

2-2 最大公因數與最小公倍數



1

求 a 、 b 的最大公因數時，可由 a 、 b 的標準分解式中：

- (1) 先找出 a 、 b 共同的質因數，
- (2) 由共同質因數中，分別取指數(次方)最小者相乘。

若 $a = 2^2 \times 5^4$, $b = 2^3 \times 5^3 \times 7^2$, 求 a 、 b 的最大公因數。

解 $a = 2^2 \times 5^4$
 $b = 2^3 \times 5^3 \times 7^2$

↓ ↓
 取 2^2 取 5^3

所以 $(a, b) = \underline{\quad 2^2 \times 5^3 \quad}$ 。

每格 4 分，共 8 分

每格 4 分，共 8 分

2

求 a 、 b 的最小公倍數時，可由 a 、 b 的標準分解式中：

- (1) 先找出 a 、 b 全部的質因數，
- (2) 把兩者所有質因數中，分別取指數(次方)最大者相乘。

若 $a = 2^2 \times 5^4$, $b = 2^3 \times 5^3 \times 7^2$, 求 a 、 b 的最小公倍數。

解 $a = 2^2 \times 5^4$
 $b = 2^3 \times 5^3 \times 7^2$

↓ ↓ ↓
 取 2^3 取 5^4 取 7^2

所以 $[a, b] = \underline{\quad 2^3 \times 5^4 \times 7^2 \quad}$ 。

每格 4 分，共 8 分

每格 4 分，共 8 分


基礎題

1 求下列各組數的最大公因數： 每題 5 分，共 20 分 每題 4 分，共 16 分 課 P99 隨堂

$$(1) 35, 64$$

$$(35, 64) = 1$$

$$\begin{array}{r} 1 \mid 35 \quad 64 \\ \hline 35 \quad 64 \end{array}$$

$$(2) 154, 210$$

$$\begin{aligned} (154, 210) &= 2 \times 7 \\ &= 14 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 2 \mid 154 \quad 210 \\ \hline 7 \mid 77 \quad 105 \\ \hline 11 \quad 15 \end{array}$$

$$(3) 15, 45, 75$$

$$(15, 45, 75)$$

$$= 3 \times 5$$

$$= 15$$

$$\begin{array}{r} 3 \mid 15 \quad 45 \quad 75 \\ \hline 5 \mid 5 \quad 15 \quad 25 \\ \hline 1 \quad 3 \quad 5 \end{array}$$

$$(4) 144, 12, 48$$

$$(144, 12, 48)$$

$$= 2 \times 2 \times 3$$

$$= 12$$

$$\begin{array}{r} 2 \mid 144 \quad 12 \quad 48 \\ \hline 2 \mid 72 \quad 6 \quad 24 \\ \hline 3 \mid 36 \quad 3 \quad 12 \\ \hline 12 \quad 1 \quad 4 \end{array}$$

2 求下列各組數的最小公倍數：

$$(1) 54, 42$$

$$[54, 42]$$

$$= 2 \times 3 \times 9 \times 7$$

$$= 2 \times 3 \times 3^2 \times 7$$

$$= 2 \times 3^3 \times 7 \text{ (或 378)}$$

$$\begin{array}{r} 2 \mid 54 \quad 42 \\ \hline 3 \mid 27 \quad 21 \\ \hline 9 \quad 7 \end{array}$$

$$(2) 26, 7$$

$$[26, 7]$$

$$= 26 \times 7$$

$$= 182 \text{ (或 } 2 \times 7 \times 13\text{)}$$

$$\begin{array}{r} 1 \mid 26 \quad 7 \\ \hline 26 \quad 7 \end{array}$$

$$(3) 12, 15, 18$$

$$[12, 15, 18]$$

$$= 3 \times 2 \times 2 \times 5 \times 3$$

$$= 2^2 \times 3^2 \times 5$$

$$\text{(或 180)}$$

$$\begin{array}{r} 3 \mid 12 \quad 15 \quad 18 \\ \hline 2 \mid 4 \quad 5 \quad 6 \\ \hline 2 \quad 5 \quad 3 \end{array}$$

$$(4) 35, 20, 28$$

$$[35, 20, 28]$$

$$= 2 \times 2 \times 5 \times 7$$

$$= 2^2 \times 5 \times 7$$

$$\text{(或 140)}$$

$$\begin{array}{r} 2 \mid 35 \quad 20 \quad 28 \\ \hline 2 \mid 35 \quad 10 \quad 14 \\ \hline 5 \mid 35 \quad 5 \quad 7 \\ \hline 7 \mid 7 \quad 1 \quad 7 \\ \hline 1 \quad 1 \quad 1 \end{array}$$

每題 5 分，共 10 分

每題 4 分，共 8 分

3 計算下列各題，並求出其值：

課 P99、106 隨堂

(1) $(24, [12, 18])$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \hline 12 & 18 \\ 3 \bigg| & 6 & 9 \\ & 2 & 3 \end{array}$$

$[12, 18]$

$=2 \times 3 \times 2 \times 3$

$=36$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \hline 24 & 36 \\ 2 \bigg| & 12 & 18 \\ & 3 \bigg| & 6 & 9 \\ & & 2 & 3 \end{array}$$

$(24, 36)$

$=2 \times 2 \times 3$

$=12$

(2) $[(75, 125), 15]$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \hline 75 & 125 \\ 5 \bigg| & 15 & 25 \\ & & 3 & 5 \end{array}$$

$(75, 125)$

$=5 \times 5$

$=25$

$[(75, 125), 15] = [25, 15] = 75$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \hline 25 & 15 \\ & 5 & 3 \end{array}$$

$[25, 15]$

$=5 \times 5 \times 3$

$=75$

$(24, [12, 18]) = (24, 36) = 12$

4 (C) 下列哪一個數與 $2^2 \times 5^2 \times 7$ 互質？ 4 分 3 分

(A) $3^2 \times 7^2$

(B) $2^3 \times 5^3 \times 11$

(C) 3×11^2

(D) $2 \times 3 \times 11$

每格 5 分，共 20 分 每格 4 分，共 16 分

5 求最大公因數與最小公倍數，將結果以標準分解式表示。

課 P101 例 1

(1) $(2^3 \times 3^2 \times 7^4, 2^2 \times 5^3 \times 7^2) = \underline{2^2 \times 7^2}.$

課 P109、110 例 4、5

$[2^3 \times 3^2 \times 7^4, 2^2 \times 5^3 \times 7^2] = \underline{2^3 \times 3^2 \times 5^3 \times 7^4}.$

(2) $(2^2 \times 3^4 \times 7 \times 11, 2^4 \times 3^3 \times 5^2 \times 11, 2^3 \times 3^5 \times 5^3 \times 11) = \underline{2^2 \times 3^3 \times 11}.$

$[2^2 \times 3^4 \times 7 \times 11, 2^4 \times 3^3 \times 5^2 \times 11, 2^3 \times 3^5 \times 5^3 \times 11] = \underline{2^4 \times 3^5 \times 5^3 \times 7 \times 11}.$

- 6** 有 132 個蘋果和 156 個梨子，想要將這兩種水果分堆，每堆都要有蘋果和梨子，而且每堆同一種類的水果都要一樣多，那麼最多可分成多少堆？每堆各有蘋果和梨子多少個？5 分 5 分

課 P102、103 例 2、3

$$\begin{array}{r} 2 \mid 132 \quad 156 \\ 2 \mid 66 \quad 78 \\ 3 \mid 33 \quad 39 \\ \quad \quad 11 \quad 13 \end{array}$$

$$(132, 156) = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

答：最多可分成 12 堆，每堆有蘋果 11 個和梨子 13 個。

- 7** 洛基、傑克、威利同時、同地、同方向出發，等速持續繞周長為 400 公尺的操場運動。已知洛基、傑克、威利繞操場一圈所需的時間分別為 4 分鐘、5 分鐘與 6 分鐘，則他們出發多少分鐘後才會第一次在出發點會合？此時洛基、傑克、威利三人各繞操場多少圈？5 分 5 分

課 P111、112 例 6、7

$$\begin{array}{r} 2 \mid 4 \quad 5 \quad 6 \\ \quad \quad 2 \quad 5 \quad 3 \end{array}$$

$$[4, 5, 6] = 2 \times 2 \times 5 \times 3 = 60 \text{ (分鐘)}$$

$$\underline{\text{洛基}} : 60 \div 4 = 15 \text{ (圈)}$$

$$\underline{\text{傑克}} : 60 \div 5 = 12 \text{ (圈)}$$

$$\underline{\text{威利}} : 60 \div 6 = 10 \text{ (圈)}$$

答：60 分鐘後會合，此時洛基繞 15 圈、傑克繞 12 圈、威利繞 10 圈。


精熟題

1 (A) 下列選項中所表示的數，哪一個與 252 的最大公因數為 42？**5 分**



(A) $2 \times 3 \times 5^2 \times 7^2$

(B) $2 \times 3^2 \times 5 \times 7^2$

(C) $2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7$

(D) $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$

$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$

$42 = 2 \times 3 \times 7$

類 106 會考第 8 題

2 若 $3 \times a$ 、 $4 \times a$ 的最小公倍數是 24，則 $3 \times a$ 、 $4 \times a$ 、15 的最小公倍數是多少？

$$\begin{aligned} [3 \times a, 4 \times a, 15] &= [(3 \times a, 4 \times a), 15] && 3 \mid \begin{array}{r} 24 \\ 15 \end{array} \\ &= [24, 15] && 8 \quad 5 \\ &= 3 \times 8 \times 5 \\ &= 120 \end{aligned}$$

5 分

答：120。

3 某次段考，國文科共出 50 題單選題，每題 2 分；英文科共出 25 題單選題，每題 4 分；數學科共出 20 題單選題，每題 5 分。益農三科都及格且分數都相同，則益農這三科的分數可能是多少分？(60 分以上為及格)**5 分**

因為三科都及格，且分數都相同，

表示三科可能都是 100 分或扣相同的分數。

$[2, 4, 5] = 2 \times 2 \times 5 = 20$ ，

所以扣分是扣 20 的倍數，

即 $100 - 20 = 80$ (分) 或 $100 - 20 \times 2 = 60$ (分)。

$$2 \mid \begin{array}{r} 2 \quad 4 \quad 5 \\ 1 \quad 2 \quad 5 \end{array}$$

答：100 分或 80 分或 60 分。