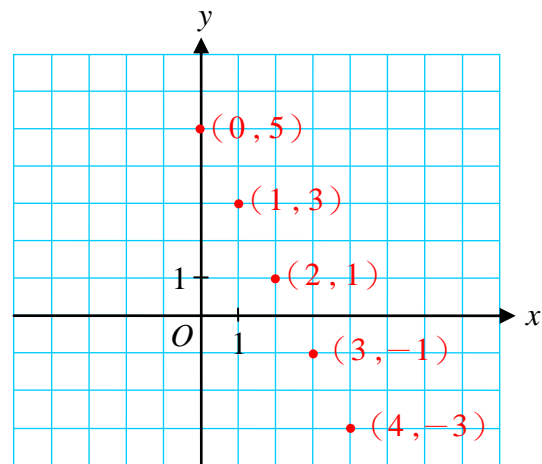
求出二元一次方程式  $2x+y=5$  的任意五組解，並在坐標平面上標示出這五個點。

**解**

將  $x$  分別以 0、1、2、3、4 代入，求出對應的  $y$  值，如下表：

$x$	0	1	2	3	4
$y$	5	3	1	-1	-3

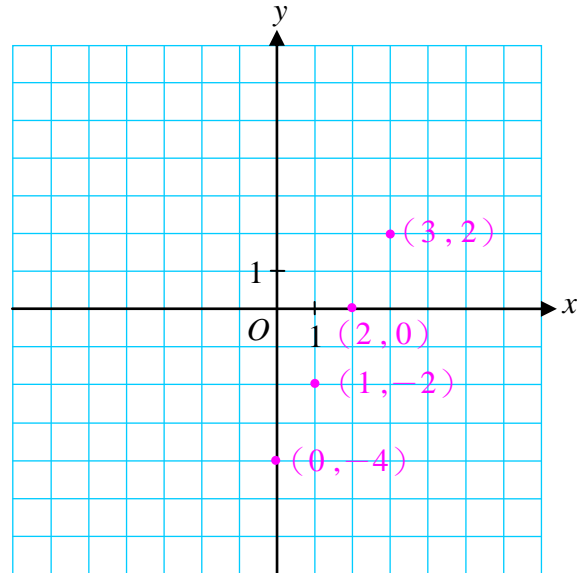
將上表的解  $(0, 5)$ 、 $(1, 3)$ 、 $(2, 1)$ 、 $(3, -1)$ 、 $(4, -3)$  在坐標平面上標出，如圖所示。



**P71****隨堂練習**

1. 下表中， $x$  與  $y$  的值都是二元一次方程式  $2x - y = 4$  的解，完成下表，並將這些解寫成數對的型態，標示在坐標平面上。

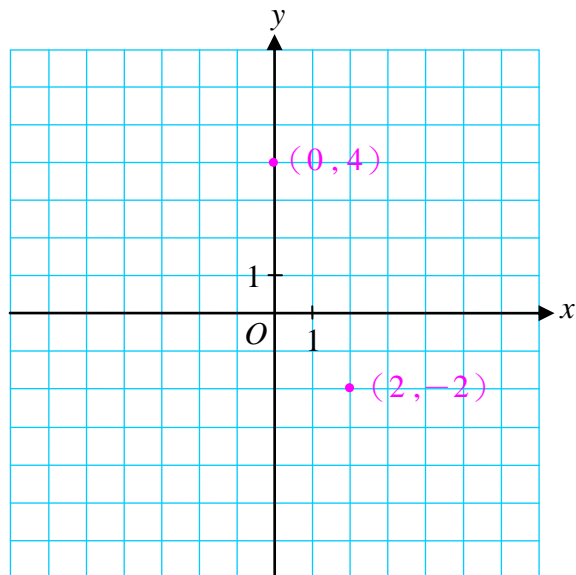
$x$	0	3	1	2
$y$	-4	2	-2	0



2. 下列哪些數對是二元一次方程式  $3x + y = 4$  的解？並將這些數對標示在坐標平面上。

$(0, 4)$ 、 $(2, -2)$ 、 $(-2, 2)$

$(0, 4)$ 、 $(2, -2)$



**P72**

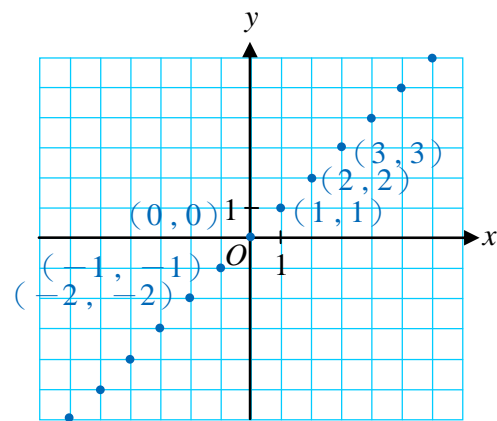
**2**  $ax + by = c$  的圖形

給定一個二元一次方程式，其全部的解皆可寫成數對  $(x, y)$  的形式，這些數對會對應到坐標平面上的點，這些點所形成的圖形，就稱為該方程式的圖形。

例如：下表中每一組  $x$ 、 $y$  值都是二元一次方程式  $x - y = 0$  的解。

$x$	.....	-2	-1	0	1	2	3	.....
$y$	.....	-2	-1	0	1	2	3	.....

把代表這些解的點標示在坐標平面上，如圖一。

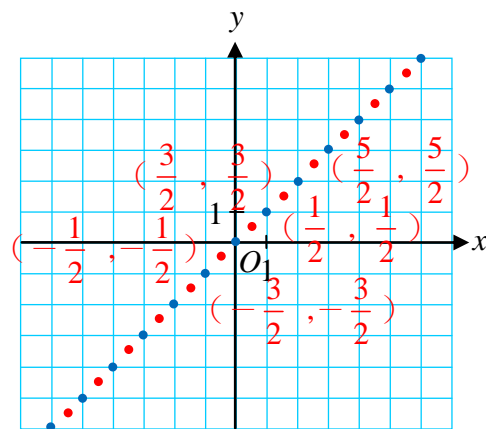


圖一

如果再找出二元一次方程式  $x - y = 0$  的其他解，如下表：

$x$	.....	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$	.....
$y$	.....	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$	.....

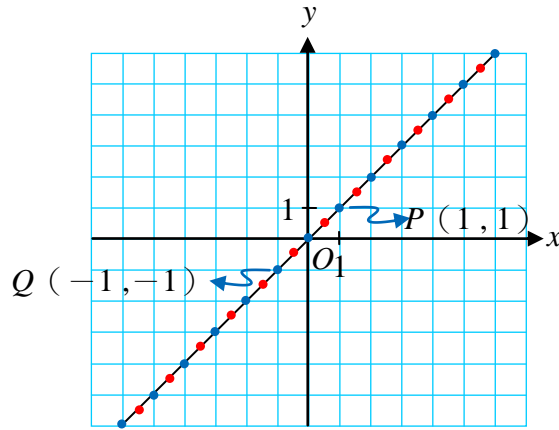
把代表這些解的點標示在坐標平面上，如圖二。



圖二

**P73**

畫出通過  $P(1, 1)$ 、 $Q(-1, -1)$  兩點的直線，如圖三，此時可以發現所標示的點都落在  $\overline{PQ}$  上。



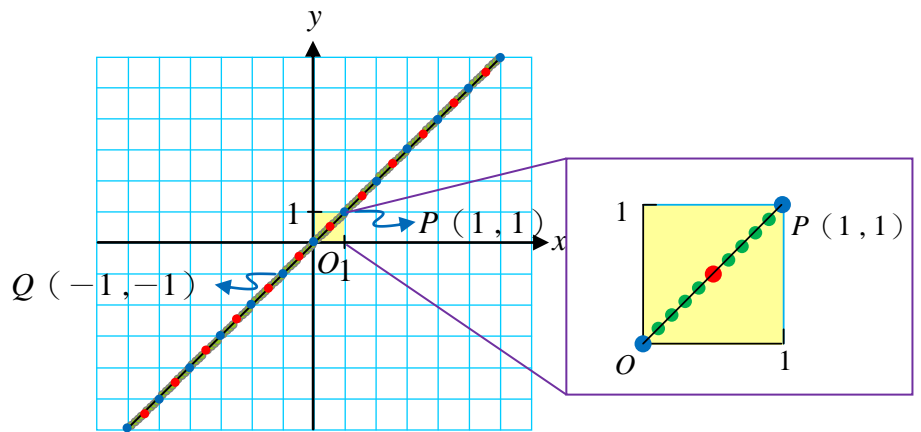
圖三

如果再找出二元一次方程式  $x-y=0$  的其他解，如下表：

$x$	.....	0.1	0.2	0.3	0.4	.....
$y$	.....	0.1	0.2	0.3	0.4	.....

把代表這些解的點標示在坐標平面上，如圖四。

可觀察到這些點都位在同一條直線上。



圖四

圖四中， $\overline{PQ}$  為二元一次方程式  $x-y=0$  的所有解在坐標平面上所成的圖形，就稱  $\overline{PQ}$  是二元一次方程式  $x-y=0$  的圖形。

**P74****例 2** 二元一次方程式的圖形

1. 找出二元一次方程式  $3x+2y=6$  的任意五組解，並標示在坐標平面上。
2. 承 1.，通過任意兩點畫一條直線，觀察這些點是否都在這條直線上？

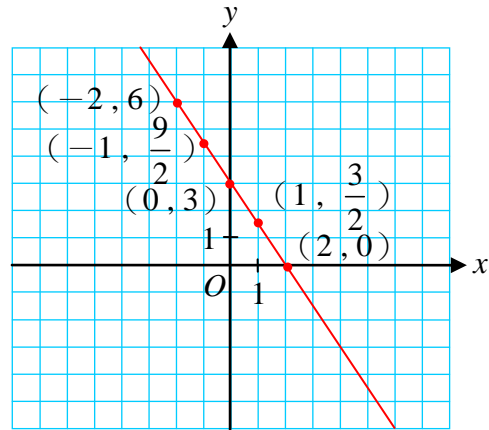
**解**

1. 將  $x$  分別以  $-2$ 、 $-1$ 、 $0$ 、 $1$ 、 $2$  代入，  
求出對應的  $y$  值，如下表：

$x$	$-2$	$-1$	$0$	$1$	$2$
$y$	$6$	$\frac{9}{2}$	$3$	$\frac{3}{2}$	$0$

將上述五個點標示在坐標平面上。

2. 連接  $(2, 0)$ 、 $(0, 3)$  畫一條直線，  
可以發現這些點都位在這條直線上。

**隨堂練習**

搭配習作 P26 基礎題 1、2

有四個數  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$ ，且  $(2, a)$ 、 $(-3, b)$ 、 $(c, 8)$ 、 $(d, -4)$  這四點都在二元一次方程式  $2x-y=4$  的圖形上，求  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  這四個數的值。

$$4-a=4, a=0$$

$$-6-b=4, b=-10$$

$$2c-8=4, c=6$$

$$2d+4=4, d=0$$

藉由坐標平面，我們將方程式轉換成了圖形，而由前面的說明可知：  
 $x-y=0$  與  $3x+2y=6$  的圖形都是一條直線。事實上，每個二元一次方程式  $ax+by=c$  在坐標平面上的圖形都是一條直線，該直線上的任何一點都是原方程式的一組解。

**【 $ax+by=c$  的圖形】**

設  $a$ 、 $b$ 、 $c$  為已知數， $x$ 、 $y$  的二元一次方程式  $ax+by=c$  的所有解，在坐標平面上的圖形是一條直線，此直線就是二元一次方程式  $ax+by=c$  的圖形。

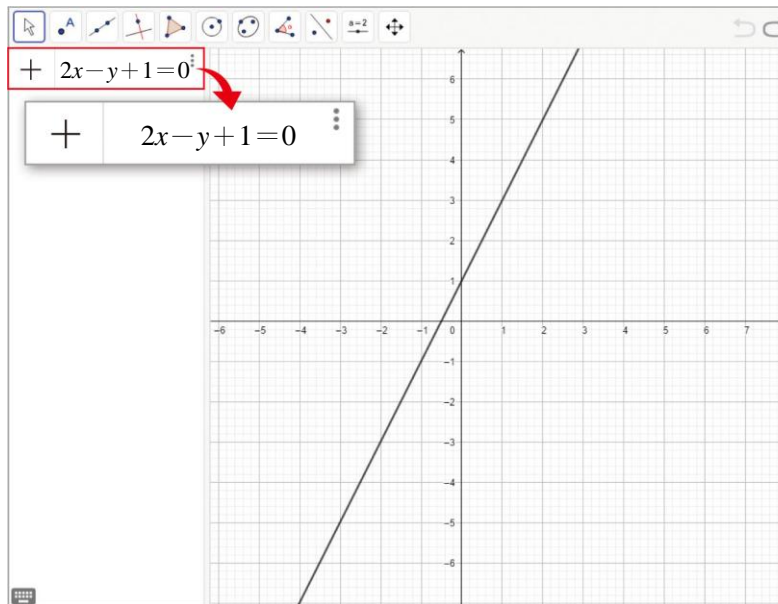
## 補給站 補給站利用 Geogebra 繪製二元一次方程式的圖形

GeoGebra 是一套結合平面幾何、立體幾何、代數、表格及計算機的動態數學軟體，由 Markus Hohenwarter 及一個國際程式設計團隊所共同開發，可以免費下載，目的在教導與學習數學課程。這套軟體可以畫出點、直線、圓與多邊形等圖形，也可以直接在直角坐標中輸入點坐標以及方程式而得到圖形。

利用 Geogebra6.0 可以繪製二元一次方程式的圖形，我們以  $2x - y + 1 = 0$  為例，方法如下：

**步驟 1：** 開啟電腦 Geogebra 軟體，於左方代數區  $+$  的欄位中，輸入  $2x - y + 1 = 0$ （或  $2 * x - y + 1 = 0$ 、 $y = 2x + 1$  皆可）。

**步驟 2：** 按 ENTER，得到  $2x - y + 1 = 0$  的圖形。



也可以試著輸入其他方程式，例如：  
 $3x - 2y = 5$ 、  
 $y = 5$ 、  
 $x = 5 \dots$



藉由 Geogebra 可以發現，二元一次方程式  $ax + by = c$  的圖形是一條直線。

因為相異兩點可以畫出唯一的一條直線，所以我們只需找出二元一次方程式的兩組解，將它們標示在坐標平面上，則通過此兩點所畫的直線即為原方程式的圖形。

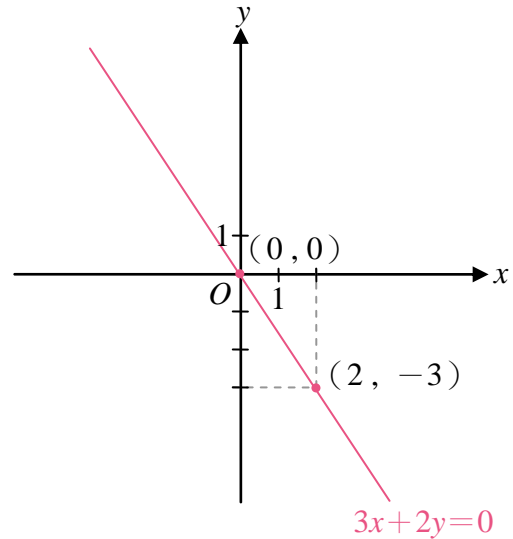
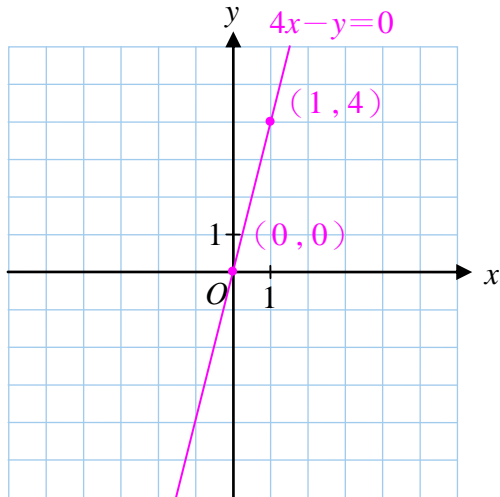
例如：選出二元一次方程式  $2x - y + 1 = 0$  的兩組解所對應的點  $(1, 3)$  與  $(2, 5)$ ，通過這兩點畫一直線，此直線即為方程式的圖形。

**P76****例 3** 畫二元一次方程式的圖形（通過原點）

搭配習作 P26 基礎題 3(1)

在坐標平面上畫出二元一次方程式  $3x+2y=0$  的圖形。**解****步驟 1：**先求出二元一次方程式 $3x+2y=0$  的兩組解。

$x$	0	2
$y$	0	-3

**步驟 2：**將這兩組解的點  $(0, 0)$ 與  $(2, -3)$  標示在坐標平面上。**步驟 3：**畫出通過此兩點的直線。此直線即為二元一次方程式  $3x+2y=0$  的圖形。**隨堂練習**在坐標平面上畫出二元一次方程式  $4x-y=0$  的圖形。

$x$	0	1
$y$	0	4

**【通過原點的直線】**二元一次方程式  $ax+by=c$  中，若  $c=0$ ，則圖形為通過原點的直線。

**P77**

**例 4** 畫二元一次方程式的圖形 **搭配習作 P26 基礎題 3(2)** 自評 P90 第 2 題 (1)、(2)

在坐標平面上畫出二元一次方程式  $3x - y = 6$  的圖形。

**解**

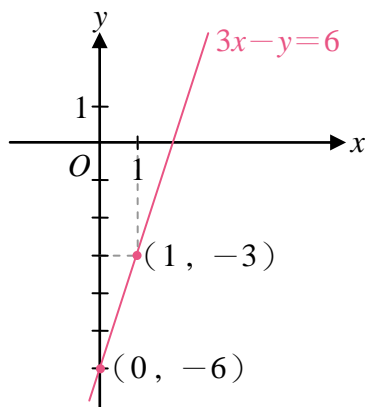
**步驟 1:** 先求出二元一次方程式  $3x - y = 6$  的兩組解。

$x$	0	1
$y$	-6	-3

**步驟 2:** 將這兩組解的點  $(0, -6)$  與  $(1, -3)$  標示在坐標平面上。

**步驟 3:** 畫出通過此兩點的直線。

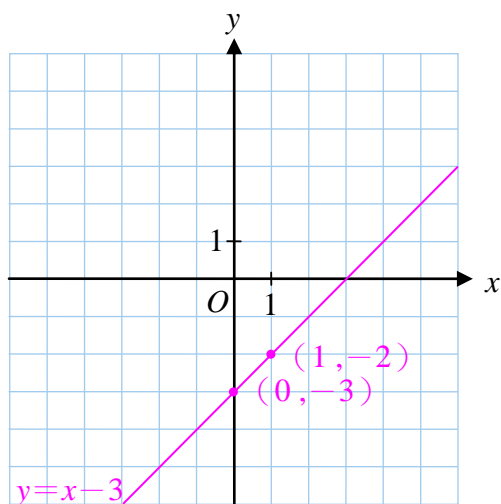
此直線即為二元一次方程式  $3x - y = 6$  的圖形。



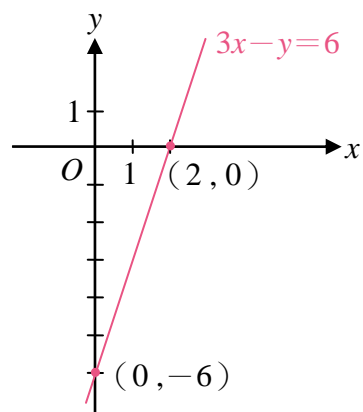
**隨堂練習**

在坐標平面上畫出二元一次方程式  $y = x - 3$  的圖形。

$x$	0	1
$y$	-3	-2



右圖是**例 4**中  $3x - y = 6$  的圖形與兩軸的交點，因為 **y 軸上任一點的 x 坐標為 0**，將  $x = 0$  代入  $3x - y = 6$ ，可得  $y = -6$ ，所以此直線與 y 軸的交點坐標為  **$(0, -6)$** ；而 **x 軸上任一點的 y 坐標為 0**，將  $y = 0$  代入  $3x - y = 6$ ，可得  $x = 2$ ，所以此直線與 x 軸的交點坐標為  **$(2, 0)$** 。





**P78**

由於找到任意兩組解即可畫出二元一次方程式的圖形，在畫二元一次方程式的圖形時，為了方便起見，一般都會先描出直線與兩軸的交點。

**例 5** 圖形與兩軸的交點

搭配習作 P26 基礎題 3(2) 自評 P91 第 3 題

寫出二元一次方程式  $3x - 4y = 12$  與  $x$  軸、 $y$  軸的交點坐標，並在坐標平面上畫出此方程式的圖形。

**解**

因為  $y$  軸上任一點的  $x$  坐標為  $0$ ，將  $x=0$  代入  $3x - 4y = 12$ ，可得  $y = -3$ ；

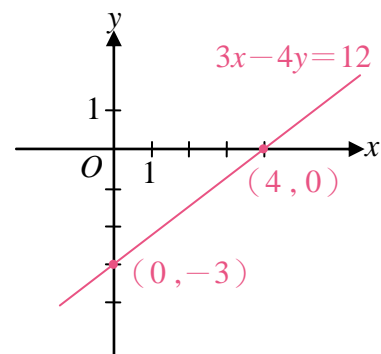
因為  $x$  軸上任一點的  $y$  坐標為  $0$ ，將  $y=0$  代入  $3x - 4y = 12$ ，可得  $x = 4$ 。

$x$	$0$	$4$
$y$	$-3$	$0$

所以此直線與  $y$  軸的交點坐標為  $(0, -3)$ ；

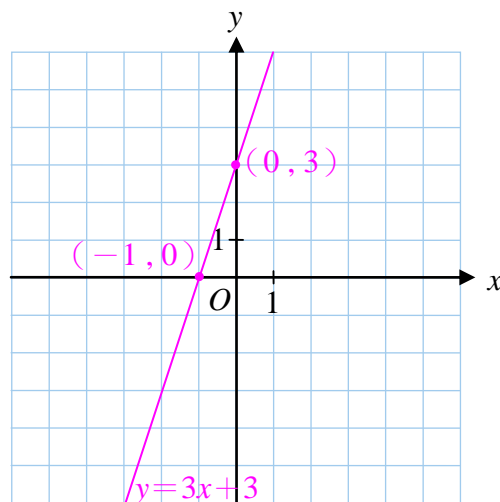
與  $x$  軸的交點坐標為  $(4, 0)$ 。

在坐標平面上標示這兩組解所代表的點，並畫出通過此兩點的直線，此直線即為二元一次方程式  $3x - 4y = 12$  的圖形。

**隨堂練習**

在坐標平面上畫出二元一次方程式  $y = 3x + 3$  的圖形，並在圖形上標示與  $x$  軸、 $y$  軸的交點坐標。

$x$	$0$	$-1$
$y$	$3$	$0$



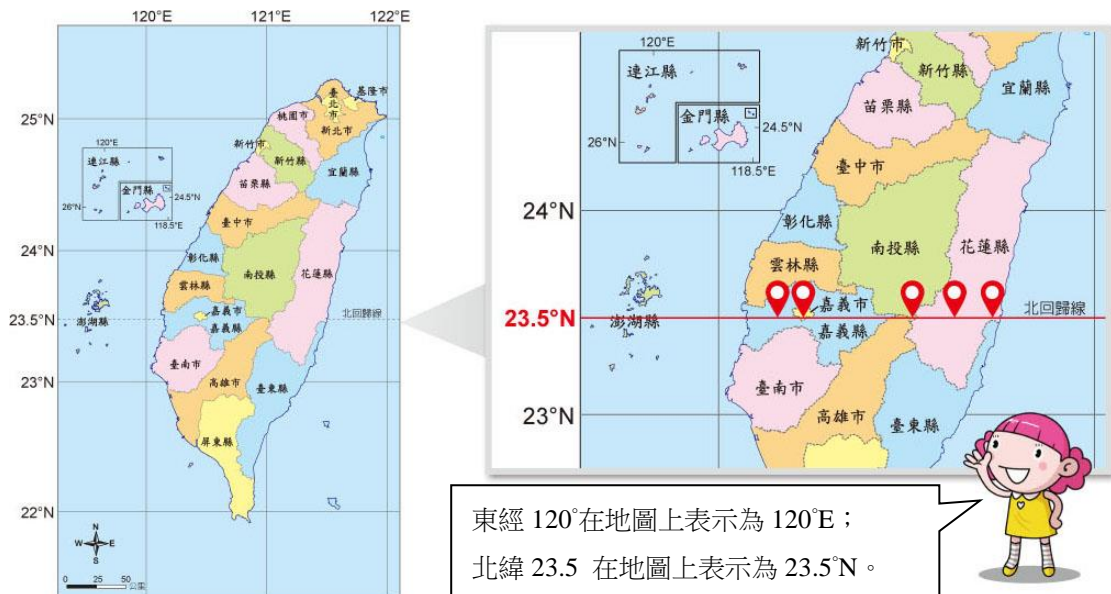
3  $y=k$  的圖形

對應能力指標 A-7-6



在內政部地籍圖資便民服務系統中，輸入（經度，緯度）就可以出現臺灣每一個地區的位置，經度以東經為正，緯度以北緯為正。例如：輸入 121.5641（東經）、25.0343（北緯）就會出現臺北 101 大樓的地理位置。

下圖是標示臺灣經緯度的地圖，從地圖可知北回歸線（北緯 23.5°）通過嘉義縣、嘉義市、南投縣、花蓮縣。



而通過這些地點的經度與緯度如下表：

$x$ (經度)	.....	120.3	120.45	120.8	121.35	121.5	.....
$y$ (緯度)	.....	23.5	23.5	23.5	23.5	23.5	.....
地點	.....	嘉義縣 六腳鄉	嘉義市 東區	南投縣 信義鄉	花蓮縣 瑞穗鄉	花蓮縣 豐濱鄉	.....

從表中可以發現，北回歸線通過的這些點，不論  $x$  坐標是什麼， $y$  坐標都是 23.5。

那麼在坐標平面上，要怎麼用方程式來描述這條北回歸線呢？我們先來介紹某些特殊方程式的圖形。

在坐標平面上畫  $y=k$  的圖形時， $y=k$  是二元一次方程式  $0x+y=k$  的簡化，所以不論  $x$  為何數， $y$  都是  $k$ 。我們來看看如何畫  $y=k$  的圖形。

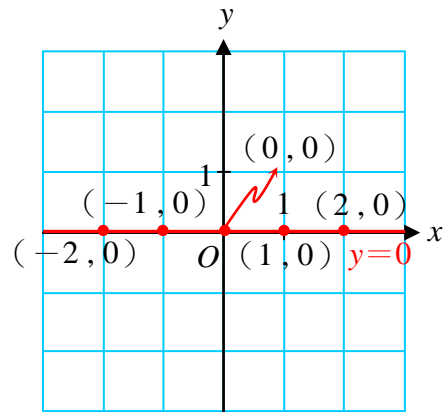
►  $y=0$  的圖形

將  $y=0$  看成  $0x+y=0$  時，列出方程式  $0x+y=0$  的一些解，如下表：

$x$	-2	-1	0	1	2
$y$	0	0	0	0	0

在坐標平面上標示這些解所代表的點。

事實上， $y$  坐標為 0 的點都在  $x$  軸上，所以  $y=0$  的圖形就是  $x$  軸，如圖一。



圖一

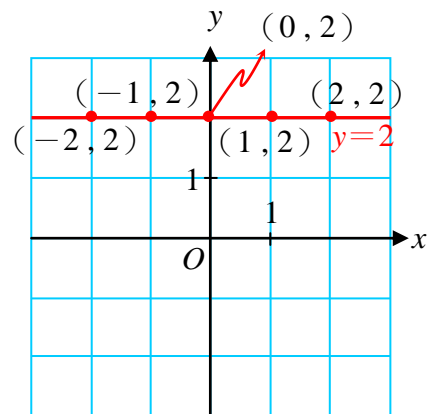
►  $y=k$  ( $k \neq 0$ ) 的圖形

將  $y=2$  看成  $0x+y=2$  時，列出方程式  $0x+y=2$  的一些解，如下表：

$x$	-2	-1	0	1	2
$y$	2	2	2	2	2

在坐標平面上標示這些解所代表的點。

事實上， $y$  坐標為 2 的點所形成的直線就是  $y=2$  的圖形，它是一條與  $x$  軸平行的水平線，也就是通過  $(0, 2)$  與  $y$  軸垂直的直線，如圖二。



圖二

**【垂直  $y$  軸的水平線 ( $y=k$  的圖形)】**

1. 當  $k=0$  時， $y=0$  的圖形就是  $x$  軸。
2. 當  $k \neq 0$  時， $y=k$  的圖形都是與  $x$  軸平行的水平線，也就是通過  $(0, k)$  且垂直  $y$  軸的水平線。

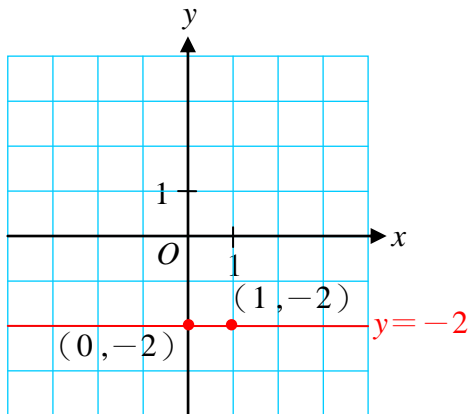
**P81****例 6** 垂直  $y$  軸的直線

搭配習作 P27 基礎題 4 自評 P90 第 2 題 (3)

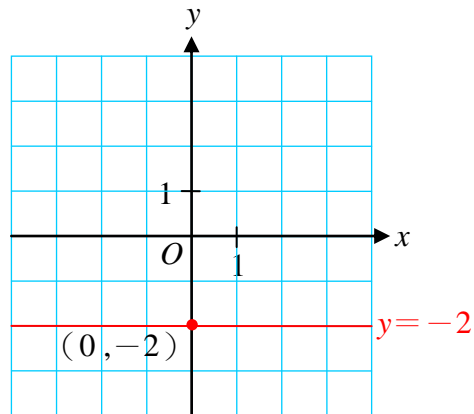
在坐標平面上畫出方程式  $y = -2$  的圖形。**解一**將  $y = -2$  視為  $0x + y = -2$ ，

任取兩組解。

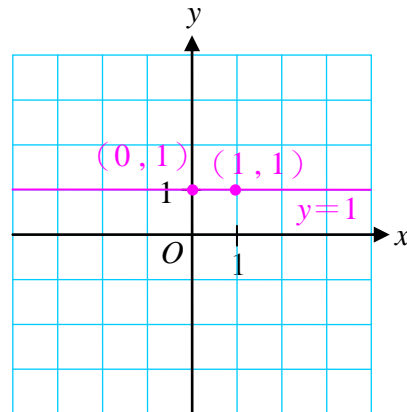
$x$	0	1
$y$	-2	-2

過  $(0, -2)$  與  $(1, -2)$  畫一直線，  
則直線為  $y = -2$  的圖形。**解二**在  $y$  軸上坐標是  $-2$  的位置，畫一條與  $y$  軸垂直的直線，

如下圖所示。

**隨堂練習**在坐標平面上畫出方程式  $y = 1$  的圖形。

$x$	0	1
$y$	1	1



**P82****4  $x=h$  的圖形**

對應能力指標 A-7-6

在坐標平面上畫  $x=h$  的圖形時， $x=h$  是二元一次方程式  $x+0y=h$  的簡化，所以不論  $y$  為何數， $x$  都是  $h$ 。我們來看看如何畫  $x=h$  的圖形。

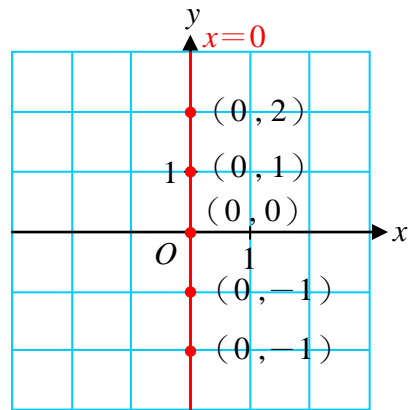
**▶  $x=0$  的圖形**

將  $x=0$  看成  $x+0y=0$ ，列出方程式  $x+0y=0$  的一些解，如下表：

$x$	0	0	0	0	0
$y$	-2	-1	0	1	2

在坐標平面上標示這些解所代表的點。

事實上， $x$  坐標為 0 的點都在  $y$  軸上，所以  $x=0$  的圖形就是  $y$  軸，如圖一。



圖一

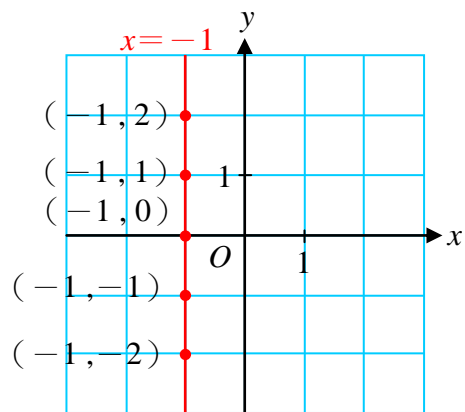
**▶  $x=h$  ( $h \neq 0$ ) 的圖形**

將  $x=-1$  看成  $x+0y=-1$ ，列出方程式  $x+0y=-1$  的解。

$x$	-1	-1	-1	-1	-1
$y$	-2	-1	0	1	2

在坐標平面上標示這些解所代表的點。

事實上， $x$  坐標為 -1 的點所形成的直線就是  $x=-1$  的圖形，它是一條與  $y$  軸平行的鉛垂線，也就是通過  $(-1, 0)$  與  $x$  軸垂直的直線，如圖二。



圖二

**【垂直  $x$  軸的鉛垂線 ( $x=h$  的圖形)】**

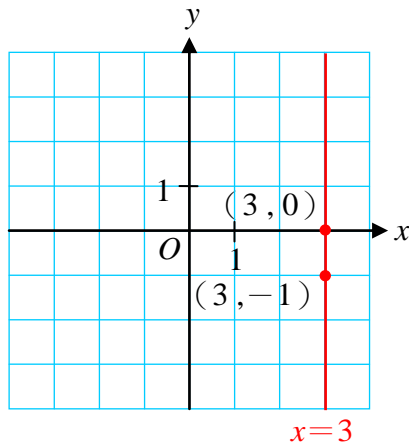
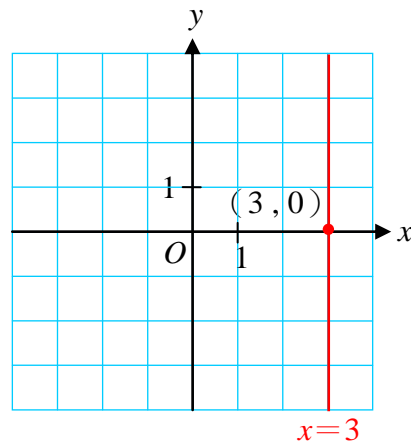
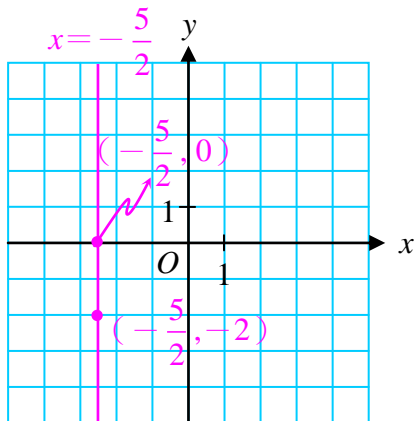
1. 當  $h=0$  時， $x=0$  的圖形就是  $y$  軸。
2. 當  $h \neq 0$  時， $x=h$  的圖形都是與  $y$  軸平行的鉛垂線，也就是通過  $(h, 0)$  且垂直  $x$  軸的鉛垂線。

**P83****例 7** 垂直  $x$  軸的直線

搭配習作 P27 基礎題 4 自評 P90 第 2 題 (4)

在坐標平面上畫出方程式  $x=3$  的圖形。**解一**將  $x=3$  視為  $x+0y=3$ ，任取兩組解。

$x$	3	3
$y$	0	-1

過  $(3, 0)$  與  $(3, -1)$  畫一直線，  
則直線為  $x=3$  的圖形。**解二**在  $x$  軸上坐標是 3 的位置，  
畫一條與  $x$  軸垂直的直線，  
如下圖所示。**隨堂練習**在坐標平面上畫出方程式  $x = -\frac{5}{2}$  的圖形。

$x$	$-\frac{5}{2}$	$-\frac{5}{2}$
$y$	0	-2

**P84****5** 求二元一次方程式

對應能力指標 A-7-6

由前面的討論可知，如果我們觀察到的圖形是鉛垂線或水平線，該如何求出它所對應的方程式呢？

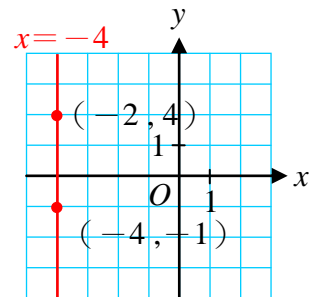
**例 8** 鉛垂線與水平線的方程式

搭配習作 P27、28 基礎題 5、7(2)

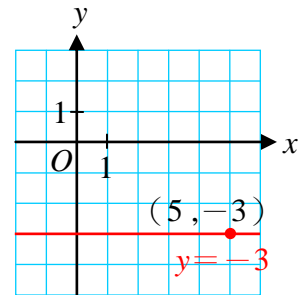
1. 哪個方程式的圖形是同時通過  $A(-4, -1)$ 、 $B(-4, 2)$  兩點的鉛垂線？
2. 哪個方程式的圖形通過點  $C(5, -3)$ ，而且是平行  $x$  軸的水平線？

**解**

1. 通過  $A(-4, -1)$ 、 $B(-4, 2)$  兩點畫一直線，  
發現圖形為垂直  $x$  軸的鉛垂線，  
直線上所有點的  $x$  坐標都是  $-4$ ，  
因此這條直線所對應的方程式為  $x = -4$ 。



2. 通過點  $C(5, -3)$ ，畫一直線平行  $x$  軸，  
發現直線上所有點的  $y$  坐標都是  $-3$ ，  
因此這條直線所對應的方程式為  $y = -3$ 。

**隨堂練習**

1. 哪個方程式的圖形是同時通過  $A(3, -4)$ 、 $B(5, -4)$  兩點的水平線？  
通過  $A(3, -4)$ 、 $B(5, -4)$  兩點畫一直線，  
發現圖形為垂直  $y$  軸的水平線，直線上所有點的  $y$  坐標都是  $-4$ ，  
因此這條直線所對應的方程式為  $y = -4$ 。
2. 哪個方程式的圖形通過點  $C(6, -2)$ ，而且是平行  $y$  軸的鉛垂線？  
通過點  $C(6, -2)$ ，畫一直線平行  $y$  軸，  
發現直線上所有點的  $x$  坐標都是  $6$ ，  
因此這條直線所對應的方程式為  $x = 6$ 。

**P85**

如果觀察到的圖形不是鉛垂線或水平線時，又該如何求出它對應的方程式呢？

因為二元一次方程式  $ax+by=c$  在坐標平面上的圖形是一條直線，此二元一次方程式的任何一組解都會在該直線上，所以可以利用直線通過的點求二元一次方程式。

搭配習作 P28 基礎題 7(1)

自評 P91 第 4 題

**例 9** 求過已知兩點的二元一次方程式

已知二元一次方程式  $ax+by=1$  的圖形為通過  $P(3,5)$ 、 $Q(1,1)$  兩點的直線，求此方程式。

**解**

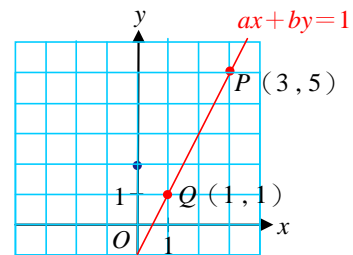
將  $(3,5)$ 、 $(1,1)$  分別代入  $ax+by=1$

$$\text{得} \begin{cases} 3a+5b=1 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ a+b=1 \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

由①式-②式 $\times 3$ 得  $2b=-2$ ，則  $b=-1$

將  $b=-1$  代入②式得  $a=2$

故可得二元一次方程式為  $2x-y=1$ 。



在**例 9**中， $2x-y=1$  也可以表示成  $y=2x-1$  或  $x=\frac{1}{2}y+\frac{1}{2}$ ，即  $y=ax+b$  或

$x=ay+b$  等形式的圖形也是一條直線。因此，也可以用**例 9**的方法求出這些形式的二元一次方程式。

**隨堂練習**

自評 P91 第 5 題

1. 已知二元一次方程式  $x=ay+6$  的圖形為通過點  $(2,1)$  的直線，求  $a$  的值與此方程式。

$2=a+6$ ， $a=-4$ ，此方程式為  $x=-4y+6$ 。

2. 已知二元一次方程式  $y=ax+b$  的圖形為通過  $A(2,-5)$ 、 $B(1,-2)$  兩點的直線，求  $a$ 、 $b$  的值與此方程式。

將  $(2,-5)$ 、 $(1,-2)$  分別代入  $y=ax+b$

$$\text{得} \begin{cases} -5=2a+b \\ -2=a+b \end{cases}$$

解得  $a=-3$ 、 $b=1$ ，

可得方程式為  $y=-3x+1$ 。



上一章已經學過二元一次聯立方程式，例如： $\begin{cases} x-y=1 \\ x+2y=4 \end{cases}$ ，其中包含兩個二元一次方程式  $x-y=1$  與  $x+2y=4$ ，因此在坐標平面上，可以分別畫出它們的圖形：

(1) 找出  $x-y=1$  的兩組解：

$x$	0	1
$y$	-1	0

則  $x-y=1$  的圖形是通過

$A(0, -1)$ 、 $B(1, 0)$

兩點的直線  $L_1$ 。(如下圖)

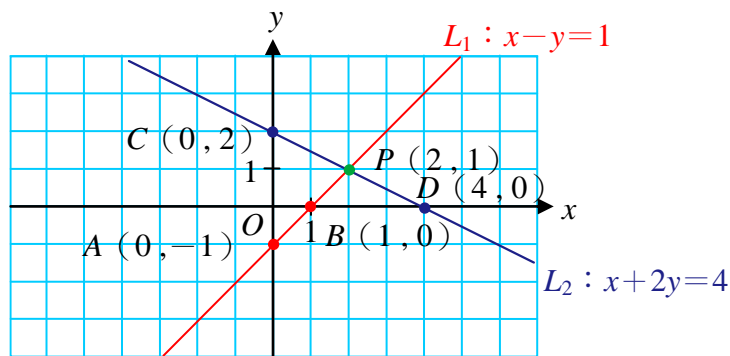
(1) 找出  $x+2y=4$  的兩組解：

$x$	0	4
$y$	2	0

則  $x+2y=4$  的圖形是通過

$C(0, 2)$ 、 $D(4, 0)$

兩點的直線  $L_2$ 。(如下圖)



由上圖可以發現，直線  $L_1$  與  $L_2$  交於一點  $P(2, 1)$ 。

因為  $P(2, 1)$  在直線  $L_1$  上，所以  $x=2$ 、 $y=1$  是方程式  $x-y=1$  的解，又  $P(2, 1)$  也在直線  $L_2$  上，所以  $x=2$ 、 $y=1$  也是方程式  $x+2y=4$  的解，所以直線  $L_1$  與  $L_2$  的交點  $P(2, 1)$  為此二元一次聯立方程式的解。

### 【二元一次聯立方程式的圖形與其解】

兩條直線交於一點時，其交點坐標就是二元一次聯立方程式的解；而二元一次聯立方程式的解，就是這兩個方程式所代表的兩條直線在坐標平面上的交點。

**P87**

搭配習作 P27、28 基礎題 6、7(3)

自評 P91 第 6 題

**例 10** 兩個二元一次方程式的交點坐標

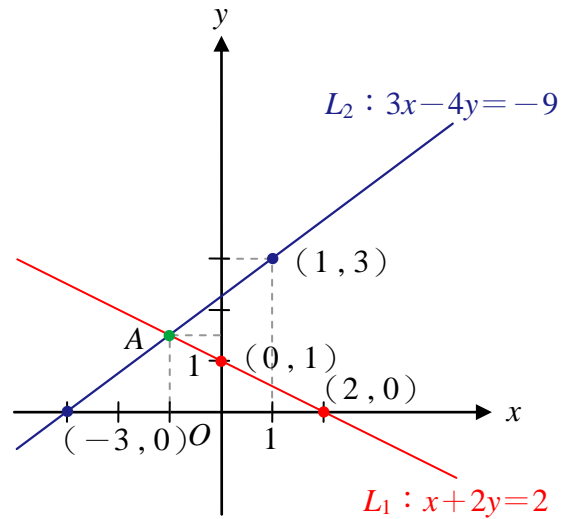
在坐標平面上分別畫出二元一次方程式  $x+2y=2$  與  $3x-4y=-9$  的圖形。假設此兩條直線相交於一點  $A$ ，求出  $A$  點的坐標。

**解**(1) 先找出方程式  $x+2y=2$  的兩組解

$x$	0	2
$y$	1	0

再找出  $3x-4y=-9$  的兩組解

$x$	1	-3
$y$	3	0



即直線  $L_1$ 、 $L_2$  分別是二元一次方程式  $x+2y=2$  與  $3x-4y=-9$  的圖形。

(2) 解聯立方程式  $\begin{cases} x+2y=2 & \dots\dots\dots ① \\ 3x-4y=-9 & \dots\dots\dots ② \end{cases}$

由①式  $\times 2$  + ②式得

$$5x = -5$$

$$x = -1$$

將  $x = -1$  代入①式得

$$-1 + 2y = 2$$

$$y = \frac{3}{2}$$

所以兩條直線的交點坐標為  $A(-1, \frac{3}{2})$ 。

二元一次聯立方程式的解就是兩條直線的交點坐標。



**P88****隨堂練習**

1. 在坐標平面上，二元一次方程式  $2x+y=-2$  與  $x+2y=5$  的圖形交於一點  $P$ ，畫出這兩個二元一次方程式的圖形，並求出  $P$  點的坐標。

$$2x+y=-2$$

$x$	$0$	$-1$
$y$	$-2$	$0$

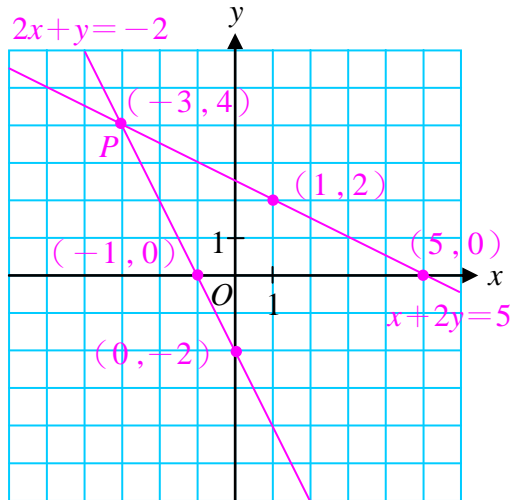
$$x+2y=5$$

$x$	$5$	$1$
$y$	$0$	$2$

$$\text{由} \begin{cases} 2x+y=-2 \\ x+2y=5 \end{cases}$$

解得  $x=-3$ 、 $y=4$ ，

所以  $P(-3, 4)$ 。



2. 在坐標平面上，二元一次方程式  $2x+3y=5$  與  $x-6y=0$  的圖形交於一點  $A$ ，求  $A$  點的坐標。

$$\text{解聯立方程式} \begin{cases} 2x+3y=5 \dots\dots ① \\ x-6y=0 \dots\dots ② \end{cases}$$

由①式-②式 $\times 2$ 得  $15y=5$ ， $y=\frac{1}{3}$

將  $y=\frac{1}{3}$  代入②式得  $x-6\times\frac{1}{3}=0$ ， $x=2$

所以交點坐標為  $A(2, \frac{1}{3})$ 。

2-2 重點回顧

① 二元一次方程式的圖形與畫法

- (1) 一個二元一次方程式的任意一組解，可以記錄成數對的形式，此時這一組解在坐標平面上的圖形就是一個點。
- (2) 二元一次方程式的圖形都是一條直線。
- (3) 畫出二元一次方程式圖形的方法，須先找出此二元一次方程式中，兩組不同的解，然後在坐標平面上標示出此兩點，並畫一條直線通過這兩點，即為此方程式的圖形。

② 二元一次方程式  $ax+by=c$  的圖形

條件	$a \neq 0, b \neq 0$	$a = 0, b \neq 0$	$a \neq 0, b = 0$
圖形	不垂直兩軸的直線	垂直 $y$ 軸的直線	垂直 $x$ 軸的直線
例	$2x - y = 4$	$y = 5$	$x = 3$

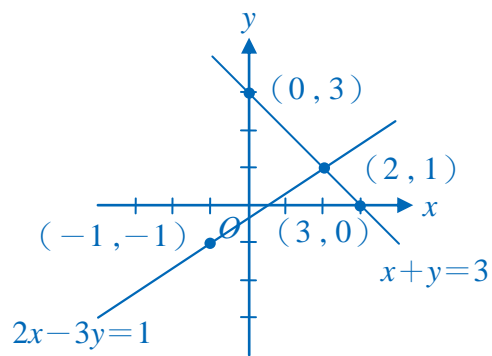
③ 二元一次聯立方程式的圖形與其解

二元一次聯立方程式的解就是這兩個方程式圖形的交點坐標；兩條直線的交點坐標就是這兩條直線所代表的兩個方程式的共同解。

例 二元一次聯立方程式  $\begin{cases} x+y=3 \\ 2x-3y=1 \end{cases}$  的解為  $x=2, y=1$ ，所以此聯立方程式圖形的交點坐標為  $(2, 1)$ 。

$x$	0	3
$y$	3	0

$x$	2	-1
$y$	1	-1



哪一種「點」最不清楚？

**P90****2-2 自我評量**

課 P70 例 1

① 在坐標平面上，下列哪些點在二元一次方程式  $3x+y=-4$  的圖形上？

$$(2, -2) \cdot (-1, -1) \cdot \left(\frac{2}{3}, -6\right) \cdot (0, -4)$$

$$(-1, -1) \cdot \left(\frac{2}{3}, -6\right) \cdot (0, -4)$$

② 在坐標平面上畫出下列各二元一次方程式的圖形：

(1)  $y=3x-1$

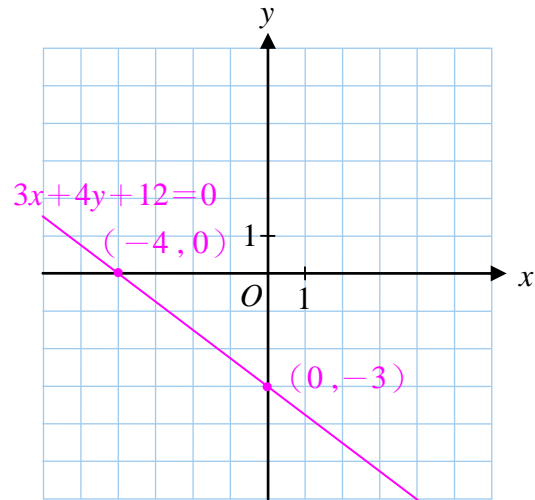
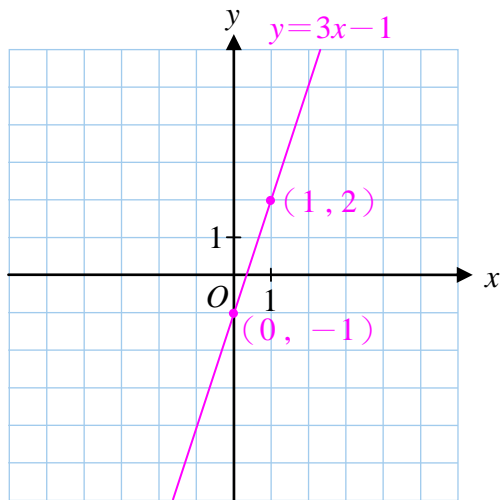
課 P77 例 4

(2)  $3x+4y+12=0$

課 P77 例 4

$x$	$0$	$1$
$y$	$-1$	$2$

$x$	$0$	$-4$
$y$	$-3$	$0$



(3)  $y=3$

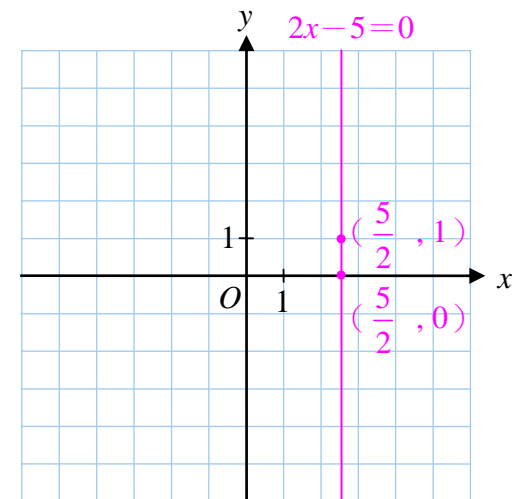
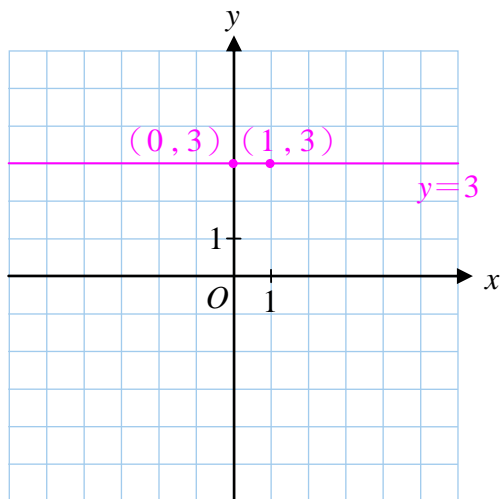
課 P81 例 6

(4)  $2x-5=0$

課 P83 例 7

$x$	$0$	$1$
$y$	$3$	$3$

$x$	$\frac{5}{2}$	$\frac{5}{2}$
$y$	$1$	$0$



**P91**

- ③ 二元一次方程式  $y=4x-8$  的圖形與  $x$  軸交於  $P$  點，與  $y$  軸交於  $Q$  點，求  $P$ 、 $Q$  兩點的坐標。  
課 P78 例 5

$$\begin{array}{c|c|c} x & 0 & 2 \\ \hline y & -8 & 0 \end{array}$$

所以與  $x$  軸交於  $P(2, 0)$ ，  
與  $y$  軸交於  $Q(0, -8)$ 。

答： $P(2, 0)$ 、 $Q(0, -8)$ 。

## 課 P85 例 9

- ④ 已知方程式  $ax+by=2$  的圖形為通過  $P(1, 1)$ 、 $Q(4, -2)$  兩點的直線，求：  
(1)  $a$ 、 $b$  之值。  
(2) 此二元一次方程式。

(1) 將  $(1, 1)$ 、 $(4, -2)$  分別代入  $ax+by=2$ ，得  $\begin{cases} a+b=2 \\ 4a-2b=2 \end{cases}$

解得  $a=1$ 、 $b=1$ 。

(2) 此二元一次方程式為  $x+y=2$ 。

答： $(1) a=1$ 、 $b=1$ ， $(2) x+y=2$ 。

- ⑤ 已知方程式  $y=ax+3$  和  $x=by+4$  的圖形皆為通過點  $(2, -1)$  的直線，求出  $a$ 、 $b$  之值。  
課 P85 隨堂

$$-1=2a+3, a=-2。$$

$$2=-b+4, b=2。$$

答： $a=-2$ 、 $b=2$ 。

- ⑥ 在坐標平面上分別畫出二元一次方程式  $3x+y=-7$  與  $-2x+y=3$  的圖形，並求出此兩條直線的交點坐標。  
課 P87 例 10

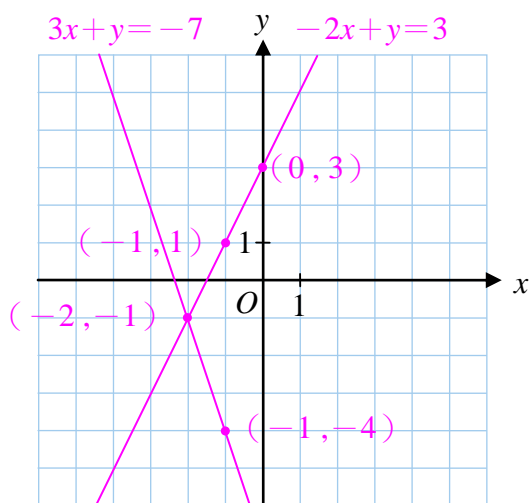
$$\begin{array}{c|c|c} 3x+y=-7 \\ x & -1 & -2 \\ \hline y & -4 & -1 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|c|c} -2x+y=3 \\ x & 0 & -1 \\ \hline y & 3 & 1 \end{array}$$

$$\text{由 } \begin{cases} 3x+y=-7 \\ -2x+y=3 \end{cases}$$

解得  $x=-2$ 、 $y=-1$ ，

所以交點坐標為  $(-2, -1)$ 。




答： $(-2, -1)$ 。

解答：交點（模糊焦點）。

**自我挑戰** 本單元為統整課程，由學生自行挑戰，教師視班級情況決定如何運用。

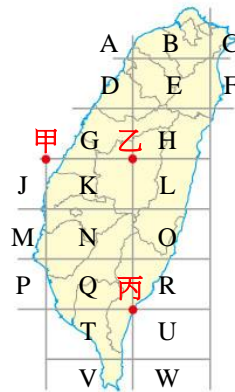
 社會

臺灣的電線桿或配電箱，大多標有由英文字母和數字組成的雙排編號，共 9 碼或 11 碼，此編號為「電力坐標」，其中坐標中的英文字母和數字是根據固定的規則編碼，例如：圖一中的電力坐標是 ，第一排第一個英文字母 Q 代表分區坐標區塊，對照圖二即可大概知道位於臺灣的哪個位置。

圖二中，台灣電力公司將臺灣本島分成 22 個字母區塊，每一個字母矩形區塊，東西長 80 公里，南北長 50 公里，並依電力坐標定出直角坐標。



圖一



圖二

如果有不小心受困的民眾不曉得自己的所在位置，只要向救難單位報出電力坐標，救難人員就可依電力坐標確認位置！



- ( D ) (1) 圖一中電線桿上的編號對照圖二可知，其位置在下列何處的可能性最高？ (A)雲林縣 (B)南投縣 (C)嘉義縣 (D)屏東縣

Q 區的範圍包含臺南市、高雄市、屏東縣和臺東縣，  
所以圖一的位置在屏東縣的可能性最高，故選(D)。

- (2) 若圖二中，甲點在 K 區左上角，台電所定的直角坐標為 (170, 2650)；乙點在 K 區右上角，台電所定的直角坐標為 (250, 2650)，單位為公里，試求 R 區塊左下角丙點的坐標。

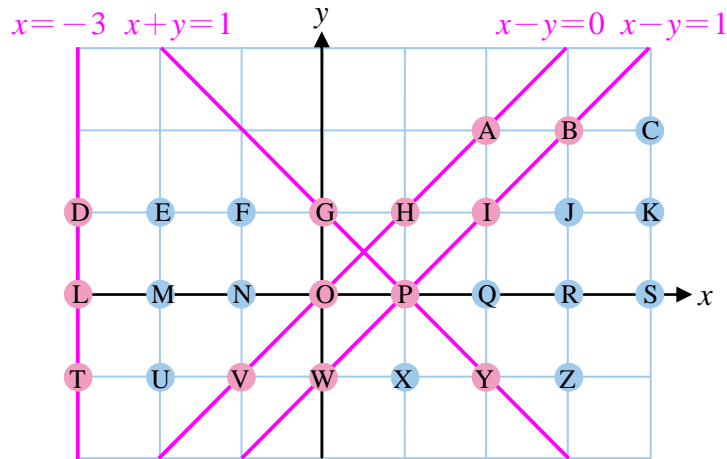
**解**

由乙 (250, 2650) 往下移動  $50 \times 3 = 150$  (公里)，  
即可到達丙 (250, 2500)。

答：丙 (250, 2500)。

本單元為配合此章所設計的趣味問題，由學生自行練習，教師可視班級情況而自行決定如何運用。


在這張英文字母坐標中，每個字母都有其代表的坐標，例如：「X」的坐標為  $(1, -1)$ 。




① 配合 2-1

利用英文字母坐標，依序將甲、乙、丙的英文單字及所對應的坐標填入空格中。

	乙	<b>C</b>		丙	<b>B</b>	
		$(4, 2)$			$(3, 2)$	
甲	<b>M</b>	<b>O</b>	<b>N</b>	<b>K</b>	<b>E</b>	<b>Y</b>
	$(-2, 0)$	$(0, 0)$	$(-1, 0)$	$(4, 1)$	$(-2, 1)$	$(2, -1)$
		<b>W</b>			<b>A</b>	
		$(0, -1)$			$(2, 2)$	
					<b>R</b>	
					$(3, 0)$	



(MONKEY)



(COW) 乙  
(BEAR) 丙

② 配合 2-2

在上面的英文字母坐標系中：

- (1) 分別畫出二元一次方程式  $x - y = 0$ 、 $x - y = 1$ 、 $x + y = 1$ 、 $x = -3$  的圖形。
- (2) 列出這四條直線所通過的字母：

A、B、D、G、H、I、L、O、P、T、V、W、Y

- (3) 在這些字母中任意拼成 3 個有意義的單字（字母可重複），寫出其中文的意義，並依序寫出單字中字母所在的坐標。

**範例** GOOD：好， $(0, 1)$   $(0, 0)$   $(0, 0)$   $(-3, 1)$ 。

**【參考答案】** DOG：狗， $(-3, 1)$   $(0, 0)$   $(0, 1)$

BOY：男孩， $(3, 2)$   $(0, 0)$   $(2, -1)$

PIG：豬， $(1, 0)$   $(2, 1)$   $(0, 1)$



數學 FUN 手玩—轟炸寶果

本章中，我們學習了許多關於直角坐標與方程式圖形的內容，除了課堂上的練習，我們也可透過有趣的寶果遊戲，更熟悉坐標的表示法喔！趕緊拿出附件 2-1~2-3，並找到你的好夥伴，一起切磋吧！



遊戲示範教學

遊戲說明

3~4 人一組

1 標記

每位玩家在自己的坐標板（附件 2-2）上畫記 5 個寶石標記，並發附件 2-3 的 5 張寶石卡（一人一種顏色）

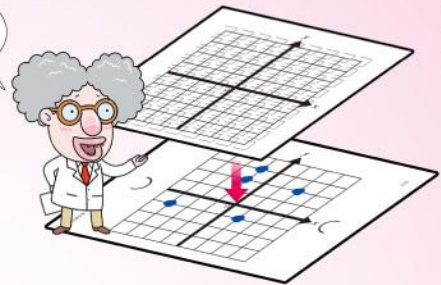
4 種顏色對應  
4 個玩家



2 組合

將附件 2-1 和附件 2-2 扣合，避免其他玩家看到畫記的位置。

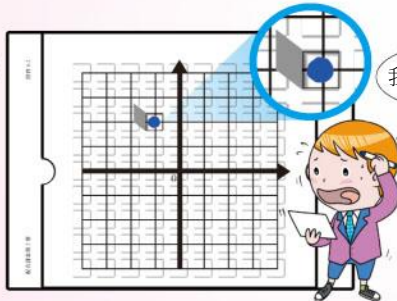
誰都不可以  
偷看喔！



3 引爆

輪到的玩家須報出坐標，且所有玩家須翻開自己對應的坐標板。※喊的坐標不得重複。

輪到我轟炸你囉～  
坐標是  $(-1, 2)$



我被炸了！

4 記號

玩家可在坐標板上層做記號，炸到寶石位置的畫○，沒中的畫×。喊到寶石標記須繳出寶石卡。

被轟炸到，就要交  
出自己的寶石！



5 結束

當有玩家所設的寶石卡全部繳出，即為出局，且遊戲結束。剩餘玩家結算獲得的寶石卡，擁有最多寶石者即為贏家喔！

你的寶石全數繳出了！



咦？我輸了嗎？



？遊戲結束！



結算分數

Winner	出局	出局	出局