

2-3

應用問題

1 應用問題

主題 1 應用問題



Oliver



一般來說，使用二元一次聯立方程式解應用問題的步驟大致如下：

1. 設未知數：

依題意假設兩個適當的未知數。

2. 列聯立方程式：

根據題意列出二元一次聯立方程式。

3. 解聯立方程式：

利用「代入消去法」或「加減消去法」解聯立方程式。

4. 寫答案：

依題意寫出正確答案，若求出的解不符合情境的要求，即此題無解。



480 個讚

Oliver 四步驟解出應用問題

留言……

3小時前 · 翻譯年糕

例 1

數量問題 學習內容 A-7-4、A-7-5

解第 37 頁的問題：某迴轉壽司店舉辦週年大優惠，迴轉檯上每盤 2 顆壽司一律 30 元；每盤 3 顆壽司一律 50 元。小翊只記得一共吃了 8 盤且花費 300 元。你知道小翊各吃了幾盤 30 元及 50 元的壽司嗎？



解

(1) 設未知數：設小翊吃了 30 元的壽司 x 盤，共 $30x$ 元；
50 元的壽司 y 盤，共 $50y$ 元。

(2) 列聯立方程式：由「一共吃了 8 盤」，可列式為 $x+y=8$ ；
由「花費 300 元」，可列式為 $30x+50y=300$ 。

可列出二元一次聯立方程式：
$$\begin{cases} x+y=8 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ 30x+50y=300 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

(3) 解聯立方程式：由① $\times 30$ 可得 $30x+30y=240$ $\cdots\cdots\textcircled{3}$

② $-$ ③得 $20y=60$ ， $y=3$ ，

將 $y=3$ 代入①式，得 $x=5$ ，

(4) 寫答案：小翊吃了 30 元的壽司 5 盤，50 元的壽司 3 盤。

 隨堂練習

過年到了，爸爸想在除夕夜發給孩子們壓歲錢，於是拿了 15000 元去銀行換 500 元和 100 元新鈔共 70 張，試問 500 元和 100 元新鈔各換了幾張？

設換了 500 元新鈔 x 張、100 元新鈔 y 張

可列出二元一次聯立方程式：
$$\begin{cases} x+y=70 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ 500x+100y=15000 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

由② $\div 100$ 可得 $5x+y=150$ $\cdots\cdots\textcircled{3}$

③ $-$ ①得 $4x=80$

$x=20$

將 $x=20$ 代入①式，得 $y=50$

所以爸爸換了 500 元新鈔 20 張，100 元新鈔 50 張

例 2

看錯問題 學習內容 A-7-4、A-7-5

阿賢老師之前在披薩店買 1 個海鮮披薩與 1 個夏威夷披薩共要 1200 元，但忘了個別的單價。某天同樂會，阿賢老師請店員外送 3 個海鮮披薩與 5 個夏威夷披薩，但店員將數量聽反了，送來 5 個海鮮披薩與 3 個夏威夷披薩，使老師多花了 180 元。試問 1 個海鮮披薩與 1 個夏威夷披薩各是多少元？

解 設 1 個海鮮披薩為 x 元，1 個夏威夷披薩為 y 元，

$$\text{可列出二元一次聯立方程式：} \begin{cases} x+y=1200 \\ 3x+5y=5x+3y-180 \end{cases}$$

$$\text{化簡得} \begin{cases} x+y=1200 & \cdots\cdots\text{①} \\ -2x+2y=-180 & \cdots\cdots\text{②} \end{cases}$$

由① $\times 2$ +②得 $4y=2220$ ， $y=555$ ，

將 $y=555$ 代入①式，得 $x=645$ ，

所以 1 個海鮮披薩為 645 元，1 個夏威夷披薩為 555 元。



隨堂練習

小雄和大虎做同一道兩個整數的加法運算題目，大虎誤把加號看成減號，結果答案為 19；小雄則算出正確答案為 45。已知兩個整數皆為兩位數，試問兩個整數分別為多少？

設兩個整數分別為 x 、 y

$$\text{可列出二元一次聯立方程式：} \begin{cases} x-y=19 & \cdots\cdots\text{①} \\ x+y=45 & \cdots\cdots\text{②} \end{cases}$$

將①+②得 $2x=64$ ， $x=32$

將 $x=32$ 代入②式，得 $y=13$

所以兩個整數分別為 32、13

例 3

你知道嗎？

福壽山位於中央山脈與雪山山脈之間，海拔 2100～2614 公尺，擁有獨特的高山田園景觀，出產高山茶及水果（蘋果、水蜜桃、水梨等）。

分組問題 學習內容 A-7-4、A-7-5

好吃水果行買進一批臺中福壽山的蜜蘋果，老闆想用精美禮盒分裝銷售。若每 5 顆蘋果裝成一盒，則會剩下 2 顆蘋果沒有盒子裝；若每盒都裝滿 6 顆，則會多出 3 個空盒子。那麼這批蘋果共有多少顆？盒子共有多少個？



解 設這批蘋果共有 x 顆，盒子共有 y 個，

$$\text{可列出二元一次聯立方程式：} \begin{cases} \frac{x-2}{5} = y \\ \frac{x}{6} = y-3 \end{cases}$$

$$\text{化簡得} \begin{cases} x-5y=2 & \cdots\cdots\text{①} \\ x-6y=-18 & \cdots\cdots\text{②} \end{cases}$$

由①-②得 $y=20$ ，

將 $y=20$ 代入①式，得 $x=102$ ，

所以這批蘋果共有 102 顆，盒子共有 20 個。

隨堂練習

康康國中拔河隊共有隊員 34 人，下午練習後，教練買了 7 個披薩當作大家的點心，男生每 4 人分食一個，女生每 6 人分食一個，且恰好分完。那麼拔河隊的男生、女生隊員各有多少人？

設拔河隊的男生隊員有 x 人、女生隊員有 y 人

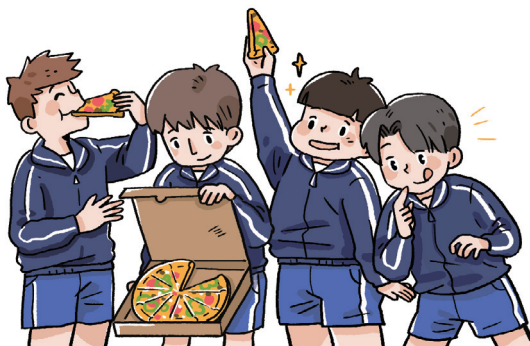
$$\text{可列出二元一次聯立方程式：} \begin{cases} x+y=34 & \cdots\cdots\text{①} \\ \frac{x}{4} + \frac{y}{6} = 7 & \cdots\cdots\text{②} \end{cases}$$

將② $\times 12$ -① $\times 2$ 得 $x=16$

將 $x=16$ 代入①式，得 $y=18$

所以男生隊員有 16 人

女生隊員有 18 人



在解完一道應用問題，確定方程式的解無誤之後，還要考慮這個解是否符合該題的情境，若求出的解不符合情境或有違常理時，則此題為無解。

例 4

解與情境的合理性 學習內容 A-7-4、A-7-5

姐姐跟小翊說：「10 年後，我年齡是你年齡的 3 倍；而 2 年前，我年齡的 4 倍比你年齡的 3 倍多 60 歲」。請問小翊現在幾歲？

解 假設姐姐今年 x 歲，小翊今年 y 歲，

可列出二元一次聯立方程式：

$$\begin{cases} x+10=3(y+10) \\ 4(x-2)=3(y-2)+60 \end{cases}$$

$$\text{化簡得} \begin{cases} x-3y=20 \cdots\cdots\text{①} \\ 4x-3y=62 \cdots\cdots\text{②} \end{cases}$$

由②-①得 $3x=42$ ， $x=14$ ，

將 $x=14$ 代入①式，得 $y=-2$ ，

經過檢驗列式及解方程式的過程均無錯誤，

但因為年齡不可能為負數，與事實不符，

所以由聯立方程式求得的解就不能說是這個問題的解，即此題無解。

Hint

	2 年前	今年	10 年後
姐姐	$x-2$	x	$x+10$
小翊	$y-2$	y	$y+10$



隨堂練習

米老鼠於西元 1928 年在電影《汽船威利號》上首次正式亮相，並從此成為迪士尼公司的吉祥物。某日小翊想利用米老鼠的生日設計一道題目：「米老鼠生日的月分和日期相加是 31，月分的 3 倍減去日期的 2 倍是 3，則米老鼠生日為何？」藉由小翊設計的題目，算出米老鼠的生日。

設米老鼠的生日是 x 月 y 日

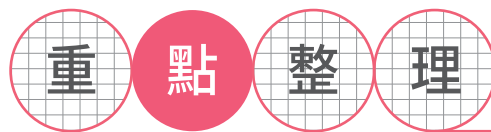
$$\text{可列出二元一次聯立方程式：} \begin{cases} x+y=31 \cdots\cdots\text{①} \\ 3x-2y=3 \cdots\cdots\text{②} \end{cases}$$

將① \times 2+②得 $5x=65$ ， $x=13$ ，將 $x=13$ 代入①式

得 $y=18$ ，但因為月分沒有 13 月，與事實不符

小翊題目設計有誤，即此題無解





1 二元一次聯立方程式的應用問題

應用問題的解題步驟如下：

① 設未知數

依題意假設兩個適當的未知數。

② 列聯立方程式

根據題意列出二元一次聯立方程式。

③ 解聯立方程式

利用「代入消去法」或「加減消去法」解聯立方程式。

④ 寫答案

依題意寫出正確答案，若求出的解不符合情境的要求，即此題無解。

例 上星期姑姑到阿振肉包店買了 5 個饅頭和 3 個肉包，共花了 100 元；今天又買了 10 個饅頭和 5 個肉包，共花了 180 元，則 1 個饅頭和 1 個肉包各賣多少元？

設 1 個饅頭 x 元，1 個肉包 y 元，…………… ① 設未知數

可列出二元一次聯立方程式：

$$\begin{cases} 5x + 3y = 100 & \cdots\cdots\cdots ① \\ 10x + 5y = 180 & \cdots\cdots\cdots ② \end{cases}$$

…………… ② 列聯立方程式

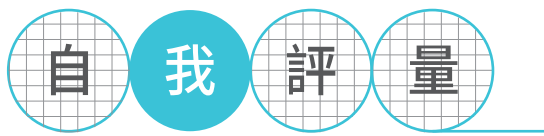
$$\begin{array}{r} 10x + 6y = 200 \quad ① \times 2 \\ -) 10x + 5y = 180 \quad ② \\ \hline y = 20 \end{array}$$

…………… ③ 解聯立方程式

將 $y = 20$ 代入①式，
得 $5x + 60 = 100$ ， $x = 8$ ，

所以 1 個饅頭 8 元，…………… ④ 寫答案

1 個肉包 20 元。



- 1** 小丑魚茱蒂第一天上學，他在學校認識了許多好朋友。回家後他告訴爸爸：「我們班上的章魚同學和海龜同學總共有 11 隻，他們一共有 68 隻腳。」試問茱蒂班上的章魚和海龜各有幾隻？ P.71 例 1

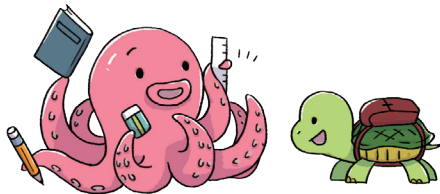
設茱蒂班上有 x 隻章魚， y 隻海龜

可列出二元一次聯立方程式：
$$\begin{cases} x+y=11 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ 8x+4y=68 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

由 $\textcircled{1}\times 8-\textcircled{2}$ 得 $4y=20$ ， $y=5$

將 $y=5$ 代入 $\textcircled{1}$ 式，得 $x=6$

所以茱蒂班上有 6 隻章魚，5 隻海龜



- 2** 阿晃班上各有男女同學若干人。某天早上一位男同學請病假，此時班上的男生比女生多 4 人；到了下午，又有一位女同學請公假參加數學競賽，此時班上的男生是女生的 2 倍少 7 人，則阿晃全班共有多少位同學？ P.71 例 1

設全班男生共有 x 人，女生共有 y 人

可列出二元一次聯立方程式：
$$\begin{cases} x-1=y+4 \\ x-1=2(y-1)-7 \end{cases}$$

化簡得
$$\begin{cases} x-y=5 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ x-2y=-8 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

由 $\textcircled{1}-\textcircled{2}$ 得 $y=13$ ，將 $y=13$ 代入 $\textcircled{1}$ 式，得 $x=18$

所以阿晃全班共有 $18+13=31$ 位同學

- 3** 有一臺筆記型電腦，老闆若以定價的六折出售，就會賠 1000 元；若以定價的八折出售，就會賺 7000 元，則定價和成本分別為多少元？ P.72 例 2

設定價為 x 元，成本為 y 元

可列出二元一次聯立方程式：
$$\begin{cases} 0.6x-y=-1000 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ 0.8x-y=7000 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

由 $\textcircled{2}-\textcircled{1}$ 得 $0.2x=8000$ ， $x=40000$

將 $x=40000$ 代入 $\textcircled{2}$ 式，得 $y=25000$

所以定價為 40000 元，成本為 25000 元

- 4 八年甲班舉辦露營活動，熱心的家長們準備了 6 箱奇異果來贊助此活動，每箱奇異果的個數相等。今工作人員先從車上搬下 2 箱分給同學，由於不知道參加活動的學生人數，因此每人先發 3 個，但有 12 人只拿 2 個，後來工作人員又搬來剩下的 4 箱繼續發送，最後所有學生每人都有 7 個奇異果，而且還剩下 20 個。試問學生共有多少人？每箱奇異果有幾個？

P.73 例 3

設學生共有 x 人，每箱奇異果有 y 個

可列出二元一次聯立方程式：
$$\begin{cases} 3(x-12)+12\times 2=2y \\ 7x+20=6y \end{cases}$$

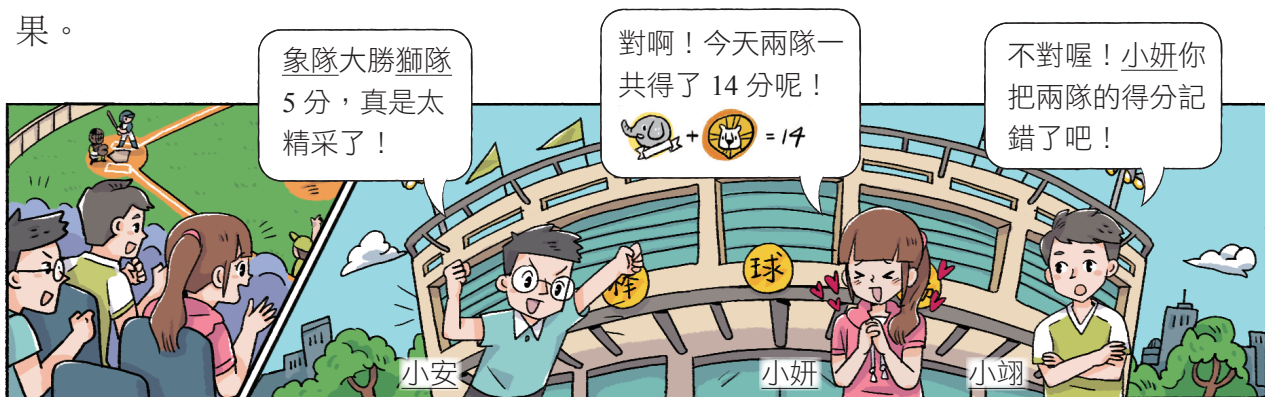
化簡得
$$\begin{cases} 3x-2y=12 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ 7x-6y=-20 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

由 $\textcircled{1}\times 3-\textcircled{2}$ 得 $2x=56$ ， $x=28$

將 $x=28$ 代入 $\textcircled{1}$ 式，得 $y=36$

所以學生共有 28 人，每箱奇異果有 36 個

- 5 小妍、小翊和小安到球場看球賽，觀賞完球賽後，在回家的路上討論起比賽的結果。



已知小安的說法正確，則小妍是否把兩隊的得分記錯了？

P.74 例 4

設象隊得 x 分，獅隊得 y 分

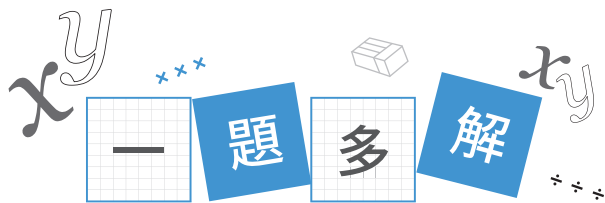
可列出二元一次聯立方程式：
$$\begin{cases} x-y=5 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ x+y=14 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

由 $\textcircled{1}+\textcircled{2}$ 得 $2x=19$ ， $x=9.5$

將 $x=9.5$ 代入 $\textcircled{1}$ 式，得 $y=4.5$

但因為棒球比賽的得分沒有小數，與事實不符

所以小妍把兩隊的得分記錯了



箱子中有一些紅球與白球，請依下列兩種取法計算出紅球與白球的數量。

取法一：每次取出 5 顆紅球、3 顆白球，連續取幾次之後，
箱子中僅剩紅球 6 顆，沒有白球；

取法二：每次取出 7 顆紅球、3 顆白球，連續取幾次之後，
箱子中僅剩白球 18 顆，沒有紅球。



假設紅球、白球數量為未知數

設紅球有 x 顆，白球有 y 顆，

取法一：以紅球來看，共取 $(\frac{x-6}{5})$ 次；

以白球來看，共取 $\frac{y}{3}$ 次，

$$\text{因此 } \frac{x-6}{5} = \frac{y}{3} \dots\dots ①$$

取法二：以紅球來看，共取 $\frac{x}{7}$ 次；

以白球來看，共取 $(\frac{y-18}{3})$ 次，

$$\text{因此 } \frac{x}{7} = \frac{y-18}{3} \dots\dots ②$$

$$\text{由①、②可列出二元一次聯立方程式：} \begin{cases} \frac{x-6}{5} = \frac{y}{3} \\ \frac{x}{7} = \frac{y-18}{3} \end{cases},$$

解得 $x=126$ 、 $y=72$ ，所以紅球有 126 顆，白球有 72 顆。



假設兩種取法所取出的次數為未知數

設取法一共取出 a 次，取法二共取出 b 次，

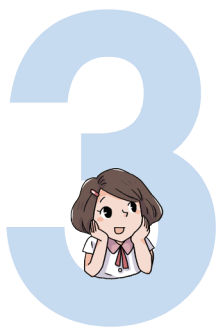
取法一：紅球共有 $(5a+6)$ 顆，白球共有 $3a$ 顆；

取法二：紅球共有 $7b$ 顆，白球共有 $(3b+18)$ 顆，

可列出二元一次聯立方程式：
$$\begin{cases} 5a+6=7b \\ 3a=3b+18 \end{cases}$$

解得 $a=24$ 、 $b=18$ ，

所以紅球有 $7 \times 18 = 126$ (顆)，白球有 $3 \times 24 = 72$ (顆)。



兩種取法中，白球每次取的數量皆相同，都是 3 顆

因取法二白球剩下 18 顆，

可知取法二取出的次數比取法一少了 $18 \div 3 = 6$ (次)，

設取法一共取 m 次、取法二共取 $(m-6)$ 次，

分別計算兩種取法中紅球的數量，

取法一：共有 $(5m+6)$ 顆紅球；

取法二：共有 $7(m-6)$ 顆紅球，

因為兩種取法的紅球數量相等，

可列出一元一次方程式： $5m+6=7(m-6)$ ，

解得 $m=24$ ，

所以紅球有 $5 \times 24 + 6 = 126$ (顆)，白球有 $3 \times 24 = 72$ (顆)。