

3-3 應用問題

對應能力指標 A-7-3



傑克如何猜出艾美的年齡呢？可依下列步驟：

步驟 1：假設一個適當的未知數

→ 假設艾美的年齡為  $x$ 。

步驟 2：列一元一次方程式

→ 因此可列得方程式  $(2x+3) \times 5 = 145$

步驟 3：解方程式

→  $(2x+3) \times 5 = 145$

$10x + 15 = 145$

$10x = 145 - 15$

$10x = 130$

$x = 13$

步驟 4：依題意寫出答案

若不合題意，則寫無解或沒有解。

→ 答：13 歲。



：「只要將艾美算出的答案減去 15，再除以 10，就可以算出艾美的年齡。」

**P185****例 1** 依題意列方程式

搭配習作 P57 基礎題 1 自評 P194 第 1、2 題

1. 這次段考，傑克的國文成績為  $x$  分，如果傑克的數學成績是國文成績的 2 倍少 40 分，且這兩科的成績合計為 170 分，依題意列出一元一次方程式。
2. 安琪本月在便利商店買了 5 杯咖啡，3 瓶礦泉水，總共花了 235 元。若一瓶礦泉水  $x$  元，且一杯咖啡比一瓶礦泉水貴 15 元，依題意列出一元一次方程式。

**解**

1. 因為國文成績為  $x$  分，所以數學成績為  $(2x-40)$  分，  
由於兩科的成績合計為 170 分，  
因此列出一元一次方程式為  $x + (2x-40) = 170$ 。
2. 因為一瓶礦泉水  $x$  元，所以一杯咖啡為  $(x+15)$  元，  
由於 5 杯咖啡，3 瓶礦泉水，總共花了 235 元，  
因此列出一元一次方程式為  $5(x+15) + 3x = 235$ 。

**隨堂練習**

1. 如右圖，賣場的燈泡正在特價優惠。威利花 3260 元買了 LED 和省電燈泡共 18 個，其中省電燈泡買了  $x$  個，則：
  - (1) LED 燈泡買了  $18-x$  個。(以含  $x$  的式子表示)
  - (2) 因為共花 3260 元，依題意可列出一元一次方程式  $230x + 120(18-x) = 3260$ 。
2. 弟弟身上有  $x$  元，哥哥身上的錢是弟弟的 2 倍少 10 元，且兄弟兩人身上共有 140 元，依題意可列出一元一次方程式  $x + (2x-10) = 140$ 。



**P186**

日常生活中所遇到的問題並不會設定好未知數，因此我們通常會依據題目的敘述，將希望求得的答案直接假設為未知數，並根據相關數量關係列成一元一次方程式，以解決應用問題。

**例 2 點餐問題**

搭配習作 P57 基礎題 2 自評 P194 第 2、3 題

麥克速食店一份套餐和一份兒童餐共需 180 元，威利和家人共點了 2 份套餐和 3 份兒童餐，合計為 430 元，則一份套餐多少元？

**解**

設一份套餐  $x$  元，則一份兒童餐為  $(180-x)$  元，  
由於 2 份套餐和 3 份兒童餐合計 430 元，因此

$$2x + 3(180 - x) = 430$$

$$2x + 540 - 3x = 430$$

$$-x = -110$$

$$x = 110$$

所以一份套餐是 110 元。

因為想求出一份套餐多少元，  
所以直接假設套餐一份  $x$  元。

**隨堂練習**

安琪在好味簡餐店點了 1 個排骨便當和 1 個雞腿便當，共需 170 元，而洛基點了 3 個排骨便當和 4 個雞腿便當，共需 600 元，則一個排骨便當多少元？

設一個排骨便當  $x$  元，則一個雞腿便當為  $(170-x)$  元，

由於 3 個排骨便當和 4 個雞腿便當合計 600 元，因此

$$3x + 4(170 - x) = 600$$

$$3x + 680 - 4x = 600$$

$$-x = -80$$

$$x = 80$$

所以一個排骨便當是 80 元。

**P187****例 3 分配問題**

搭配習作 P57 基礎題 3 自評 P195 第 4 題

將一箱李子發給一群學生，如果每人發 4 個，則剩 50 個；如果每人發 12 個，則不足 6 個。求學生有多少人？李子總共有多少個？

**解一**

設學生有  $x$  人，則

$$4x + 50 = 12x - 6$$

$$50 + 6 = 12x - 4x$$

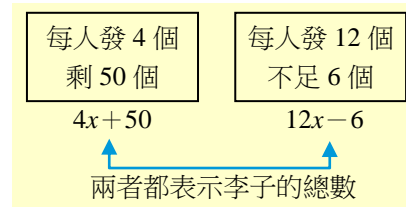
$$8x = 56$$

$$x = 7$$

所以學生有 7 人，

李子總數為  $4x + 50 = 4 \times 7 + 50$

$$= 78 \text{ (個)} \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{李子的總數也可以這樣算：} \\ 12x - 6 = 12 \times 7 - 6 = 78 \text{ (個)} \end{array}$$

**解二**

設李子有  $x$  個，則

$$\frac{x-50}{4} = \frac{x+6}{12} \quad \leftarrow \text{兩邊同乘以 12}$$

$$3(x-50) = x+6$$

$$3x - 150 = x + 6$$

$$3x - x = 6 + 150$$

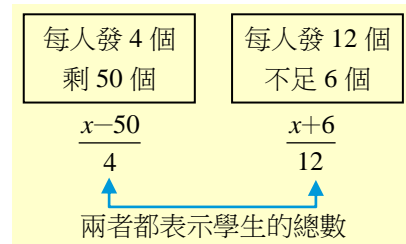
$$2x = 156$$

$$x = 78$$

所以李子有 78 個，

$$\text{學生有 } \frac{x-50}{4} = \frac{78-50}{4} = \frac{28}{4}$$

$$= 7 \text{ (人)} \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{學生的人數也可以這樣算：} \\ \frac{x+6}{12} = \frac{78+6}{12} = 7 \text{ (人)} \end{array}$$



由例 3 可以發現，選擇不合適的未知數，可能會列出較複雜的方程式，而增加解題的難度。

**P188****隨堂練習**

老師買了一桶棒棒糖，獎勵數學成績優良的學生，如果每人分 8 根棒棒糖，則剩下 3 根；如果每人分 10 根棒棒糖，則不夠 5 根。

- (1) 此次數學成績優良的學生有多少人？  
 (2) 此桶棒棒糖有多少根？

(1) 設學生有  $x$  人，則

$$8x + 3 = 10x - 5$$

$$8x - 10x = -5 - 3$$

$$-2x = -8$$

$$x = 4$$

所以學生有 4 人。

(2)  $8x + 3 = 8 \times 4 + 3$

$$= 35$$

所以棒棒糖有 35 根。

**例 4 分配問題**

搭配習作 P58 基礎題 4 自評 P195 第 5 題

已知某手機以定價的七五折賣出，則賠本 1000 元；如果改以定價的九折賣出，可賺 2000 元。這支手機的定價是多少元？

**解**

設這支手機的定價  $x$  元，則

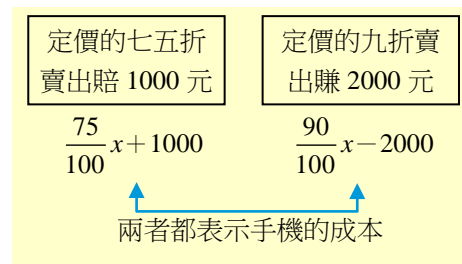
$$\frac{75}{100}x + 1000 = \frac{90}{100}x - 2000$$

$$75x + 100000 = 90x - 200000$$

$$300000 = 15x$$

$$x = 20000$$

所以這支手機的定價是 20000 元。



**P189****隨堂練習**

已知某商品以定價的八折賣出，則賠本 350 元；如果改以定價的九五折賣出，可賺 250 元。求此商品的成本是多少元？

設此商品的定價為  $x$  元，則

$$\frac{80}{100}x + 350 = \frac{95}{100}x - 250$$

$$80x + 35000 = 95x - 25000$$

$$80x - 95x = -25000 - 35000$$

$$-15x = -60000$$

$$x = 4000$$

所以此商品的成本為  $\frac{80}{100} \times 4000 + 350 = 3550$  (元)。

**補給站 買賣小常識**

大賣場內商品的價格是如何被標訂出來的？

賣場買進一批商品時，所付出的價錢稱為「成本」。



成本：100 元／隻

為了賺取利潤，會將成本加上一定的百分比作為「定價」，這個過程稱為「加成」(「一成」=10%)。

若將成本加 6 成當定價，則定價是成本的 1.6 倍。



定價：100 × 1.6

160 元

賣場為了吸引消費者的購買，會將商品的定價減少一定的百分比，這個過程稱為「打折」(「一折」=10%)。

最後商品售出的價格稱為「售價」。

若以定價的 70% 售出商品，稱為「打七折」或「30% off」。

促銷優惠



售價：160 × 0.7

112 元

售價－成本＝「獲利」。

若獲利是正，表示賺錢；若獲利是負，表示賠錢。



獲利：112－100

= 12 元

**P190**

我們知道「 $\frac{\text{距離}}{\text{速率}} = \text{時間}$ 」，如果已知距離與速率，就可以求出行走所需的時間。

例如：某條步道全長 1200 公尺，若行走的平均速率為每分鐘 60 公尺，則所需時間為  $\frac{1200}{60} = 20$ （分鐘）。

接下來，我們用這個概念處理距離、時間與速率的問題。

**例 5 速率問題**

搭配習作 P58 基礎題 5 自評 P195 第 6 題

博士從 1 樓坐電梯到頂樓，再坐回 1 樓，總共花 70 秒（不計所有停留時間）。若電梯上升的速率為每秒 15 公尺，下行的速率為每秒 10 公尺，則電梯從 1 樓到頂樓，共上升多少公尺？

**解**

設電梯從 1 樓到頂樓共上升  $x$  公尺，  
由於上升時間與下行時間共花 70 秒，因此

$$\frac{\text{距離}}{\text{速率}} = \text{時間}$$

$$\frac{x}{15} + \frac{x}{10} = 70 \quad \leftarrow \text{等號兩邊同乘以 15 和 10 的最小公倍數 30。}$$

$$2x + 3x = 2100$$

$$5x = 2100$$

$$x = 420$$

所以電梯從 1 樓到頂樓共上升 420 公尺。

**隨堂練習**

洛基在綠色隧道騎自行車運動。已知去程時速每小時 18 公里，回程時速每小時 12 公里，來回總共花了 50 分鐘，則綠色隧道長多少公里？

設綠色隧道長  $x$  公里，則

$$\frac{x}{18} + \frac{x}{12} = \frac{50}{60}$$

$$10x + 15x = 150$$

$$25x = 150, x = 6$$

所以綠色隧道長 6 公里。

**P191****例 6** 解的合理性

搭配習作 P58 基礎題 6

圖中是安琪和博士聊天的對話，為何艾美會說博士在騙人？

**解**

設博士的兒子今年  $x$  歲，  
 則博士今年為  $(x+28)$  歲；  
 8 年後，兒子為  $(x+8)$  歲，  
 博士為  $(x+28) + 8 = x+36$  (歲)，  
 由於 8 年後，博士年齡是兒子的 5 倍多 4 歲，  
 因此  $x+36 = 5(x+8) + 4$

	今年 (歲)	8 年後 (歲)
博士兒子	$x$	$x+8$
博士	$x+28$	$(x+28) + 8$

$$x+36 = 5x+40+4$$

$$-4x = 8$$

$$x = -2$$

但年齡為負數不合理，因此艾美知道博士在騙人。

**隨堂練習**

小夢說自己生日的日期數為月分數的 4 倍，且其月分和日期兩數的和為 16。則小夢的說法正確嗎？為什麼？

設小夢生日的月分數為  $x$ ，則日期數為  $4x$ ，因此

$$x+4x = 16$$

$$5x = 16$$

$$x = \frac{16}{5}$$

因為月分數不會是分數，故小夢的說法不正確。



**節約能源**

節約能源（簡稱節能），是指以減少能源消耗的方式保護資源，減少對環境的污染。節能的方式很多，例如節約用水、節約用電等。



鎢絲燈泡



省電燈泡



LED 燈泡

以節約用電而言，鎢絲燈泡（也稱白熾燈泡），售價雖便宜但耗電量大，市面上已經少見。在發光量相同的情況下，省電燈泡的耗電量為鎢絲燈泡的  $\frac{1}{5}$  到  $\frac{1}{3}$ ，壽命則為其 8 到 15 倍。而 LED 燈泡又比省電燈泡更省電，且壽命長、耗電低、低熱源，又有不同亮度、顏色變化。

在照明度相當的情況下，將三種燈泡進行用電量及電費比較，以 107 年家庭用電平均每度 2.8 元計算，每天使用 8 小時，1 顆 100W 的鎢絲燈泡使用 1 年的電費約 818 元、21W 的省電燈泡電費約 172 元，而 12W 的 LED 燈泡電費僅 98 元。由此可知，換購 LED 燈泡可有效節省能源及家中電費。

Q 已知某品牌 36W 的省電燈泡每千小時耗電 36 度，而 12W LED 燈泡每千小時耗電 12 度。若某畫廊已安裝 40 顆省電燈泡，老闆想節約用電，於是將其中一部分換成了 LED 燈泡，結果每千小時共耗電 840 度，則共更換了幾顆 LED 燈泡？

設更換了  $x$  顆 LED 燈泡，則省電燈泡剩  $(40-x)$  顆。

因此  $36(40-x) + 12x = 840$

$$1440 - 36x + 12x = 840$$

$$-24x = -600, x = 25$$

所以共更換 25 顆 LED 燈泡。



答：25 顆。

**P193****3-3 重點回顧****運用一元一次方程式的應用問題**

已知某場演唱會的看台區門票為  $x$  元，且搖滾區門票為看台區門票的 2 倍少 80 元。小霖買了搖滾區和看台區的門票各 2 張，總共花了 5720 元，則看台區的門票是多少元？

解題步驟：

**步驟 1****設未知數**

看台區門票？元  
搖滾區門票？元

設看台區門票  $x$  元  
搖滾區門票  $2x - 80$  元

**步驟 2****列方程式**

搖滾區和看台區的門票各 2 張，  
總共花了 5720 元。

$$2x + 2(2x - 80) = 5720$$

**步驟 3****解方程式**

計算出  $x$  的值。



$$\begin{aligned} 2x + 2(2x - 80) &= 5720 \\ 2x + 4x - 160 &= 5720 \\ 6x &= 5880 \\ x &= 980 \end{aligned}$$

**步驟 4****依題意寫出答案**

若不合題意，則寫無解或沒有解。

答：看台區門票 980 元。

解答：速率（樹綠）。

## P194

### 3-3 自我評量

① 依下列各題意列出一元一次方程式：

課 P185 例 1

(1) 威利到文具店影印，每張紙的影印費是 2 元，封面裝訂費用是 50 元。威利影印了  $x$  張紙，並裝訂封面，一共需付 290 元。

依題意可列出一元一次方程式  $2x+50=290$ 。

(2) 博士拿了 1000 元給安琪、艾美買原子筆，原子筆每支 8 元，安琪買了  $x$  支，而艾美買的比安琪多 5 支，兩人結帳後，共找回 720 元。

依題意可列出一元一次方程式  $1000-8x-8(x+5)=720$ 。

課 P185、186 例 1、2

② 一個滷蛋比一條海帶貴 4 元，若一條海帶  $x$  元，且洛基買了 2 個滷蛋和 5 條海帶，一共需付 50 元。依題意列出一元一次方程式，並求一條海帶多少元？

因為一條海帶  $x$  元，所以一個滷蛋  $(x+4)$  元，

依題意可列出一元一次方程式為  $2(x+4)+5x=50$ 。

$$2(x+4)+5x=50$$

$$2x+8+5x=50$$

$$7x=42$$

$$x=6$$

答： $2(x+4)+5x=50$ ，6 元。

③ 新開幕水果行的蘋果每斤賣 50 元，梨子每斤賣 30 元，某日蘋果和梨子共賣出 30 斤，總售價 1260 元，則蘋果和梨子各賣出多少斤？

課 P186 例 2

設蘋果賣出  $x$  斤，則梨子賣出  $(30-x)$  斤，因此

$$50x+30(30-x)=1260$$

$$50x+900-30x=1260$$

$$20x=360, x=18$$

$$30-18=12$$

所以蘋果賣出 18 斤，梨子賣出 12 斤。

答：蘋果 18 斤，梨子 12 斤。

**P195**

- 4 一群同學聚餐，如果 8 人一桌，則有 3 人沒位子坐；如果 9 人一桌，則有一桌只坐 3 人，則這群同學有多少人？ 課 P187 例 3

設同學有  $x$  人。

$$\frac{x-3}{8} = \frac{x+6}{9}$$

$$9(x-3) = 8(x+6)$$

$$9x - 27 = 8x + 48$$

$$x = 75$$

答：75 人。

課 P188 例 4

- 5 某商店賣蘋果牌音響，平時以定價九五折賣出，可賺 3000 元，最後一臺展示品以定價八折賣出，賠了 2400 元，則這套音響的定價是多少元？

設音響定價為  $x$  元。

$$\frac{95}{100}x - 3000 = \frac{80}{100}x + 2400$$

$$95x - 300000 = 80x + 240000$$

$$15x = 540000$$

$$x = 36000$$

答：36000 元。

- 6 土哲上山每小時走 3 公里，下山每小時走 5 公里，若來回一趟共需 4 小時，則山路長多少公里？ 課 P190 例 5

設山路長  $x$  公里。

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{5} = 4$$

$$5x + 3x = 60$$

$$8x = 60$$

$$x = \frac{15}{2}$$

答： $\frac{15}{2}$  公里。

**P76**

**自我挑戰** 本單元為統整課程，由學生自行挑戰，教師視班級情況決定如何運用。

有兩枝粗細不同的蠟燭，但高度都是 10 公分，粗的蠟燭需 4 小時燒完，細的蠟燭則需 3 小時燒完。回答下列問題：

(1) 粗、細兩枝蠟燭每小時各燃燒掉多少公分？

**解**

兩枝蠟燭高度都是 10 公分，

粗的蠟燭需 4 小時燒完，所以 1 小時燒掉  $\frac{10}{4} = \frac{5}{2}$  (公分)；

細的蠟燭需 3 小時燒完，所以 1 小時燒掉  $\frac{10}{3}$  (公分)。

答：粗的蠟燭  $\frac{5}{2}$  公分，細的蠟燭  $\frac{10}{3}$  公分。



(2) 假設燃燒  $x$  小時後，粗、細兩枝蠟燭各剩多少公分？

**解**

燃燒  $x$  小時，

粗的蠟燭燃燒  $\frac{5}{2}x$  公分，所以高度剩下  $(10 - \frac{5}{2}x)$  公分；

細的蠟燭燃燒  $\frac{10}{3}x$  公分，所以高度剩下  $(10 - \frac{10}{3}x)$  公分。

答：粗的蠟燭剩下  $(10 - \frac{5}{2}x)$  公分，細的蠟燭剩下  $(10 - \frac{10}{3}x)$  公分。

(3) 同時點燃兩枝蠟燭，經過多少時間後，粗蠟燭剩下的長度是細蠟燭剩下長度的 2 倍？

**解**

假設經過  $x$  小時後，粗蠟燭剩下的長度是細蠟燭剩下長度的 2 倍，則

$$10 - \frac{5}{2}x = 2 \left( 10 - \frac{10}{3}x \right)$$

$$10 - \frac{5}{2}x = 20 - \frac{20}{3}x$$

$$60 - 15x = 120 - 40x$$

$$25x = 60$$

$$x = \frac{60}{25} = \frac{12}{5}$$

答： $\frac{12}{5}$  小時。

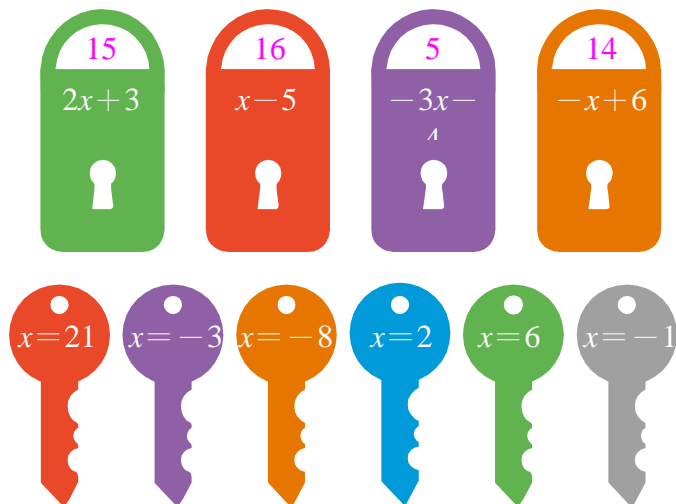
解答 P229

**P197****趣學數學**

趣學數學本單元為配合此章所設計的趣味問題，由學生自行練習，教師可視班級情況而自行決定如何運用。

**① 配合 3-1**

在一個上了鎖的隱密地窖，藏著失落的寶藏。想要進去，除了配對顏色開鎖外，還需要輸入一組英文密碼，這組密碼會是什麼呢？



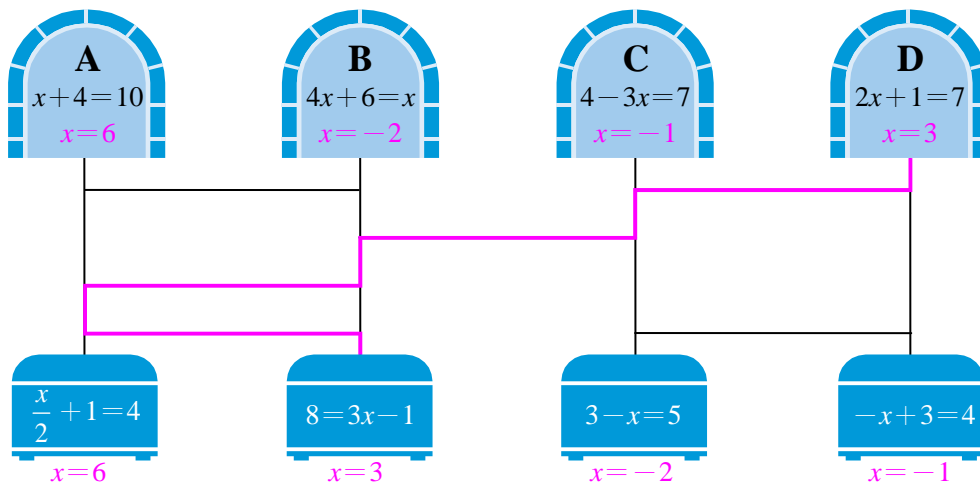
規則：

1. 找出和鎖相同顏色的鑰匙，並將鑰匙中的  $x$  代入鎖上的式子求值，才能將鎖打開。
2. 將求得的值，對應英文字母 A 到 Z 的順序，轉換成英文字母。例如：  
 $1 \rightarrow A, 2 \rightarrow B, 3 \rightarrow C \dots$
3. 每個鎖得到一個英文字母，四個英文字母組成一個單字，即為密碼。

密碼： OPEN

**② 配合 3-2**

開啟地窖後，發現裡面有 A、B、C、D 四條通道，一旁的牆上刻著相關的線索，哪條路才能通往正確的藏寶處呢？ (D)



規則：

1. 從 A、B、C、D 四個起點開始，經由階梯圖往下走到終點。(不能回頭，且遇到橫線要轉彎)
2. 當兩方程式的解相同時，此起點即為正確的通道入口！

**解答 P230**

數學萬花筒

代數之父－丟番圖

丟番圖 (Diophantus of Alexandria, 希臘人, 200-284) 被譽為代數學 (algebra) 的鼻祖。丟番圖引入未知數, 創造未知數的符號, 並架構方程式的思想體系。

在丟番圖的墓誌銘中, 用數學介紹了他的一生, 我們假設丟番圖活了  $x$  年來計算他活了幾歲。



$$\frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4 = x, x = 84 \text{ (歲)}$$