

6

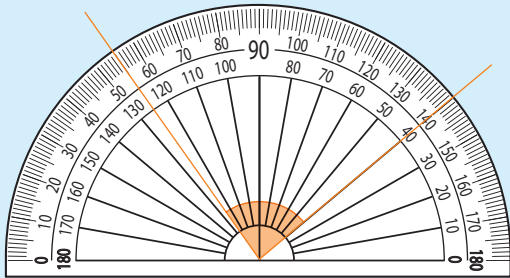
生活中的幾何

6-1 垂直、線對稱與三視圖

Are You Ready?

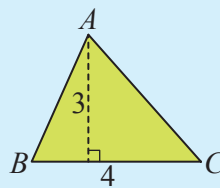
+++ 角度

觀察下圖中鋪色的角，角度為 85 度，
是 銳 角。(填銳、鈍或直)



+++ 多邊形

(1) 如右圖，三角形中，若一邊長為 4，
且此邊上的高為 3，
則此三角形的面積為 6。



(2) 五邊形有 5 個邊，5 個頂點。

阿美族是臺灣原住民中人口最多的一族，每年七至九月，在各個部落都會舉行豐年祭，以祈禱、跳舞和唱歌的方式來慶祝，為了表示尊敬，這一天大家都會盛裝出席。仔細觀察他們服裝上的花樣，不少都是利用一些基本的幾何圖形，去排列出精巧的圖騰，就讓我們透過認識基本的幾何圖形，來進入幾何世界吧！



MATHEMATICS

+
-
×

6-1

垂直、線對稱與三視圖

- | | |
|---------------|-------|
| 1 點、線、角與標示 | 2 多邊形 |
| 3 垂直平分線與線對稱圖形 | 4 三視圖 |

主題 1 點、線、角與標示



地圖中我們常用「點」表示位置，用「線」表示路線，而點與線也是基本的幾何圖形，我們將由此進入幾何的世界。



歐幾里得
(*Euclid*，西元前
325 年~265 年)
古希臘人，編撰的
《幾何原本》中，
包括了與圖形有關
的知識統整。

點

「點」只代表位置，沒有大小之分。在數學上，為了清楚標示平面上的各點，習慣會在點的旁邊寫上大寫的英文字母，如 A 、 B 、 C 、……，來表示這些點，並稱為 A 點、 B 點、 C 點（或點 A 、點 B 、點 C ），如圖 1。

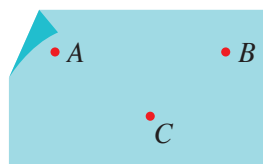


圖 1

線

平面上，一個點移動所經過的路徑稱為「線」，線沒有粗細或寬窄之分。線如果是彎曲的，就稱為曲線，如果是筆直向兩端無限延伸的，就稱為直線，如圖 2。

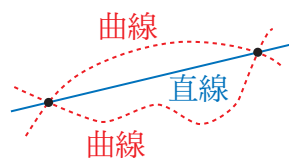


圖 2

通過平面上相異兩點 A 、 B 的曲線可以有很多條，但只能畫出一條直線。也就是說：**相異兩點決定一直線**。在數學上，一般會用英文字母來表示直線，如 L 、 M 、……，或 L_1 、 L_2 等符號來標示。

若 A 、 B 是直線 L 上的相異兩點，則：

1 直線

如圖 3，這條直線也可標示為**直線 AB** 或 \overleftrightarrow{AB} (也可寫成直線 BA 或 \overleftrightarrow{BA})，其中符號「 $\overleftrightarrow{\quad}$ 」表示直線可以向兩邊無限延伸。



圖 3

2 線段

如圖 4，在 A 點與 B 點之間的部分 (含 A 點與 B 點) 稱為**線段**，以**線段 AB** 或 \overline{AB} 標示 (也可寫成線段 BA 或 \overline{BA})，而 A 點和 B 點都稱為 \overline{AB} 的端點。 \overline{AB} 也可以表示此線段的長度，例如：線段 AB 的長度是 3 公分，可記作「 $\overline{AB}=3$ 公分」。

線段 AB (\overline{AB})

圖 4

3 射線

如圖 5-1，若以 A 點為端點，往 B 點的方向無限延伸出去，稱為**射線 AB** ，標示為 \overrightarrow{AB} ；如圖 5-2，若以 B 點為端點，往 A 點的方向無限延伸出去，稱為**射線 BA** ，標示為 \overrightarrow{BA} 。因為端點和延伸的方向都不一樣，所以 \overrightarrow{AB} 和 \overrightarrow{BA} 是不相同的。

射線 AB (\overrightarrow{AB})

圖 5-1

射線 BA (\overrightarrow{BA})

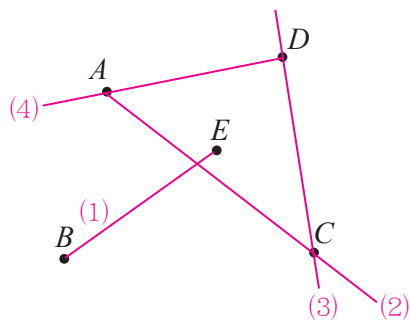
圖 5-2

隨堂練習

在右圖中畫出下列各線段、射線與直線。

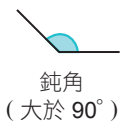
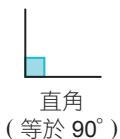
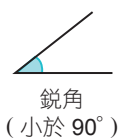
- (1) \overline{BE} (2) \overrightarrow{AC} (3) \overleftrightarrow{CD} (4) \overrightarrow{DA}

如圖所示



角

學習時光機



如圖 6， \overrightarrow{BA} 和 \overrightarrow{BC} 相交於 B 點形成一個角，我們標示「 $\angle ABC$ 」(讀作角 ABC) 或「 $\angle CBA$ 」，也可以簡記為「 $\angle B$ 」，此時 B 點稱為這個角的頂點， \overrightarrow{BA} 和 \overrightarrow{BC} 都稱為這個角的邊。

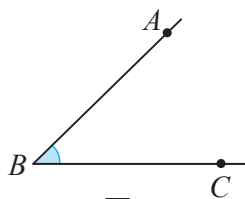


圖 6

如圖 7，以 B 點為頂點的角有三個，分別為 $\angle DBA$ 、 $\angle ABC$ 、 $\angle DBC$ ，如果只單純用 $\angle B$ 來表示，將無法確定 $\angle B$ 代表哪一個角。這時我們可以用代號寫在角的內部來命名，用 $\angle 1$ 表示 $\angle DBA$ 、用 $\angle 2$ 表示 $\angle ABC$ 。

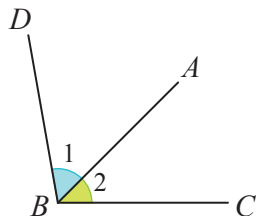


圖 7

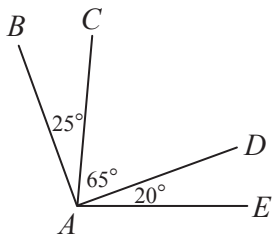
一個角的度數跟邊的長短無關， $\angle B$ 除了表示這個角本身之外，也可以表示這個角的度數，如圖 6 中， $\angle B$ 的度數是 45° ，可記作「 $\angle B = 45^\circ$ 」。



隨堂練習

請根據右圖的數據，寫出下列各角的度數，並判斷這個角是銳角、直角或鈍角。

- $\angle BAD =$ 90 度，是 直 角。
- $\angle BAE =$ 110 度，是 鈍 角。
- $\angle CAE =$ 85 度，是 銳 角。



數

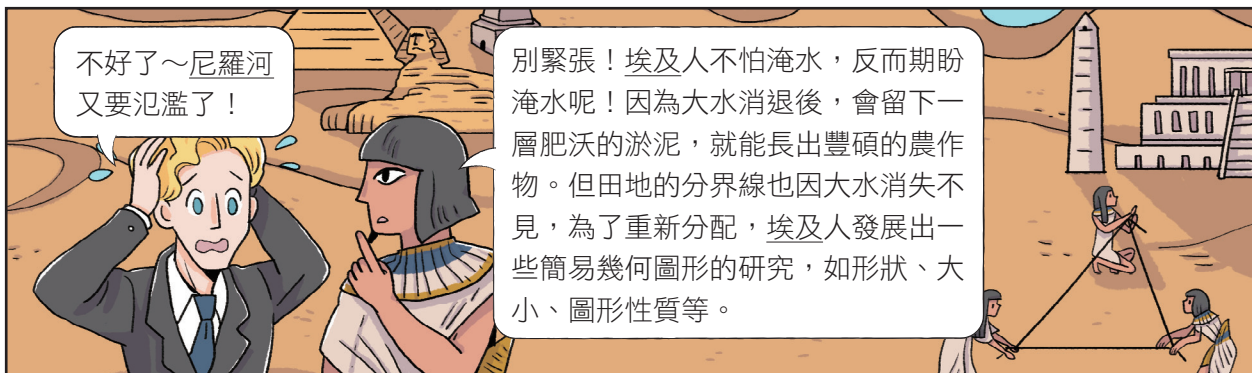
學

好

好

玩

尼羅河氾濫，造就幾何學



主題 2 多邊形

我們在國小已經認識許多圖形，如三角形、四邊形、五邊形、……，這些在平面上的幾何圖形，稱為**平面幾何圖形**。

如圖 8，把平面上的幾個點依序用線段連接起來，像這樣的圖形稱為**多邊形**。這些點都叫作多邊形的頂點，這些線段都叫作邊，相鄰的兩邊夾成一個內角。

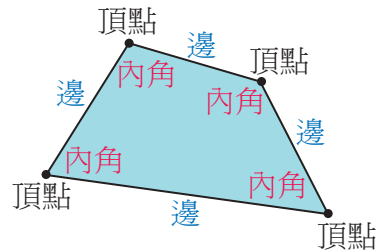


圖 8

習慣上，我們會按照多邊形的邊數來命名，如圖 9。

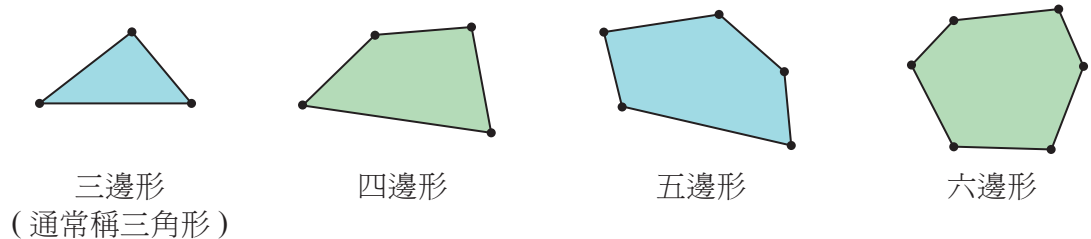


圖 9

如果一個多邊形的所有邊都等長，所有內角也相等，就稱為**正多邊形**，如圖 10。

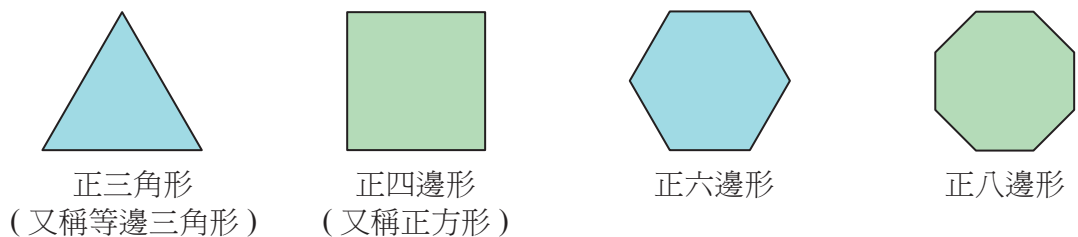
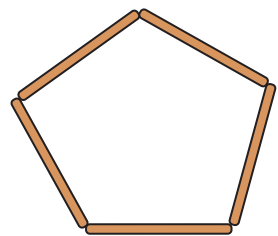


圖 10



嫻嫻用五根長度相同的木棍圍出了一個五邊形，如右圖，這個五邊形是正五邊形嗎？為什麼？

五邊形雖然各邊長度相等，但內角的度數並沒有全部相等，所以這不是正五邊形。



要標示一個多邊形，可以利用它的頂點。

例如：圖 11 是一個四邊形，我們從任意一個頂點（如頂點 A ）開始，依順時針或逆時針方向，四個頂點依序為 $A、B、C、D$ 或 $A、D、C、B$ ，此四邊形就可標示為四邊形 $ABCD$ 或四邊形 $ADCB$ ，但不能標示為四邊形 $ACBD$ 或四邊形 $ABDC$ 。

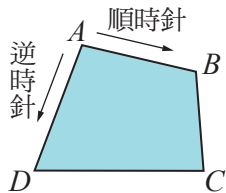


圖 11

同樣的，圖 12 是一個三角形，它的三個頂點分別為 $A、B、C$ ，可標示為三角形 ABC （以符號 $\triangle ABC$ 標示）或三角形 ACB （以符號 $\triangle ACB$ 標示）。

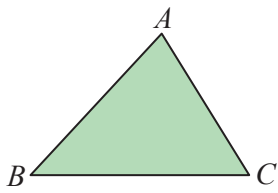


圖 12

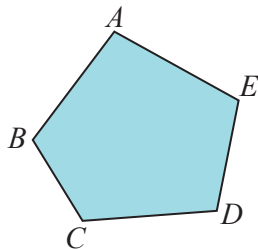


隨堂練習

如右圖， $A、B、C、D、E$ 為五邊形的五個頂點。

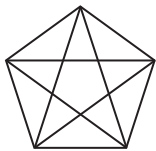
下列哪一個標示不可以表示此五邊形？

- (A) 五邊形 $CBAED$
- (B) 五邊形 $DEABC$
- (C) 五邊形 $BECAD$
- (C)



你知道嗎？

將正五邊形的 5 條對角線畫出來，可以形成一個星星的圖案，而這個星星就稱為「五角星 (pentagram)」。古希臘有個以畢達哥拉斯為首的數學學派，更以外面圍上五邊形的五角星，作為他們學派的標誌。



一個多邊形中，將兩個不相鄰頂點連接起來的線段稱為對角線，如圖 13， \overline{AC} 、 \overline{BD} 是四邊形 $ABCD$ 的對角線。



隨堂練習

在下圖六邊形 $ABCDEF$ 中，畫出以 E 點為頂點的所有對角線。

如圖所示

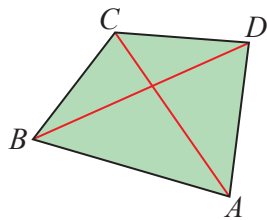
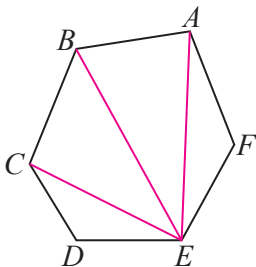


圖 13

主題 3 垂直平分線與線對稱圖形

垂直平分線

垂直

當兩條直線（或線段）相交成直角（ 90° ）時，我們稱這兩條直線（或線段）互相垂直，交點就是**垂足**。通常以符號「 \perp 」來標示垂直。如圖 14 中，沿著三角板直角兩邊畫出 \overline{OA} 與 \overline{OB} ，此時 \overline{OA} 與 \overline{OB} 互相垂直於 O 點，可記為「 $\overline{OA} \perp \overline{OB}$ 」，垂足為 O 點。

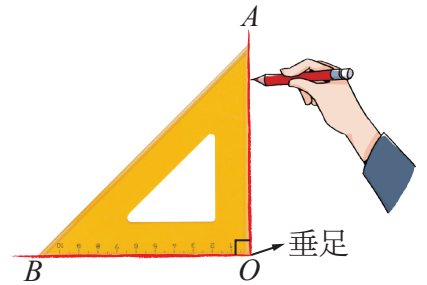


圖 14

如圖 15， A 為直線 L 外一點，可以利用三角板找到一點 B ，使得 $\overline{AB} \perp L$ ，垂足為 B 點。若在 L 上另找一些點（如 C 、 D 、 E ……），可以發現， A 點到 L 上任意一點所連接的各線段中，以 \overline{AB} 為最短，我們稱 \overline{AB} 為 A 點到直線 L 的距離。

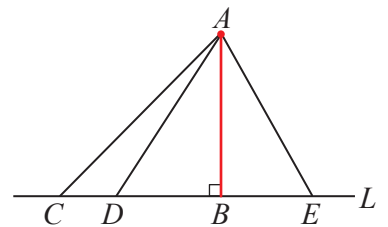
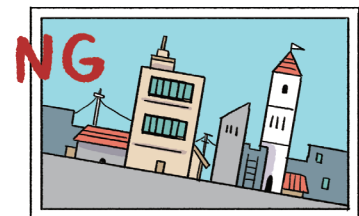
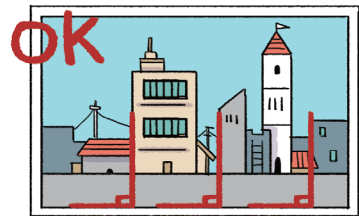
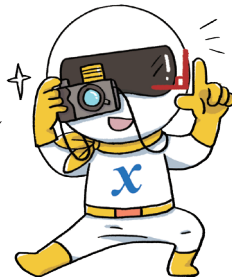


圖 15

攝影時可以利用「垂直」的原則，讓照片的協調度更好！這個技巧稱之為「垂直構圖法」，主要是讓物體與畫面的底線呈現一個垂直，讓畫面有支撐力，在視覺上可以帶來一種和諧與穩定感，讓照片更加美觀。



垂直平分線

如圖 16，已知紙上有一線段 \overline{AB} 。將 \overline{AB} 對摺，使端點 A 、 B 疊合後再展開，設摺痕為 L ，那 L 和 \overline{AB} 有什麼關係呢？

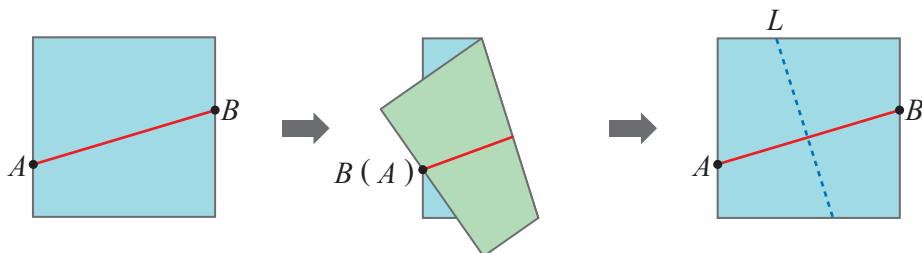


圖 16

① 我們先標示兩個夾角為 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ ，如圖 17。

因為 $\angle 1$ 與 $\angle 2$ 可以疊合，所以 $\angle 1 = \angle 2$ ，

又 $\angle 1$ 與 $\angle 2$ 加起來是一個平角 (180°)，

可知 $\angle 1 = \angle 2 = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$ ，也就是說 $L \perp \overline{AB}$ 。

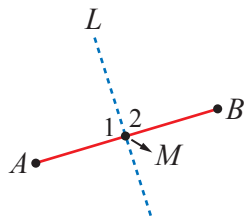


圖 17

② 將 L 與 \overline{AB} 的交點標示為 M ，

因為 \overline{AM} 與 \overline{BM} 會疊合，所以 $\overline{AM} = \overline{BM} = \frac{1}{2}\overline{AB}$ 。

像這樣， M 是 \overline{AB} 上一點，而且 $\overline{AM} = \overline{BM}$ ，我們稱 M 點是 \overline{AB} 的**中點**，如圖 18。

而直線 L 通過 \overline{AB} 的中點 M 且與 \overline{AB} 垂直，我們稱直線 L 為 \overline{AB} 的**垂直平分線**或**中垂線**。

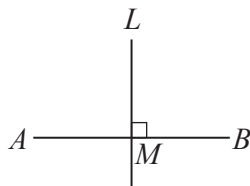


圖 18



隨堂練習

如右圖， $\overline{AB} = 10$ ，且 M 為 \overline{AB} 的中點， N 為 \overline{AM} 的中點，則 \overline{AN} 、 \overline{BN} 的長度各為多少？

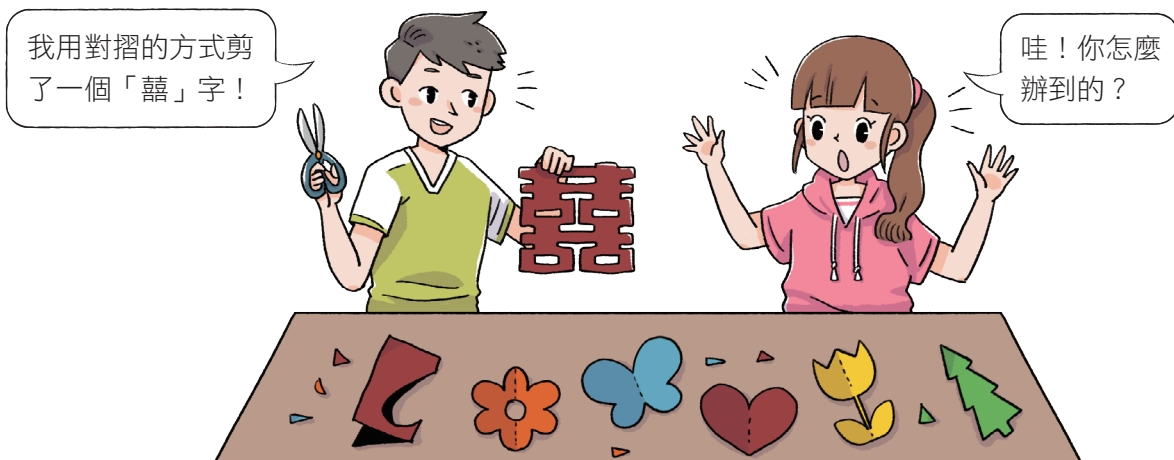
$$\overline{AM} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2} \times 10 = 5$$

$$\text{所以 } \overline{AN} = \frac{1}{2}\overline{AM} = \frac{1}{2} \times 5 = 2.5$$

$$\overline{BN} = \overline{AB} - \overline{AN} = 10 - 2.5 = 7.5$$



線對稱圖形 《可搭配附件 2 操作》



你知道嗎？

許多藝術品、建築物，都巧妙運用對稱來設計。對稱不僅是為了美觀，還有一定的科學道理，像是時鐘鐘面的對稱，可以保證指針移動的均勻性；飛機的對稱，才能使飛機在空中保持平衡。



其實剪紙藝術也蘊含了數學知識，讓我們透過下面的剪紙活動來探討對稱圖形。拿出附件 2，如圖 19-1，沿藍色虛線將紙張對摺，再用剪刀沿著黑色線剪開，再將剪下來的圖形攤開，得到圖 19-2。



圖 19-1

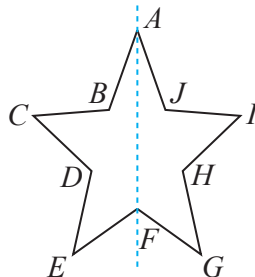


圖 19-2

將一個圖形沿著一條直線對摺，如果直線兩側的部分完全重疊，這樣的圖形稱為**線對稱圖形**，而這條對摺線稱為該圖形的**對稱軸**。圖 19-2 就是線對稱圖形， \overleftrightarrow{AF} 是這個圖形的對稱軸。

以圖 19-2 為例，線對稱圖形中，

對應疊合的點稱為**對稱點**，如 C 點的對稱點是 I 點；

對應疊合的角稱為**對稱角**，如 $\angle C$ 的對稱角是 $\angle I$ ；

對應疊合的線段稱為**對稱線段**，如 \overline{HG} 的對稱線段是 \overline{DE} 。

而 A 點在對稱軸上，其對稱點是自己本身。

因為圖形可以對應疊合，所以 $\angle C = \angle I$ ； $\overline{HG} = \overline{DE}$ 。

事實上，**線對稱圖形中，對稱角相等、對稱線段相等。**



隨堂練習

如圖 19-2 是以 \overleftrightarrow{AF} 為對稱軸的線對稱圖形，則：

- (1) F 點的對稱點是 F 點，
 D 點的對稱點是 H 點。
- (2) 若 $\angle E = 40^\circ$ ，則 $\angle E$ 的對稱角為 $\angle G$ ，
 且度數為 40 度。
- (3) 若 $\overline{AB} = 4$ 公分，則 \overline{AB} 的對稱線段為 \overline{AJ} ，
 且長度為 4 公分。

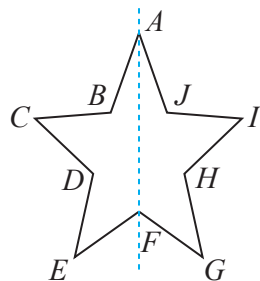


圖 19-2

線對稱圖形除了對稱角相等、對稱線段相等之外，還有什麼性質呢？
 我們來看下面的問題探索。



問題探索 線對稱圖形的性質《可搭配附件 2 操作》

觀察附件 2 所剪下來的線對稱圖形，如圖 19-3，連接 \overline{DH} ，與對稱軸 \overleftrightarrow{AF} 交於 Q 點，則：

- (1) \overline{DQ} 和 \overline{HQ} 相等嗎？
相等
- (2) $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 都是 90° 嗎？
是
- (3) \overleftrightarrow{AF} 是否為 \overline{DH} 的垂直平分線？
是
- (4) \overleftrightarrow{AF} 是否也為 \overline{BJ} 、 \overline{EG} 的垂直平分線呢？
是

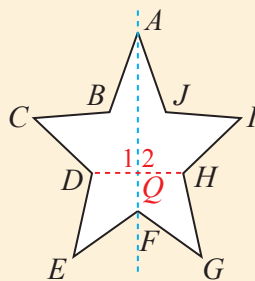


圖 19-3

由問題探索可知，將圖 19-3 的對稱點連接起來的線段，如 \overline{DH} ，
 會與對稱軸 \overleftrightarrow{AF} 互相垂直，且被對稱軸平分。

Key point

線對稱圖形的性質

線對稱圖形的對稱軸是任意兩對稱點連接線段的垂直平分線。

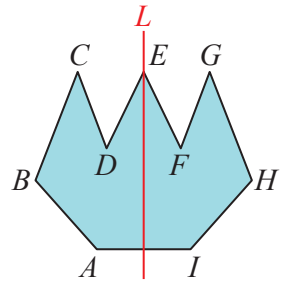


隨堂練習

右圖是以直線 L 為對稱軸的線對稱圖形，其中 A 、 B 、 C 、 D 的對稱點分別為 I 、 H 、 G 、 F ，則直線 L 不是 下列哪一個線段的垂直平分線？

- (A) \overline{AI} (B) \overline{CG} (C) \overline{DH} (D) \overline{BH}

因為對稱軸是任意兩對稱點連接線段的垂直平分線
 A 點和 I 點互為對稱點， B 點和 H 點互為對稱點
 C 點和 G 點互為對稱點， D 點和 F 點互為對稱點
 因此直線 L 是 \overline{AI} 、 \overline{BH} 、 \overline{CG} 、 \overline{DF} 的垂直平分線
 故選(C)



數

學

好

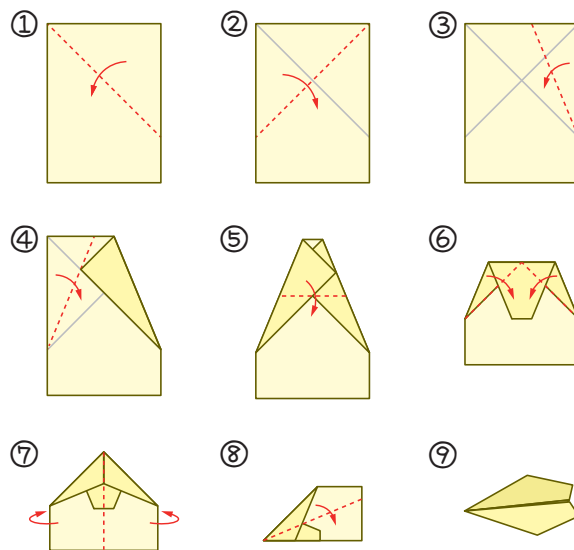
好

玩

金氏世界紀錄飛行最遠的紙飛機「蘇珊娜號」

摺紙飛機是童年時期都玩過的遊戲，世界各地更有許多紙飛機的飛行比賽，而奪得金氏世界紀錄飛行最遠的「蘇珊娜號」，甚至飛了 69.14 公尺之遠！其中有個摺紙的訣竅就是「對稱」，因為左右對稱的摺法，才能讓機身保持平衡、飛的更遠。

下圖是蘇珊娜號的摺紙步驟，拿張 A4 紙一起來試試！



完成了！試試你的「蘇珊娜號」飛多遠吧！



等腰三角形是線對稱圖形嗎？它的對稱軸跟垂直平分線有什麼關係呢？我們來看下面的問題探索。

問題探索 等腰三角形的對稱軸《可搭配附件 3 操作》

如圖 20， $\triangle ABC$ 是一個等腰三角形， $\overline{AB} = \overline{AC}$ 。取出附件 3，把 C 點摺向 B 點，摺痕如紅色虛線所示，並回答下列問題。

(1) 摺痕是否為 \overline{BC} 的垂直平分線？

是

(2) 摺痕是否會通過 A 點？

是

(3) $\triangle ABC$ 是否為線對稱圖形？

是

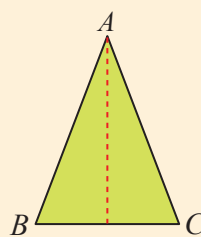


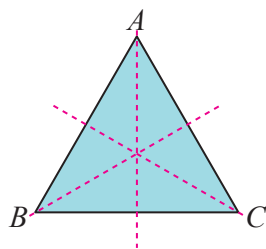
圖 20

由問題探索可知，等腰三角形是線對稱圖形，底邊的垂直平分線是其對稱軸，且會通過三角形的頂點。



隨堂練習

如下圖， $\triangle ABC$ 是正三角形，則它是否為線對稱圖形？如果是，請畫出它所有的對稱軸。



因為 $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，所以 $\triangle ABC$ 是線對稱圖形
 \overline{BC} 的垂直平分線是其對稱軸
 同理， \overline{AB} 、 \overline{AC} 的垂直平分線也是其對稱軸
 因此 $\triangle ABC$ 三邊的垂直平分線皆為此圖形的對稱軸

要判斷一個圖形是否為線對稱圖形，則要試著找出這個圖形的對稱軸。我們來看下面的例題。

例 1

判斷線對稱圖形並畫出對稱軸《可搭配附件 4 操作》學習內容 S-7-5

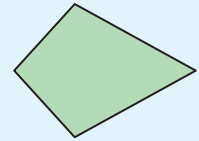
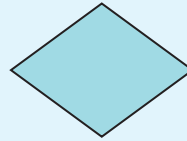
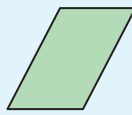
利用附件 4 摺摺看，判斷下列各圖形是否為線對稱圖形。如果是，畫出它所有的對稱軸。

(1) 正方形

(2) 平行四邊形

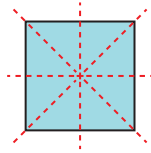
(3) 菱形

(4) 箏形



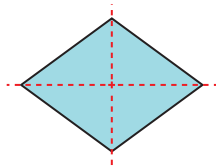
解

(1) 正方形有 4 條對稱軸，是線對稱圖形。

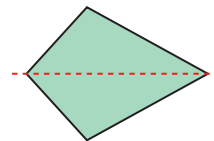


(2) 平行四邊形找不到對稱軸，不是線對稱圖形。

(3) 菱形有 2 條對稱軸，是線對稱圖形。



(4) 箏形有 1 條對稱軸，是線對稱圖形。



Hint

兩雙鄰邊分別等長的四邊形為箏形。

隨堂練習

《可搭配附件 4 操作》

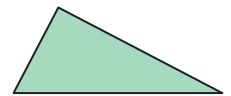
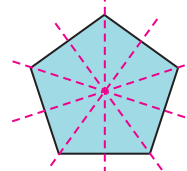
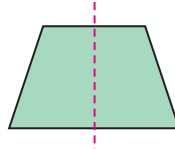
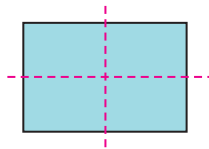
利用附件 4 摺摺看，判斷下列各圖形是否為線對稱圖形。如果是，畫出它所有的對稱軸。

(1) 長方形

(2) 等腰梯形

(3) 正五邊形

(4) 直角三角形



由前面的例題與隨堂練習可以知道，正三角形、正方形、正五邊形都是線對稱圖形。事實上，所有的正多邊形都是線對稱圖形。



圓形是否為線對稱圖形？如果是，圓形的對稱軸有什麼特性呢？

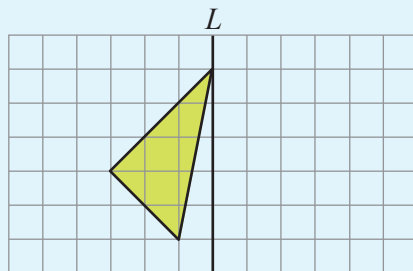
圓形是線對稱圖形，圓形的對稱軸都會通過圓心

利用第 196 頁「線對稱圖形的對稱軸是任意兩對稱點連接線段的垂直平分線」性質，我們可以完成一個圖形的線對稱圖形，如例 2。

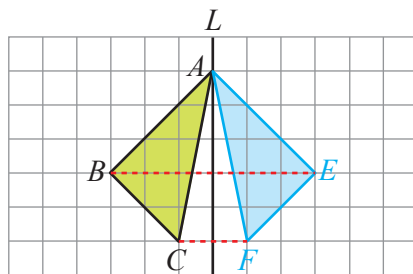
例 2

完成線對稱圖形 學習內容 S-7-4

如右圖，利用方格完成以直線 L 為對稱軸的線對稱圖形。

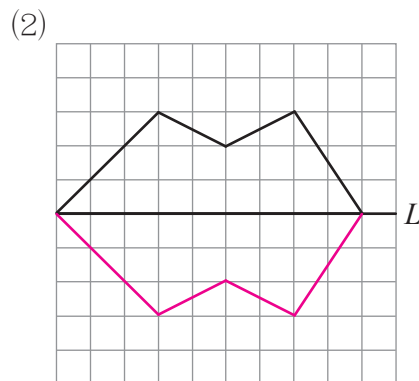
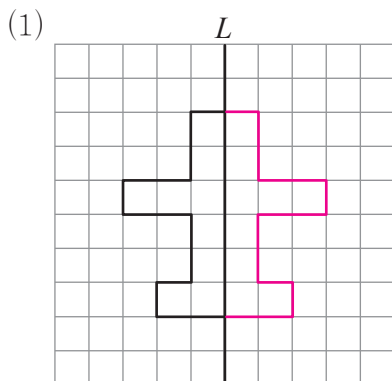


解 以直線 L 為對稱軸，
 A 的對稱點是 A ，
 再分別找出 B 、 C 的對稱點 E 、 F ，
 再連接 \overline{AE} 、 \overline{EF} 、 \overline{AF} ，
 即完成線對稱圖形。



隨堂練習

利用方格完成以直線 L 為對稱軸的線對稱圖形。



如圖 21，四邊形 $ABCD$ 為正方形，因為正方形的對角線 \overline{AC} 是對稱軸，因此 B 點和 D 點互為對稱點，即**正方形對角的頂點互為對稱點**，利用這個結論，我們可以在方格中完成以直線 L 為對稱軸的線對稱圖形。

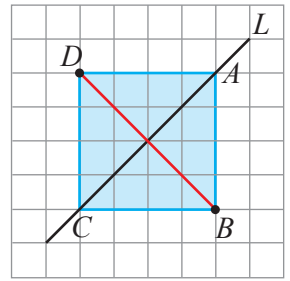
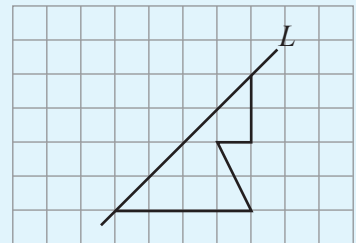


圖 21

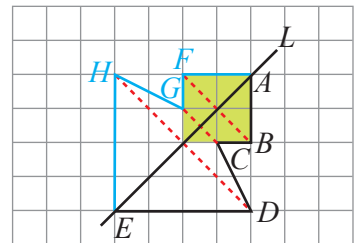
例 3

完成線對稱圖形 學習內容 S-7-4

如右圖，利用方格完成以直線 L 為對稱軸的線對稱圖形。

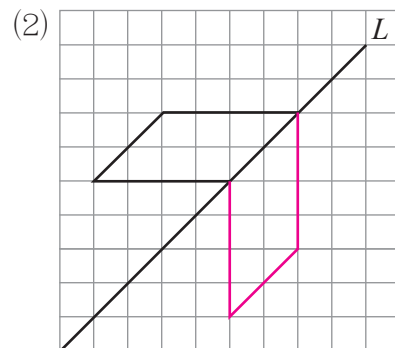
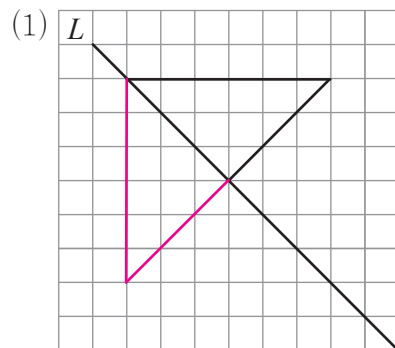


解 以直線 L 為對稱軸，
因為正方形對角的頂點互為對稱點，
所以可以分別找出
 B 、 C 、 D 的對稱點 F 、 G 、 H ，
再連接 \overline{AF} 、 \overline{FG} 、 \overline{GH} 、 \overline{HE} ，
即完成線對稱圖形。



隨堂練習

利用方格完成以直線 L 為對稱軸的線對稱圖形。



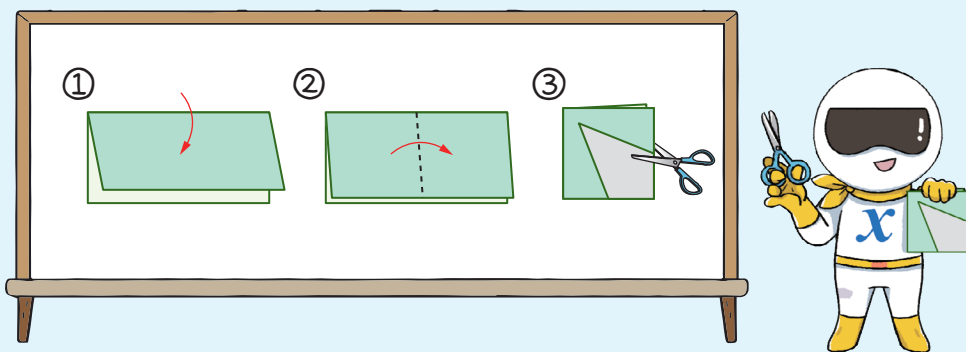
剪出線對稱圖形

在第 195 頁提到「一個圖形沿著一條直線對摺，如果直線兩側的部分完全重疊，這樣的圖形稱為線對稱圖形，而這條對摺線稱為該圖形的對稱軸」。接下來，我們利用這個想法剪出線對稱圖形。

例 4

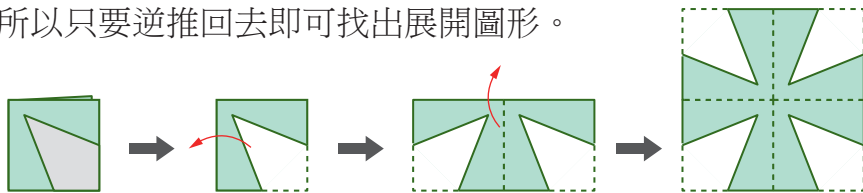
利用摺紙剪出線對稱圖形《可搭配附件 5 操作》學習內容 S-7-4

以下是趣味美術教室「每日一剪紙」的節目內容。



依照上圖步驟①、②對摺兩次，剪下③中灰色部分後，剩下的紙張展開會是什麼圖形呢？

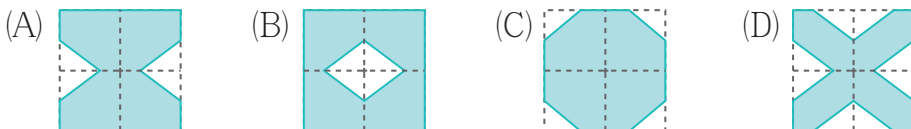
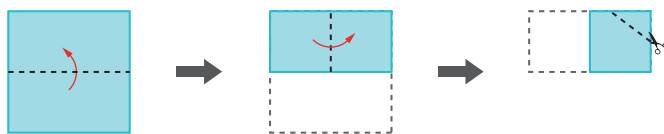
解 其展開的過程與原紙張摺疊的過程剛好相反，所以只要逆推回去即可找出展開圖形。



隨堂練習

《可搭配附件 6 操作》

利用附件 6，若依照下圖指示對摺兩次，剪下右上方三角形後，剩下的紙張展開是下列哪一個圖形？答：_____ (C) _____。

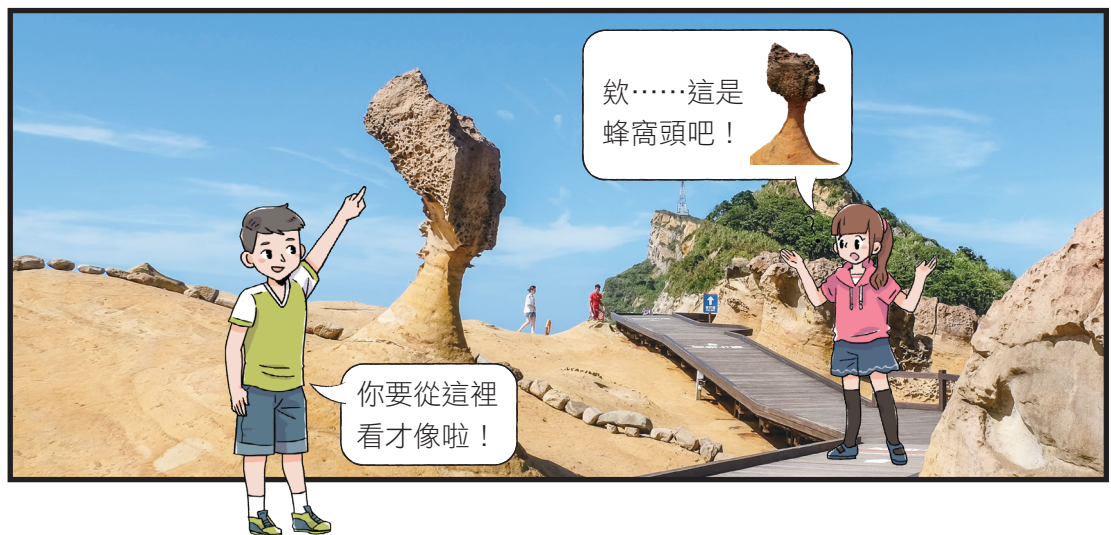


主題 4 三視圖



你知道嗎？

女王頭位於新北市的野柳地質公園。這類岩石因上方岩層較耐侵蝕，受到風蝕、雨蝕等作用後，便形成上粗下細的樣貌。另外，若以女王頭的高度比對地殼上升速度，推算女王頭已將近 4000 歲了喲！



我們生活在一個立體空間中，即便是同一個物體，隨著看的角度不同，樣貌就不同，如圖 22 的馬克杯。



圖 22

因此描述立體圖形的形狀時，我們通常不會只看單一方向，也會參考其他方向所看到的樣貌，從某一方向觀察一個立體圖形時，所看到的平面圖形輪廓就稱為該立體圖形的視圖。

觀察立體圖形時，通常會選擇某一個方向當成此立體圖形的前面，因而有了相對應的後面、左面、右面及上面，如圖 23。

因為從不同方向觀察到的視圖可能不一樣，習慣上討論視圖時，會指出觀察的視角方向，例如：從立體圖形前面看過去的視圖輪廓稱為「前視圖」。

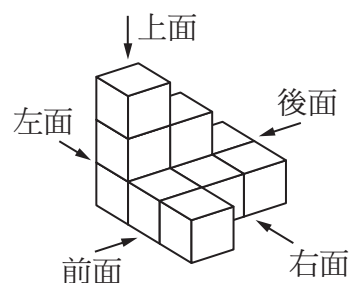
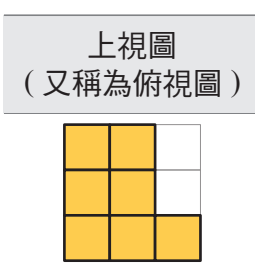
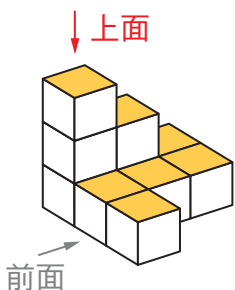
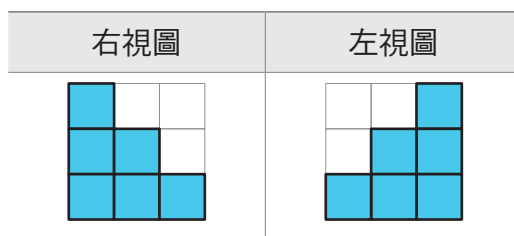
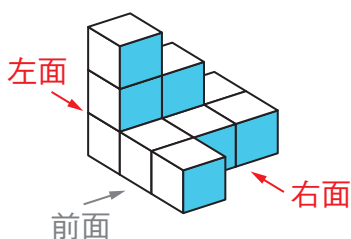
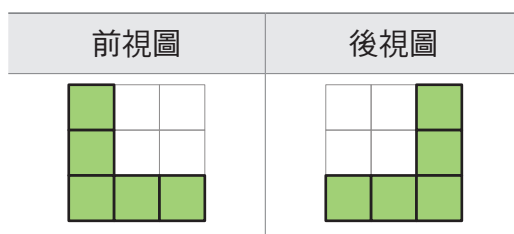
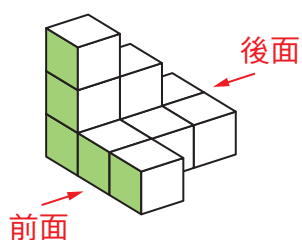


圖 23

觀察圖 23 立體圖形的各面，將常見的視角方向與視圖名稱整理如下：
《可搭配附件 7 操作》



上視圖的下方會對應到立體圖形的前面。



特別注意的是，如果從不同方向俯視立體圖形，觀察到的上視圖可能會有旋轉上的差異，因此我們約定上視圖是從立體圖形正前方俯視的視圖。

觀察第 204 頁，將立體圖形的前視圖與後視圖左右並排後，會成為線對稱圖形，如圖 24。同樣的，右視圖與左視圖左右並排後，也會成為線對稱圖形。根據這樣的對稱關係，由前視圖與右視圖，就可以畫出後視圖與左視圖。在一般情形下，我們將前視圖、右視圖和上視圖，統稱為三視圖。

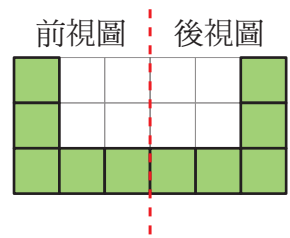
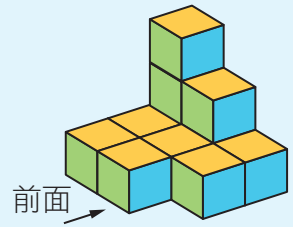


圖 24

例 5

繪製三視圖《可搭配附件 7 操作》學習內容 S-7-2

右圖是一個立體圖形，請繪製它的三視圖。



解

前視圖	右視圖	上視圖

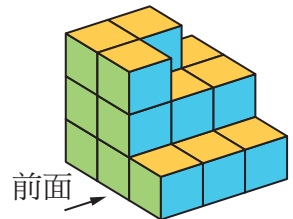


隨堂練習

《可搭配附件 7 操作》

右圖是一個立體圖形，請繪製它的三視圖。

前視圖	右視圖	上視圖

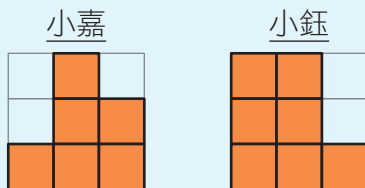
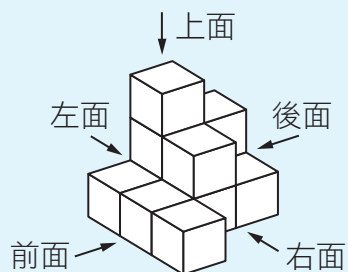


從不同的方向觀察立體圖形可以得到不同的視圖，更加幫助我們了解這個立體圖形。同樣的，我們也可以從觀察者提供的視圖，來判斷觀察者是從立體圖形的哪個方向觀察。

例 6

根據視圖判斷觀察方向《可搭配附件 7 操作》 學習內容 S-7-2

已知一個立體圖形如右。小嘉和小鈺分別從不同方向觀察這個立體圖形，並繪製視圖如下。請判斷他們分別是從哪個方向觀察？



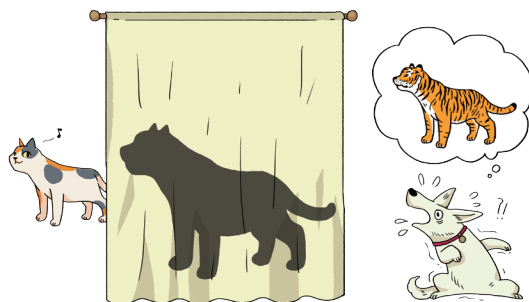
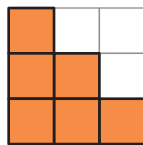
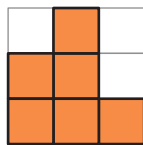
解 由小嘉繪製的視圖，可知他從立體圖形的右面觀察；
由小鈺繪製的視圖，可知他從立體圖形的上面觀察。

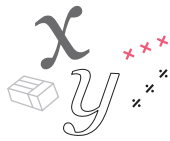


隨堂練習 《可搭配附件 7 操作》

承例 6，小球和小傑分別從不同方向觀察這個立體圖形，並繪製視圖如下。請判斷他們分別是從哪個方向觀察？(填前、後、左、右、上)

小球： 左 面。 小傑： 前 面。





重點整理



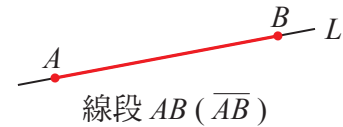
1 線

若 A 、 B 是直線上的相異兩點，則：

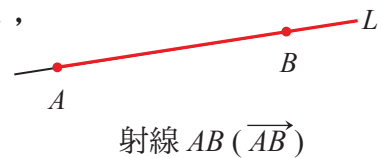
(1) 直線：通過 A 、 B 兩點的直線只有一條，標示為 \overleftrightarrow{AB} 。



(2) 線段：在 A 點與 B 點之間的部分 (含 A 點與 B 點)，標示為 \overline{AB} 。



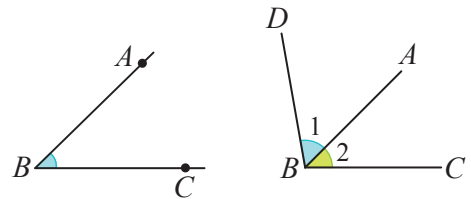
(3) 射線：以 A 點為端點，往 B 點的方向無限延伸出去，標示為 \overrightarrow{AB} 。



2 角

(1) \overrightarrow{BA} 和 \overrightarrow{BC} 相交於 B 點形成一個角，標示為「 $\angle ABC$ 」，也可以簡記為「 $\angle B$ 」。

(2) 角也可以用代號寫在角的內部來命名，如 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 。

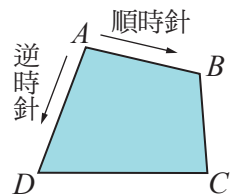


3 多邊形

(1) 一個多邊形的所有邊都等長，所有內角也相等，就稱為正多邊形。

(2) 標示一個多邊形，可以從任意一個頂點 (如頂點 A) 開始，依順時針或逆時針方向，將各點依序寫出。

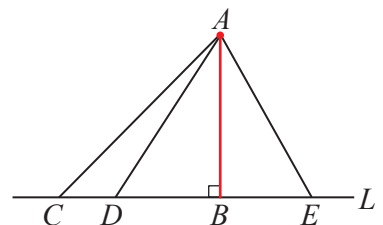
例 如右圖，可標示為四邊形 $ABCD$ 或四邊形 $ADCB$ 。



4 點到直線的距離

線外一點到某直線的垂直線段長，稱為該點到直線的距離。

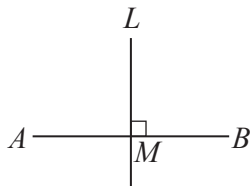
例 如右圖， A 為直線 L 外一點，則 \overline{AB} 為 A 點到直線 L 的距離。



5 垂直平分線（或中垂線）

過已知線段中點且與該線段垂直的直線，稱為該線段的垂直平分線或中垂線。

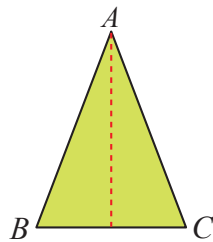
例 已知 \overline{AB} ， M 點是 \overline{AB} 的中點，
而直線 L 通過 \overline{AB} 的中點 M 且與 \overline{AB} 垂直，
則直線 L 為 \overline{AB} 的垂直平分線或中垂線。



6 線對稱圖形及其性質

- (1) 將一個圖形沿著一條直線對摺，如果直線兩側的部分能完全重疊，這樣的圖形稱為線對稱圖形，而這條對摺線稱為該圖形的對稱軸。
- (2) 線對稱圖形中，對稱角相等、對稱線段相等。
- (3) 線對稱圖形的對稱軸是任意兩對稱點連接線段的垂直平分線。
- (4) 等腰三角形是線對稱圖形，底邊的垂直平分線是其對稱軸，且會通過三角形的頂點。

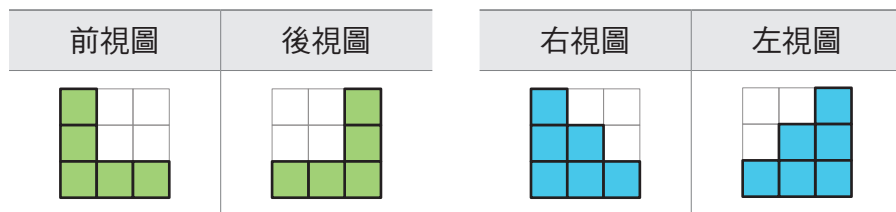
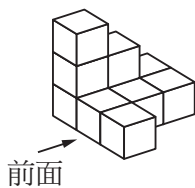
例 如右圖，等腰 $\triangle ABC$ 中，底邊的垂直平分線，是其對稱軸且會通過頂點。



- (5) 所有的正多邊形都是線對稱圖形。

7 三視圖

- (1) 從某一方向觀察一個立體圖形時，所看到的平面圖形輪廓就稱為該立體圖形的視圖，習慣上討論視圖時，會指出觀察的視角方向，如前視圖、上視圖。
- (2) 一個立體圖形的前視圖與後視圖左右並排後，會成為線對稱圖形，右視圖與左視圖左右並排後，也會成為線對稱圖形。



- (3) 在一般情形下，我們將前視圖、右視圖和上視圖，統稱為三視圖。

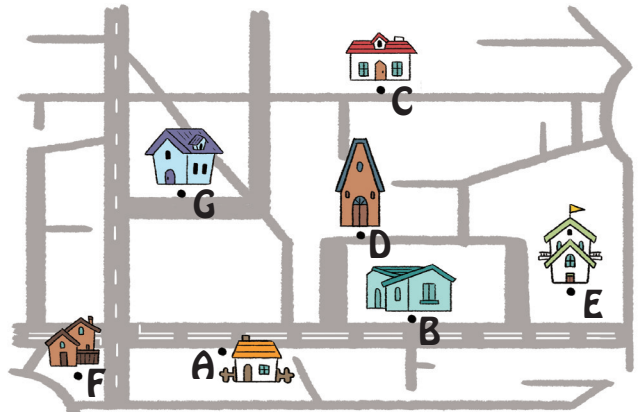


自我評量



1 已知家豪、瑋倫、子昀的家分別位於右圖的 A 、 B 、 C 三點的位置，且 D 、 E 、 F 、 G 為其他同學家，試回答下列問題。

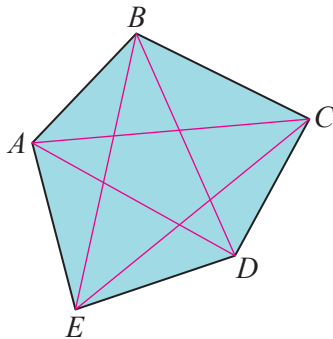
- (1) 宇濬家在 $\angle ACB$ 內部，
則宇濬家位於 D 點。
- (2) 永希家在 \overrightarrow{BA} 上，
則永希家位於 F 點。



P.189~190 內文、隨堂

2 畫出下圖五邊形 $ABCDE$ 的所有對角線。

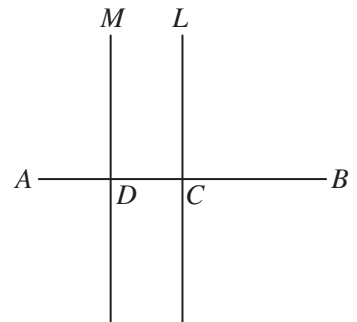
P.192 內文、隨堂



3 如右圖，直線 L 垂直平分 \overline{AB} 於 C 點，直線 M 垂直平分 \overline{AC} 於 D 點。若 $\overline{CD} = 2x + 1$ ， $\overline{BC} = 5x - 4$ ，則：

- (1) $x = ?$ (2) $\overline{AB} = ?$

- (1) 因為 $\overline{AD} = \overline{CD} = 2x + 1$ ，所以 $\overline{AC} = 2\overline{CD} = 2 \times (2x + 1) = 4x + 2$
又 $\overline{AC} = \overline{BC}$ ，故 $4x + 2 = 5x - 4$ ， $x = 6$
- (2) $\overline{AB} = 2\overline{BC} = 2 \times (5x - 4) = 10x - 8 = 52$



P.194 內文、隨堂

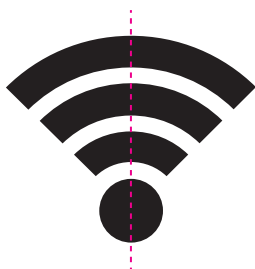
- 4 判斷下列各圖形是否為線對稱圖形，是的打 \checkmark ，並畫出該圖形的所有對稱軸；不是的打 \times 。

P.199 例 1

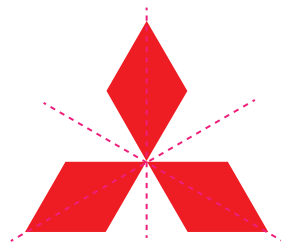
(1)

(\times)

(2)

(\checkmark)

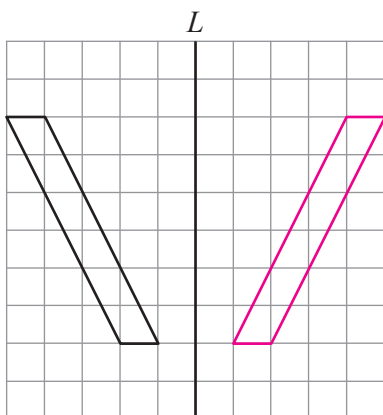
(3)

(\checkmark)

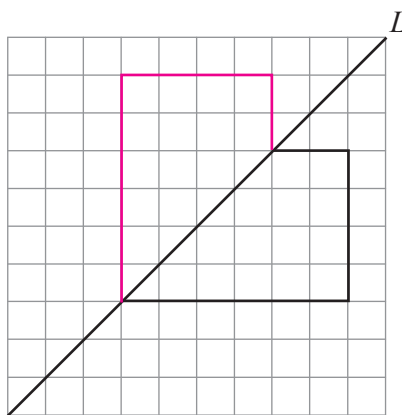
- 5 利用方格完成以直線 L 為對稱軸的線對稱圖形。

P.200 例 2、P.201 例 3

(1)

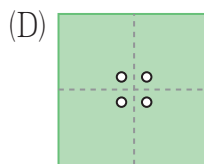
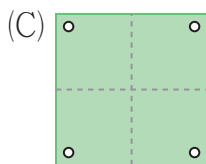
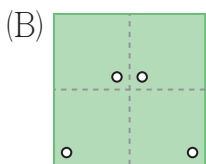
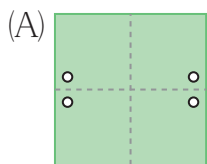
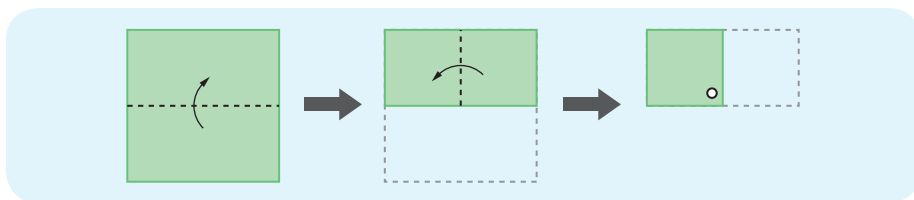


(2)



- 6 如下圖，將一張正方形色紙依下圖方式對摺兩次，然後在其右下角打一個洞，則此正方形色紙展開後的圖形可能為下列何者？答： (D)。

P.202 例 4



將摺疊兩次的圖逆推回去，即可找到展開圖形
故選(D)

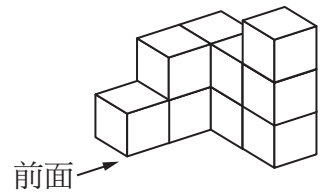
7 右圖是一個立體圖形，回答下列問題：

(1) 下列(A)~(D)何者是此立體圖形的上視圖？

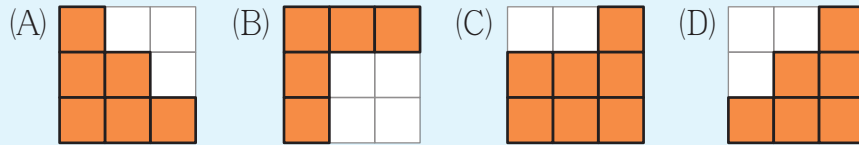
答：_____ (B) _____。

(2) 下列(A)~(D)何者是此立體圖形的左視圖？

答：_____ (A) _____。



P.204 內文



挑錯題

小翊和小妍對於右圖「七邊形 $ABCDEFG$ 」的說法如下。

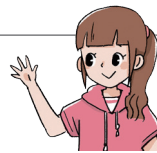
判斷他們的說法是否正確，並說明你的理由。

將 A 點與其他頂點分別相連，可連成 6 條線段，這 6 條線段都是這個七邊形的對角線。

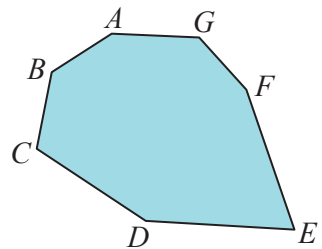


小翊

連接 \overline{BF} ，可將原來的七邊形分成 1 個四邊形與 1 個五邊形。



小妍

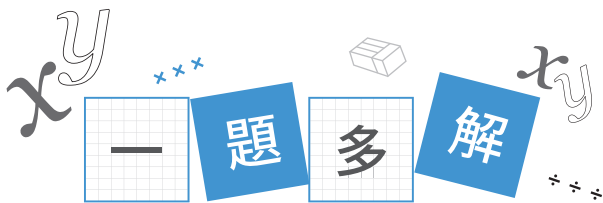


小翊：正確 ；錯誤 ，

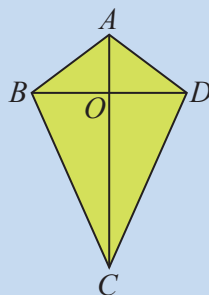
理由： \overline{AB} 、 \overline{AG} 不是對角線。

小妍：正確 ；錯誤 ，

理由：_____。



已知一箏形 $ABCD$ ， \overline{AC} 為對稱軸， O 為對角線交點。
若 $\overline{OA}=3$ ， $\overline{CO}=9$ ， $\overline{BD}=8$ ，求箏形 $ABCD$ 的面積。



對稱軸 \overline{AC} 兩側是相同的三角形

\overline{AC} 為對稱軸，所以 \overline{AC} 是 \overline{BD} 的垂直平分線，

因此 $\overline{OB} = \frac{1}{2}\overline{BD} = 4$ ，

$$\begin{aligned} \text{所以 } \triangle ABC \text{ 的面積} &= \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BO} \\ &= \frac{1}{2} \times (3+9) \times 4 \\ &= 24, \end{aligned}$$

$\triangle ADC$ 的面積也是 24，

$$\begin{aligned} \text{箏形 } ABCD \text{ 的面積} &= \triangle ABC \text{ 的面積} + \triangle ACD \text{ 的面積} \\ &= 24 + 24 \\ &= 48。 \end{aligned}$$



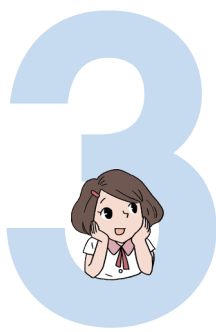


以對角線 \overline{BD} 分成上、下兩個三角形

\overline{AC} 為對稱軸，所以 \overline{AC} 是 \overline{BD} 的垂直平分線，

箏形 $ABCD$ 的面積 = $\triangle ABD$ 的面積 + $\triangle BCD$ 的面積

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \times 8 \times 3 + \frac{1}{2} \times 8 \times 9 \\ &= 12 + 36 \\ &= 48。 \end{aligned}$$



將圖形切割，拼成長方形

\overline{AC} 為對稱軸，所以 \overline{AC} 是 \overline{BD} 的垂直平分線，

因此 $\overline{OB} = \frac{1}{2}\overline{BD} = 4$ ，

如右圖，將箏形 $ABCD$ 搬移拼成一個長方形，

長方形的面積 = 長 \times 寬

$$\begin{aligned} &= (3 + 9) \times 4 \\ &= 48， \end{aligned}$$

所以箏形 $ABCD$ 的面積為 48。

