

1

統計

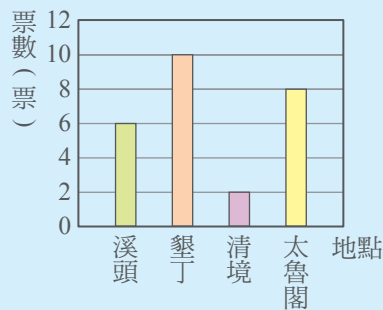
1-1 統計圖表與資料分析

Are You Ready ?

+++ 長條圖

右圖為某班學生投票表決旅遊地點的次數分配長條圖，則：

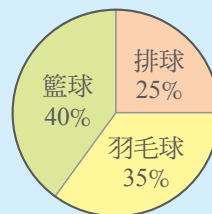
- (1) 哪一個地點的票數最多？**墾丁**
- (2) 票數最多與最少相差多少票？**8 票**



+++ 圓形圖

右圖為小翊班上對運動喜好的圓形圖，若全班共有 20 人，則喜歡排球的有幾人？

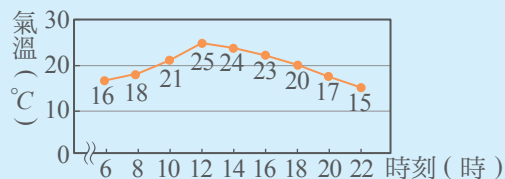
5 人



+++ 折線圖

右圖為小靖某天從上午六時到晚上十時，每兩小時量一次氣溫的折線圖，則：

- (1) 氣溫最高在幾時？**12 時**
- (2) 最高溫與最低溫相差多少 $^{\circ}\text{C}$ ？ **10°C**



日常生活中，我們常在電視、網路或報章雜誌看到各式各樣的圖表，這些圖表主要是將數據、資料圖像化，經由視覺便能理解大量的數據以及數據之間的關係。這章節我們就來學習如何將數據繪製成統計圖表！



MATHEMATICS

1-1

統計圖表與資料分析

- | | |
|------------|--------------|
| 1 生活中的統計圖表 | 2 分組的次數分配表 |
| 3 直方圖與折線圖 | 4 平均數、中位數與眾數 |

主題 1 生活中的統計圖表

日常生活中，常會針對一些問題蒐集資料，並繪製成統計圖表。以下就來複習、繪製這些統計圖表。

1. 長條圖

當資料是呈現每一個調查類別的次數時，一般會以長條圖呈現。例如：統計某月臺灣人最愛的夜市美食，將結果繪製成長條圖，如圖 1。

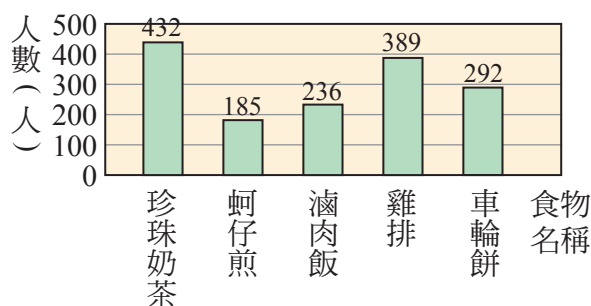


圖 1

2. 折線圖

若想看出資料的變化趨勢或表現兩組數量的依賴關係，可用折線圖呈現。例如：根據統計資料，將某年 1~6 月淡水、日月潭、恆春這三地的月均溫繪製成折線圖，如圖 2。

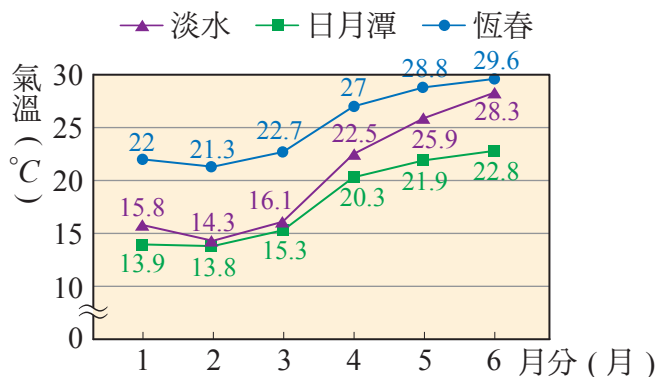


圖 2

學習時光機

統計圖中，可把不必要的數量，用記號「≈」或「≈」表示省略，更容易報讀。



隨堂練習

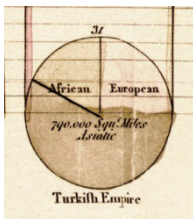
1. 根據圖 1，臺灣人最愛的夜市美食前三名依序為何？

珍珠奶茶、雞排、車輪餅

2. 根據圖 2，哪一個地方 1 月的月均溫最低？

日月潭

你知道嗎？



在西元 1801 年，普萊菲 (William Playfair) 繪製了一個被分割的圓圈，用來表示土耳其帝國在歐、亞、非三洲所占的領土比例，為歷史上第一個圓形圖。

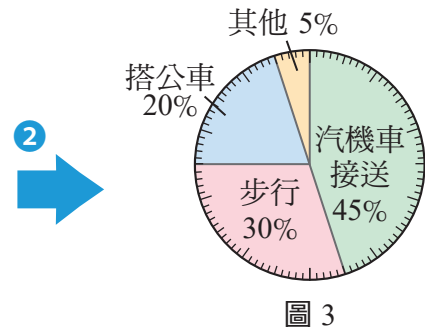
3. 圓形圖

有時會用圓形圖，來表達全體中每一部分所占的分量。例如：表 1 為調查 500 位學生的上學方式，若要繪製成圓形圖，製作方法如下：

- 1 計算 $\frac{\text{該上學方式人數}}{\text{總人數}} \times 100\%$ ，以得到各個上學方式占整體的百分率。
- 2 按上學方式所占整體的百分率，依序繪製成圓形圖，如圖 3。

表 1 上學方式人數統計表

上學方式	人數	百分率
汽機車接送	225	45%
步行	150	30%
搭公車	100	20%
其他	25	5%



隨堂練習

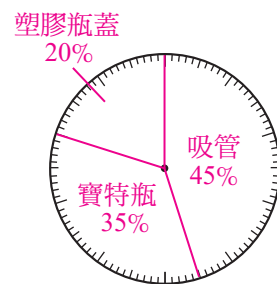
你知道嗎？

淨灘是指清理海岸上的海洋廢棄物。而海洋廢棄物則是指遭人為處置、丟棄或遺棄，進入海岸或海洋環境的任何持久性、人造或加工的固體。

某團體在海邊進行淨灘活動。當天活動結束後，統計所移除的海洋廢棄物前三名排行依序為吸管 324 件、寶特瓶 252 件、塑膠瓶蓋 144 件，試求出海洋廢棄物前三名在這三類中，各自所占的百分率，並將其繪製成圓形圖。

$$\begin{aligned} & \text{三類海洋廢棄物總計} \\ & = 324 + 252 + 144 = 720 \text{ (件)} \end{aligned}$$

海洋廢棄物	數量	百分率
吸管	324	45%
寶特瓶	252	35%
塑膠瓶蓋	144	20%



海洋廢棄物前三名排行圓形圖

遇到繁瑣的數據，可利用計算機輔助喔！



4. 列聯表

小翊媽媽向早餐店訂購了 12 杯飲料，如右圖。經觀察這些飲料依品項分類，有豆漿與米漿兩種；依溫度狀況分類，則分成冰、溫、熱三種。

溫米漿	冰米漿	冰米漿
冰米漿	熱豆漿	溫米漿
冰米漿	冰豆漿	熱米漿
溫米漿	冰米漿	冰豆漿

若一群資料按兩種不同屬性的分類方式，為表達之間的相互關係，通常會將資料整理成表 2 的樣子，像這樣的表格稱為列聯表，製作方法如下：

- 表中的**欄與列**代表不同分類方式，例如：欄當成溫度狀況，列當成飲料品項。
- 根據資料，統計各對應空格的數量，例如：冰豆漿有 2 杯、冰米漿有 5 杯等。
- 每一欄最下方及每一列最右方會做**合計**。
- 表格的右下角，會做**總計**。

表 2 訂購飲料的品項列聯表

溫度 品項	冰	溫	熱	合計
豆漿	2	0	1	3
米漿	5	3	1	9
合計	7	3	2	12

從表 2 中，可看到米漿的杯數比豆漿多，且三種不同溫度的飲料中，以冰飲料最多，但不論按照飲料品項或溫度狀況來看，總杯數都是 12 杯。



隨堂練習

臺鐵局因應民國 108 年國慶疏運旅客需要，全線加開各級列車，其中西部幹線加開自強號 17 列、莒光號 4 列、復興號 29 列；東部幹線加開自強號 110 列、莒光號 25 列、復興號 20 列。則：

- 將上述資料製作成列聯表。
- 哪一種車種，加開最多班次？
自強號

臺鐵局 民國 108 年國慶加開班車列聯表

車種 路線別	自強號	莒光號	復興號	合計
西部幹線	17	4	29	50
東部幹線	110	25	20	155
合計	127	29	49	205

主題 2 分組的次數分配表

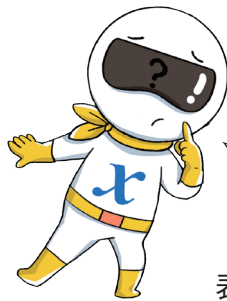


表 3 是某次數學小考登記的分數，從表 3 可以知道每位學生的分數，但如果想知道 60~70 分有多少人，要如何進行整理呢？

表 3 七年 1 班數學小考分數登記表 (滿分 100 分)

座號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
分數	81	72	85	81	40	92	83	83	62	76
座號	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
分數	60	51	64	71	60	44	68	60	64	76
座號	21	22	23	24	25	26	27	28		
分數	85	78	59	89	52	80	100	75		

步驟① 決定組距

觀察表 3 得知全班最低分為 40 分，最高分為 100 分，我們可以每 10 分為一組 (或稱組距是 10 分)，分成 40~50、50~60、60~70、70~80、80~90、90~100 共六組。組距的大小或組數多寡看狀況而定，沒有一定的準則，但通常每一組的組距會一樣。

步驟② 分組

各組有下限與上限，而每一組的範圍包含下限、但不包含上限。例如 60~70 分這一組的下限為 60 分，上限為 70 分，表示分數在 60 分以上 (含)，而未滿 70 分 (不含) 的範圍。通常會將滿分 100 分歸到 90~100 分這一組。

表 3 七年 1 班數學小考分數登記表 (滿分 100 分)

座號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
分數	81	72	85	81	40	92	83	83	62	76
座號	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
分數	60	51	64	71	60	44	68	60	64	76
座號	21	22	23	24	25	26	27	28		
分數	85	78	59	89	52	80	100	75		

步驟 3 製作次數分配表

依序看每位學生的分數歸在哪一組，便在該組計數符號欄上畫記，再計算每組的次數，如表 4。

像這樣用表格表示次數分布的狀況，就稱為**次數分配表**。

若將表 4 中的計數符號欄去掉，也稱為**次數分配表**，如表 5。

你知道嗎？

在歐洲和美國，使用「卍」的計數符號。而在巴西、阿根廷等，依序用「)」「□」「口」「回」來表示。至於使用漢字的臺灣、中國、日本、香港等，則常用「正」字表示。

表 4 七年 1 班數學小考分數次數分配表

分數 (分)	計數符號欄	次數 (人)
40~50	丁	2
50~60	下	3
60~70	正 丁	7
70~80	正 一	6
80~90	正 下	8
90~100	丁	2
合計		28

表 5 七年 1 班數學小考分數次數分配表

分數 (分)	次數 (人)
40~50	2
50~60	3
60~70	7
70~80	6
80~90	8
90~100	2
合計	28

**隨堂練習**

根據表 3，以 20 分當組距，回答下列問題：

- 完成右表小考分數的次數分配表。
- 座號 26 號的學生屬於哪一組？

80~100 分這一組

七年 1 班數學小考分數
次數分配表

分數 (分)	次數 (人)
40~60	5
60~80	13
80~100	10
合計	28

主題 3 直方圖與折線圖

分組資料的直方圖

第 10 頁中，我們整理出「七年 1 班數學小考分數次數分配表」，接著就可以做出一個類似長條圖的圖來表示這個班的分數分布情形，如圖 4，像這樣的統計圖稱為**次數分配直方圖**（或簡稱為直方圖）。

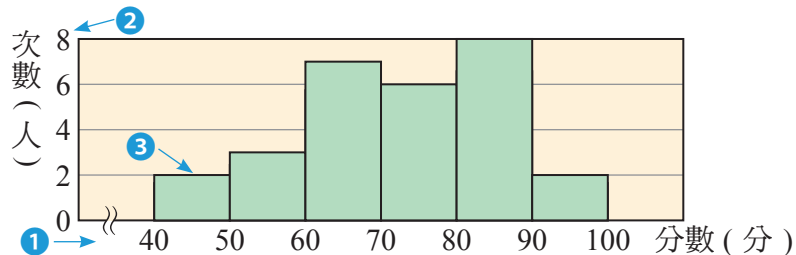


圖 4 七年 1 班數學小考分數次數分配直方圖

繪製直方圖的方法與繪製長條圖很像，我們以第 10 頁表 5 為例，來說明直方圖的繪製方法，過程如下：

1 橫軸

表示分數，單位標示為「分數 (分)」，分別標示出各組的刻度，如 40、50、60、70、80、90、100 等。

2 縱軸

表示分配的次數，單位標示為「次數 (人)」，分別標示出適當的刻度，如 0、2、4、6、8 等。

3 直方圖

為了表達 40~50 分的有 2 人，我們在橫軸上以刻度 40 到 50 的線段為底，對應的次數值 2 為高，畫出長方形；以刻度 50 到 60 的線段為底，對應的次數值 3 為高，畫出長方形。以此類推，畫出所有連續相鄰的長方形。

以上繪製過程的結果如圖 4，得到的就是次數分配直方圖。

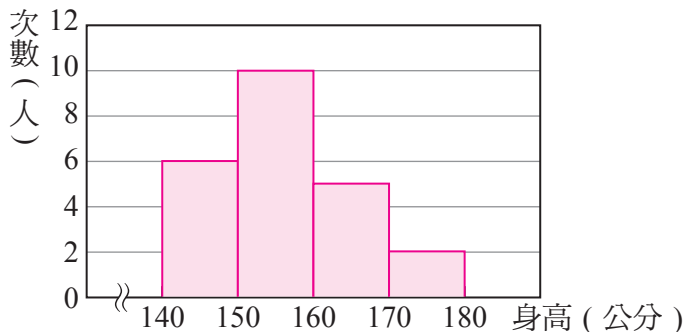


隨堂練習

根據下表，繪製次數分配直方圖。

七年 2 班學生身高次數分配表

身高 (公分)	140~150	150~160	160~170	170~180	合計
次數 (人)	6	10	5	2	23

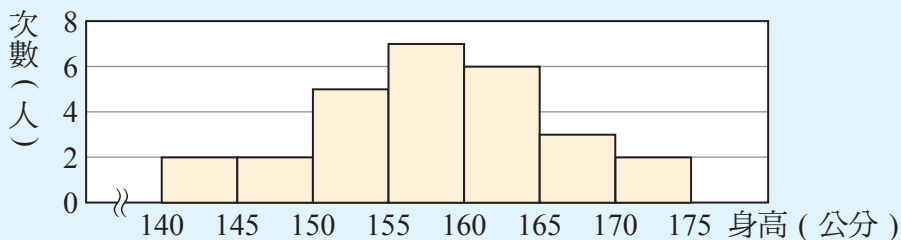


七年 2 班學生身高次數分配直方圖

例 1

直方圖的報讀 學習內容 D-7-1

下圖是 27 位學生身高次數分配直方圖，依圖回答下列問題：



- (1) 哪一組的人數最多？
- (2) 身高在 150 公分以上 (含)，未滿 170 公分的有多少人？

解

- (1) 由圖可知，155~160 公分的人數最多。
- (2) 身高 150 公分以上 (含)，未滿 170 公分，包含 150~155、155~160、160~165、165~170 這四組，共有 $5+7+6+3=21$ 人。



隨堂練習

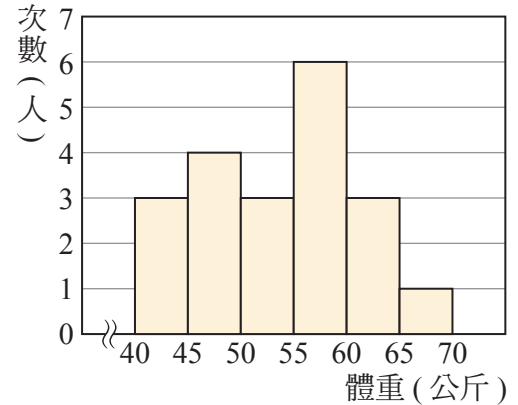
右圖是七年 6 班學生體重次數分配直方圖，依圖回答下列問題：

- (1) 七年 6 班全班共多少人？
- (2) 體重未滿 50 公斤的有多少人？

(1) 由圖可知

全班共有 $3+4+3+6+3+1=20$ 人

(2) $3+4=7$ (人)



七年 6 班學生體重次數分配直方圖

長條圖與直方圖在外觀上都是由很多段長方形組成，但在使用時機上略有不同：

名稱	使用時機	舉例										
長條圖	當資料是呈現每一個調查類別的次數時，一般會以長條圖呈現，資料未必是數值，也不一定有先後順序。	<table border="1"> <caption>長條圖舉例數據</caption> <thead> <tr> <th>上學方式</th> <th>次數 (人)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>步行</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>搭公車</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>汽機車接送</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>其他</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>	上學方式	次數 (人)	步行	4	搭公車	3	汽機車接送	6	其他	1
上學方式	次數 (人)											
步行	4											
搭公車	3											
汽機車接送	6											
其他	1											
直方圖	當資料的數值可以由小到大排列，且適合分組，就能以直方圖呈現。	<table border="1"> <caption>直方圖舉例數據</caption> <thead> <tr> <th>身高 (公分)</th> <th>次數 (人)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>140-145</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>145-150</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>150-155</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>155-160</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>	身高 (公分)	次數 (人)	140-145	2	145-150	3	150-155	5	155-160	1
身高 (公分)	次數 (人)											
140-145	2											
145-150	3											
150-155	5											
155-160	1											

分組資料的折線圖

依據分組後的次數分配表，除了繪製成直方圖外，也可以繪製成次數分配折線圖，顯示資料的高低變化與分布情形。

同樣的，我們以表 5 為例，說明次數分配折線圖的繪製。

表 5 七年 1 班數學小考分數次數分配表

分數(分)	次數(人)
40~50	2
50~60	3
60~70	7
70~80	6
80~90	8
90~100	2
合計	28

由於資料是分組的，通常會將各組上限與下限的平均，稱為這組的**組中點**。例如：在 40~50 分這一組中， $\frac{40+50}{2}=45$ ，我們稱 45 分是 40~50 分這一組的組中點。以此類推，我們可以得到各組的組中點，並整理如表 6。

表 6 七年 1 班數學小考分數次數分配表

分數(分)	組中點(分)	次數(人)
40~50	45	2
50~60	55	3
60~70	65	7
70~80	75	6
80~90	85	8
90~100	95	2
合計		28

我們以第 14 頁表 6 為例，來說明分組資料的次數分配折線圖繪製方法，過程如下：

- 1 先仿照直方圖，畫出橫軸、縱軸與對應的刻度。
- 2 將各組所對應的人數，點在該組的組中點所對應的點上，例如 40~50 分有 2 人，就在 45 分與 2 人交叉的地方畫點；50~60 分有 3 人，就在 55 分與 3 人交叉的地方畫點。以此類推，將各組對應的點依序標出。
- 3 將這些點依序以線段連接。

以上繪製過程的結果如圖 5，得到的就是**次數分配折線圖**。

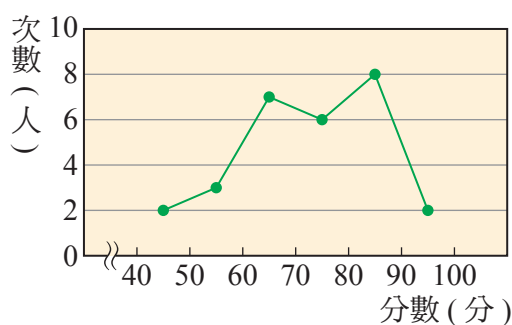


圖 5 七年 1 班數學小考分數
次數分配折線圖

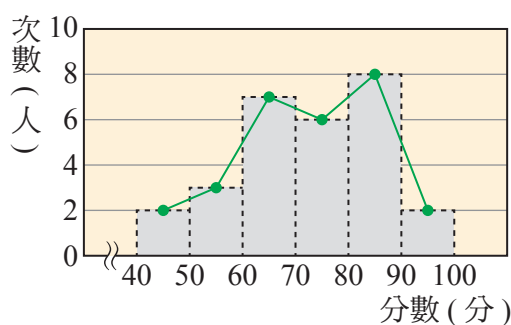


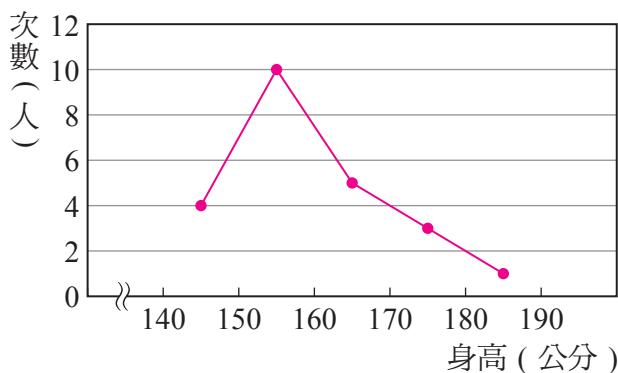
圖 6 七年 1 班數學小考分數
次數分配折線圖

事實上，我們也可以藉由第 11 頁圖 4 的直方圖，將長方形上面各邊的中點連接起來，就成為與圖 5 相同的折線圖，如圖 6。



隨堂練習

根據右表，繪製次數分配折線圖。



七年 3 班學生身高次數分配折線圖

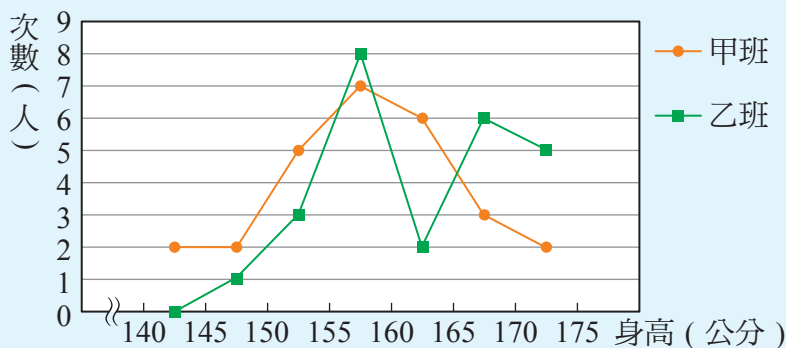
七年 3 班學生身高 次數分配表

身高(公分)	次數(人)
140~150	4
150~160	10
160~170	5
170~180	3
180~190	1
合計	23

例 2

折線圖的報讀 學習內容 D-7-1

下圖是七年甲、乙兩班的身高次數分配折線圖，依圖回答下列問題：



- (1) 兩班的身高分組中，哪一組的人數差距最大？
- (2) 身高低於 155 公分的人數，哪一個班比較多？

解 (1) 160~165 公分這組的人數相差 $6 - 2 = 4$ 人，是差距最大的。

(2) 身高低於 155 公分，

包含 140~145、145~150、150~155 這三組，

甲班低於 155 公分的有 $2 + 2 + 5 = 9$ 人；

乙班低於 155 公分的有 $0 + 1 + 3 = 4$ 人，

所以甲班低於 155 公分的人數比較多。

Hint

觀察折線圖，低於 155 公分的三組中，甲班人數都比乙班多，所以甲班低於 155 公分的人數比乙班多。



隨堂練習

根據例 2，回答下列問題：

- (1) 兩班身高在 155~165 公分的人數，相差多少人？

甲班身高在 155~165 公分的有 $7 + 6 = 13$ 人

乙班身高在 155~165 公分的有 $8 + 2 = 10$ 人

所以相差 $13 - 10 = 3$ 人

- (2) 身高 160 公分以上 (含) 的人數，哪一個班比較多？

甲班身高 160 公分以上 (含) 的有 $6 + 3 + 2 = 11$ 人

乙班身高 160 公分以上 (含) 的有 $2 + 6 + 5 = 13$ 人

所以乙班身高 160 公分以上 (含) 的人數比較多

主題 4 平均數、中位數與眾數

計算機 M+ 的操作



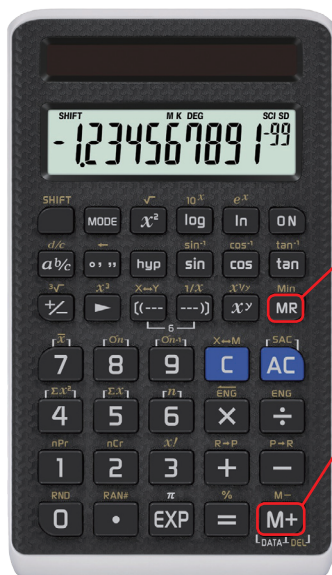
巴斯卡

(Blaise Pascal, 西元 1623~1662 年) 法國科學家和數學家。18 歲時為了減輕父親無止盡且重複的稅率計算工作，遂發明了世界上第一臺可以運行加減法的計算機。



▲ 史上第一臺計算機

處理統計資料時，可能會碰到一些比較複雜的計算需要使用計算機，然而有些計算機沒有先乘除後加減的功能該怎麼辦呢？一般而言，計算機通常會提供一個暫時存放數據的記憶空間，我們可使用 **M+**、**MR** 等功能鍵，對記憶空間內的數字進行操作，以方便我們進行先乘除後加減的運算。



MR 記憶喚起：將記憶空間中保存的數字，顯示在螢幕上。

M+ 記憶加法：在記憶空間中，將原本記憶的數字，加上目前螢幕顯示的數字。

以計算 $37 + 4 \times 10$ 為例，計算機操作為：

ON → **37** → **M+** → **4** → **×** → **10** → **M+** → **MR**。

ON 可以同時讓記憶空間和螢幕上的數字歸零喔！



隨堂練習

利用計算機計算 $92 \times 12 + 20 \times 3$ 的值。

ON → **92** **×** **12** **M+** → **20** **×** **3** **M+** → **MR** → 1164

所以 $92 \times 12 + 20 \times 3 = 1164$



將整理好的資料繪製成次數分配圖（如圓形圖、長條圖、直方圖與折線圖），可以幫助我們了解整組資料分布的情形或變化的趨勢。除了畫成圖表，也會透過一些統計的數據來代表整群的資料，以進行描述或與其他群資料做比較。

平均數

1. 未分組資料的平均數

平均數（或稱**算術平均數**）是日常生活中很常使用的一個統計數據，它的計算方式就是將**整群資料的總和除以資料的個數**。例如班級平均分數，就是班上成績總分除以總人數所得到的分數，其他像學生的平均身高、平均體重、平均年齡等，也屬於平均數的應用。

Key point

平均數

n 個數值資料的平均數 = $\frac{n \text{ 個數值資料的總和}}{n}$ 。



隨堂練習

小妍去書局買了 5 張生日卡片，價格依序為 18、25、31、17、24 元，則這 5 張卡片的平均價格為多少元？

$$\begin{aligned} \text{平均價格} &= \frac{18+25+31+17+24}{5} \\ &= \frac{115}{5} \\ &= 23 \text{ (元)} \end{aligned}$$

例 3

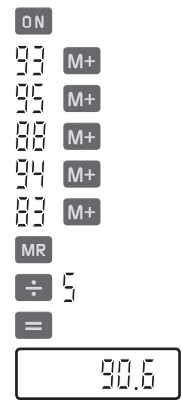
求未分組資料的平均數 學習內容 D-7-2

憶昀期待自己在段考時能有亮眼的表現，因此他給自己設定目標為 5 科平均 90 分。最後他得到的分數如下表，則憶昀此次段考的 5 科平均分數為多少分？

科目	國文	英語	數學	社會	自然
與目標分數的差距	+3	+5	-2	+4	-7

解 1 憶昀段考的平均分數

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(90+3)+(90+5)+(90-2)+(90+4)+(90-7)}{5} \\
 &= 90 + \frac{3+5+(-2)+4+(-7)}{5} \\
 &= 90 + 0.6 \\
 &= 90.6 \text{ (分)}
 \end{aligned}$$

 計算機操作


解 2 憶昀五科的實際分數依序為 93、95、88、94、83 分，

$$\begin{aligned}
 \text{所以段考的平均分數} &= \frac{93+95+88+94+83}{5} \\
 &= 90.6 \text{ (分)}
 \end{aligned}$$

 隨堂練習

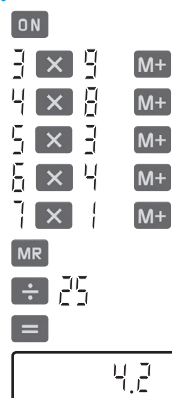
振嘉每天練習投籃，他設定的目標是每天投進 50 球。若他這星期練習成果如下表，則振嘉這星期每天投籃平均投進多少球？

星期	星期一	星期二	星期三	星期四	星期五	星期六	星期日
與目標球數的差距	-4	+2	+3	-5	-1	-3	+1

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(50-4)+(50+2)+(50+3)+(50-5)+(50-1)+(50-3)+(50+1)}{7} \\
 &= 50 + \frac{(-4)+2+3+(-5)+(-1)+(-3)+1}{7} \\
 &= 50 + (-1) \\
 &= 49 \text{ (球)}
 \end{aligned}$$

例 4

計算機操作

求未分組資料的平均數 學習內容 D-7-2

七年 1 班導師為了鼓勵班上學生閱讀，規定每人每月至少閱讀 3 本課外讀物，一個月後統計結果如下表，則全班在這個月當中，每人平均閱讀幾本書？

課外讀物(本)	3	4	5	6	7
次數(人)	9	8	3	4	1

解 全班共 $9+8+3+4+1=25$ 人，

其中閱讀 3 本書的有 9 人，共閱讀了 $3 \times 9 = 27$ 本；

閱讀 4 本書的有 8 人，共閱讀了 $4 \times 8 = 32$ 本；以此類推。

因此全班總共閱讀了 $3 \times 9 + 4 \times 8 + 5 \times 3 + 6 \times 4 + 7 \times 1 = 105$ 本，

所以每人平均閱讀 $\frac{105}{25} = 4.2$ 本書。



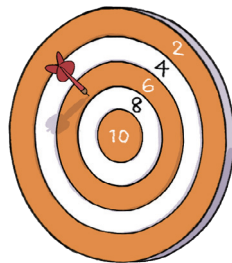
隨堂練習

你知道嗎？

在羅馬帝國時代，當時駐守異地的士兵因多雨的天氣限制了其戶外活動，於是發明了在室內用手將箭投向樹木橫切面製成的靶子之遊戲，此為射飛鏢最早的雛型。

凱鈞和偉銘進行射飛鏢比賽，每人有 20 枝飛鏢，若他們的得分狀況如下表，則兩人平均各得幾分？

分數	0	2	4	6	8	10
凱鈞得分次數	7	4	5	1	1	2
偉銘得分次數	3	6	3	6	2	0



$$\text{凱鈞的平均分數} = \frac{0 \times 7 + 2 \times 4 + 4 \times 5 + 6 \times 1 + 8 \times 1 + 10 \times 2}{20}$$

$$= \frac{62}{20}$$

$$= 3.1 \text{ (分)}$$

$$\text{偉銘的平均分數} = \frac{0 \times 3 + 2 \times 6 + 4 \times 3 + 6 \times 6 + 8 \times 2 + 10 \times 0}{20}$$

$$= \frac{76}{20}$$

$$= 3.8 \text{ (分)}$$



2. 已分組資料的平均數

表 7 為七年 4 班學生某週課餘自修時間次數分配表，因為不知道每個人的原始時間，所以一般會以組中點來表示各組的平均時間。例如 5~7 小時的有 2 人，就以組中點 6 小時表示這一組 2 人的平均時間，而以 $6 \times 2 = 12$ 小時，表示這 2 人的總時間。其他各組也是以此類推。

因此，當資料是以分組的次數呈現時，
 每一組的總時間 = (每組組中點的數值) \times (次數) ，
 資料總和 = 每一組的總時間相加，

$$\begin{aligned} \text{平均數} &= \frac{\text{資料總和}}{\text{總次數}} \\ &= \frac{[(\text{每組組中點的數值}) \times (\text{次數})] \text{的總和}}{\text{總次數}}。 \end{aligned}$$

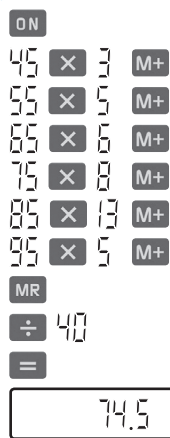
表 7 七年 4 班學生某週課餘自修時間次數分配表

時間 (小時)	組中點	次數 (人)	每一組的總時間 (小時)
5~7	6	2	$6 \times 2 = 12$
7~9	8	2	$8 \times 2 = 16$
9~11	10	6	$10 \times 6 = 60$
11~13	12	5	$12 \times 5 = 60$
13~15	14	4	$14 \times 4 = 56$
15~17	16	6	$16 \times 6 = 96$
合計		25	資料總和 = 300

$$\begin{aligned} \text{平均數} &= 300 \div 25 \\ &= 12 (\text{小時}) \end{aligned}$$

例 5

計算機操作



求已分組資料的平均數 學習內容 D-7-2

下表為七年甲班數學隨堂測驗分數次數分配表，則七年甲班全班學生的平均分數為多少分？

分數(分)	40~50	50~60	60~70	70~80	80~90	90~100	合計
次數(人)	3	5	6	8	13	5	40

解 各組的組中點數值分別為：45、55、65、75、85、95，

$$\text{分數總和} = 45 \times 3 + 55 \times 5 + 65 \times 6 + 75 \times 8 + 85 \times 13 + 95 \times 5$$

$$= 2980,$$

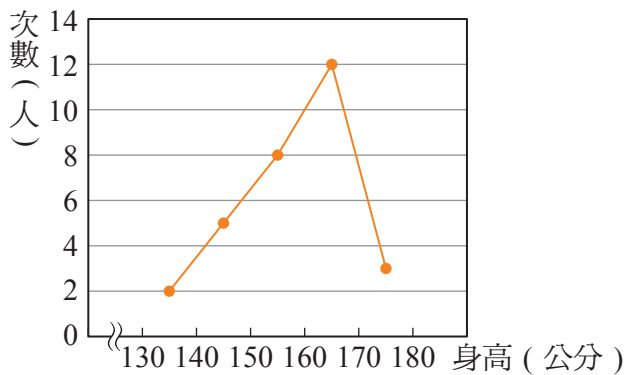
$$\text{平均分數} = 2980 \div 40$$

$$= 74.5 (\text{分})。$$



隨堂練習

下圖為七年 3 班學生身高的次數分配折線圖，則七年 3 班全班學生的平均身高為多少公分？



各組的組中點數值分別為：135、145、155、165、175

$$\text{身高總和} = 135 \times 2 + 145 \times 5 + 155 \times 8 + 165 \times 12 + 175 \times 3$$

$$= 4740$$

$$\text{總人數} = 2 + 5 + 8 + 12 + 3 = 30$$

$$\text{平均身高} = 4740 \div 30 = 158 (\text{公分})$$

3. 資料的集中趨勢

生活中，常以平均數來表示一群資料或這群資料的集中情形，然而，**是不是所有資料的集中情形都適合用平均數來表示呢？**舉例如下：

公園裡有甲、乙兩群遊客，他們的年齡分別如下：

甲群：11, 11, 12, 12, 13, 14, 14, 14, 25 (歲)

乙群：4, 4, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 50, 53 (歲)

我們可以分別算出這兩群遊客的平均年齡，

甲群平均年齡 = $(11 + 11 + 12 + 12 + 13 + 14 + 14 + 14 + 25) \div 9 = 14$ (歲)

乙群平均年齡 = $(4 + 4 + 5 + 5 + 6 + 6 + 6 + 6 + 50 + 53) \div 10 = 14.5$ (歲)

如果只就平均數來看，可能會認為在公園裡的是兩群國中生，但這與實際情況不符。

對乙群遊客而言，用平均數 14.5 歲來代表乙群的年齡資料並不恰當，因為它的平均數受到兩個特別大的數 50、53 影響。像這樣，一群資料中特別大或特別小的值，叫做這群資料的**極端值**。

當平均數受到極端值影響時，就不適合用來顯示整體資料的特徵，這時我們需要使用其他的統計數據來顯示整體資料的特徵，例如即將介紹的中位數與眾數。



中位數

有時我們會將資料由小到大依序排列後，取最中間的數值來表示整體的資料，這樣的數稱為**中位數**，我們來看下面的例題。

例 6

你知道嗎？

新竹的嘉豐數學公園將數學概念以遊樂設施方式呈現，公園內的裝置藝術也與數學邏輯相關，讓遊客從遊戲中學數學！

求一群資料的中位數 學習內容 D-7-2

嘉豐數學公園裡有甲、乙兩群遊客在散步，他們的年齡分別如下：

甲群：11, 11, 12, 12, 13, 14, 14, 14, 25 (歲)

乙群：4, 4, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 50, 53 (歲)

則這兩群遊客年齡的中位數為多少？



解

將資料由小到大排列，

甲群 9 個資料中，最中間的資料為第 5 個數 13，

所以甲群年齡的中位數為 13 歲。

乙群 10 個資料中，最中間的兩個資料為第 5 個與第 6 個，

其平均數為 $(6+6) \div 2 = 6$ ，所以乙群年齡的中位數為 6 歲。

事實上，

- 跟平均數相比，**中位數比較不會受到極端值的影響**。
- 一群 n 個數值資料，由小到大依序排列後，中位數的求法為：
 - 如果 n 為奇數，中位數為排在最中間的數，即第 $\frac{n+1}{2}$ 個數。
 - 如果 n 為偶數，中位數為排在最中間兩個數的平均數，
即第 $\frac{n}{2}$ 個與第 $(\frac{n}{2} + 1)$ 個數的平均數。



隨堂練習

下列各群資料的中位數分別為多少？

(1) 2, 3, 6, 9, 10, 14, 17

2, 3, 6, 9, 10, 14, 17，共有 7 個資料

最中間的資料為第 4 個數 9，所以中位數為 9

(2) 9, 7, 3, 3, 12, 14, 25, 3, 4, 13, 5, 9

將資料由小到大排列：3, 3, 3, 4, 5, 7, 9, 9, 12, 13, 14, 25，共有 12 個資料

最中間的兩個資料為第 6 個與第 7 個，其平均數為 $\frac{7+9}{2} = 8$ ，所以中位數為 8

例 7

你知道嗎？

體適能 (Physical Fitness) 的測量分為：坐姿體前彎、一分鐘屈膝仰臥起坐、立定跳遠、800 及 1600 公尺跑走、三分鐘登階測驗。

求一群資料的中位數 學習內容 D-7-2

七年 5 班 27 位學生進行體適能測驗，他們的 1600 公尺跑走時間如下表，則這些學生跑走時間的中位數為多少？

時間 (分鐘)	7	8	9	10	11	12	13
次數 (人)	3	9	3	5	2	4	1

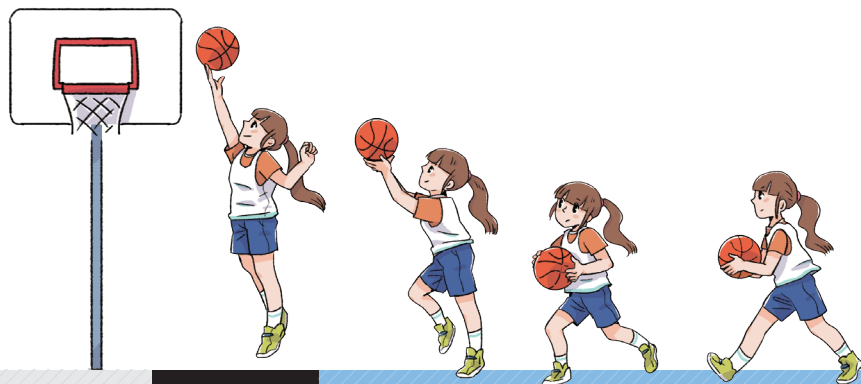
解 將 27 位學生的跑走時間由小到大排列後，
 中位數排在第 $\frac{27+1}{2} = 14$ 位，
 跑走時間少於或等於 8 分鐘的有 $3+9=12$ 人，
 跑走時間少於或等於 9 分鐘的有 $12+3=15$ 人，
 所以排在第 14 位學生跑走時間是 9 分鐘，
 故學生 1600 公尺跑走時間的中位數為 9 分鐘。

隨堂練習

三民國中籃球社共有 42 位學生，每人投籃 10 球後，進球數的次數分配表如下，則投籃進球數的中位數為多少？

進球數 (球)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
次數 (人)	4	3	6	8	7	4	3	2	3	1	1

將 42 位學生的進球數由小到大排列後，中位數是第 21 個與第 22 個的平均數
 觀察次數分配表可知，排在第 21、22 位的進球數分別是 3 球、4 球
 故投籃進球數的中位數為 $\frac{3+4}{2} = 3.5$ 球



例 8

求已分組資料的中位數所在組別 學習內容 D-7-2

宜芳老師正在進行七年甲班的體適能檢測，其中坐姿體前彎的測驗結果如下表，則該班學生坐姿體前彎的中位數在哪一組？

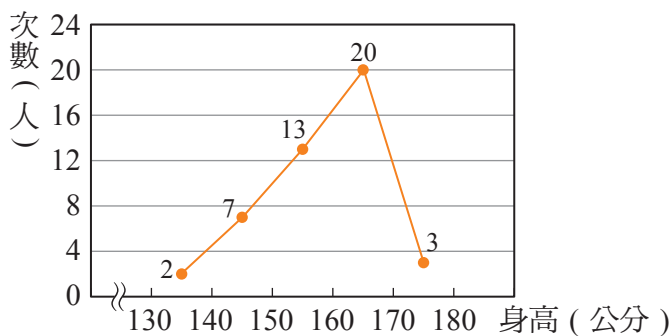
坐姿體前彎 (公分)	10~20	20~30	30~40	40~50	50~60
次數 (人)	4	6	10	3	1

解 全班共 $4+6+10+3+1=24$ 人，
 中位數是第 12 個與第 13 個數的平均數，
 而第 12 個與第 13 個數都落在 30~40 公分這一組，
 所以該班學生坐姿體前彎的中位數在 30~40 公分這一組。



隨堂練習

下圖為四維國中參加糾察隊甄選的學生身高次數分配折線圖，則參選學生身高的中位數在哪一組？



參選學生共 $2+7+13+20+3=45$ 人

最中間的資料是第 $\frac{45+1}{2}=23$ 個數

即中位數是第 23 個數

而 $2+7+13=22$

因為第 23 個數在 160~170 公分這一組

所以參選學生身高的中位數在 160~170 公分這一組



眾數

除了平均數與中位數之外，我們也會討論哪個資料值是出現最多次的，例如賣最好的手機款式、大家最喜歡的顏色等。

我們將整群資料中次數出現最多的資料值，稱為這群資料的**眾數**。

例 9

求一群資料的眾數 學習內容 D-7-2

新奇服裝公司上週襯衫的銷售量如下表，則襯衫銷售顏色的眾數是哪一種顏色？

顏色	白	綠	藍	黑
銷售量(件)	88	79	210	84



卡爾·皮爾森
(Karl Pearson, 西元 1857~1936 年), 英國數學家。眾數(Mode)最早是在西元 1895 年由皮爾森所提出。

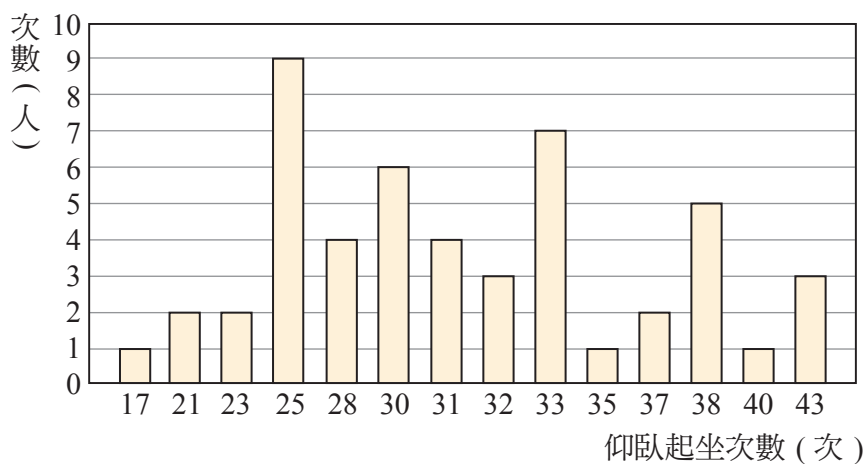
解

由表中可以看出上週襯衫藍色銷售 210 件是最多的，所以襯衫銷售顏色的眾數是藍色。



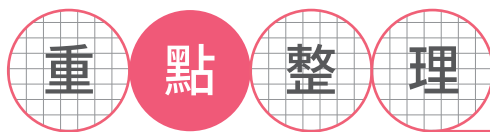
隨堂練習

下圖為良善國中 50 位七年級女學生一分鐘屈膝仰臥起坐次數分配長條圖，則一分鐘屈膝仰臥起坐次數的眾數為多少？



由圖中可以看出一分鐘屈膝仰臥起坐次數 25 次的人數最多，共有 9 人，所以眾數為 25 次。





1 次數分配表

- (1) 一群資料可整理成次數分配表。
- (2) 次數分配表的組距大小或組數多寡看狀況而定，但通常每一組的組距會一樣。
- (3) 各組的範圍包含下限，但不包含上限。

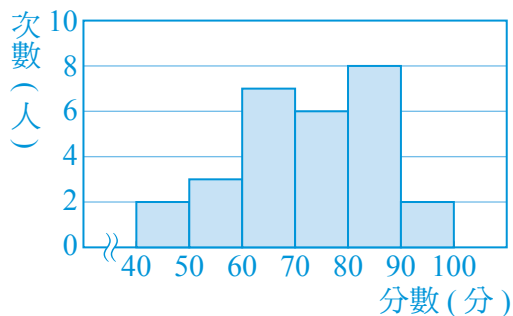
例 60~70 分這一組，表示分數在 60 分以上(含)，而未滿 70 分(不含)的範圍。

2 統計圖表

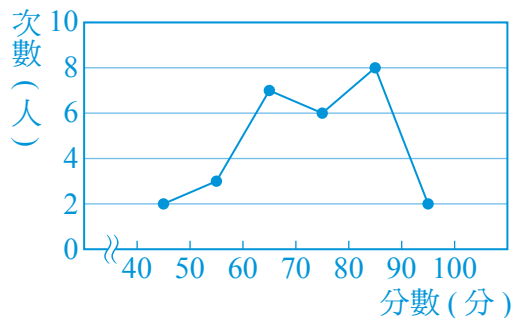
- (1) 依據次數分配表，可以畫出統計圖。
- (2) 常用的統計圖有次數分配直方圖、次數分配折線圖等。

例 七年 1 班數學小考分數次數分配表

分數(分)	計數符號欄	次數(人)
40~50	T	2
50~60	下	3
60~70	正 T	7
70~80	正 一	6
80~90	正 下	8
90~100	T	2
合計		28



七年 1 班數學小考分數
次數分配直方圖



七年 1 班數學小考分數
次數分配折線圖

3 平均數

(1) 未分組資料：整群資料的總和除以資料個數。

$$\text{例 } 18, 25, 31, 17, 24 \text{ 的平均數} = \frac{18+25+31+17+24}{5} = 23。$$

(2) 已分組資料：將各組組中點的數值乘以次數後相加得到總和，再將總和除以資料個數。

例 某班的分數次數分配表如下：

分數(分)	40~50	50~60	60~70	70~80	80~90	90~100	合計
次數(人)	3	5	6	8	13	5	40

$$\begin{aligned} \text{平均數} &= (45 \times 3 + 55 \times 5 + 65 \times 6 + 75 \times 8 + 85 \times 13 + 95 \times 5) \div 40 \\ &= 2980 \div 40 \\ &= 74.5 \text{ (分)}。 \end{aligned}$$

4 中位數

將一群 n 個數值資料，由小到大依序排列後，取最中間的數值來表示整體的資料，這樣的數稱為中位數。

(1) 如果 n 為奇數，中位數為排在最中間的數，即第 $\frac{n+1}{2}$ 個數。

例 一群資料由小到大排列為：11, 11, 12, 12, 13, 14, 14, 14, 25，
中位數為 13。

(2) 如果 n 為偶數，中位數為排在最中間兩個數的平均數，

即第 $\frac{n}{2}$ 個與第 $(\frac{n}{2} + 1)$ 個數的平均數。

例 一群資料由小到大排列為：4, 4, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 50, 53，
中位數 = $\frac{(6+6)}{2} = 6$ 。

5 眾數

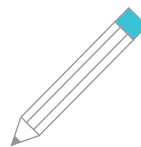
一群資料中次數出現最多的資料值，稱為這群資料的眾數。

例 一群資料 4, 4, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 50, 53，其眾數為 6。

註 平均數會受極端值影響，而中位數、眾數不受極端值影響。



自我評量



1 七年甲班全班學生體重如表 1，回答下列問題：

表 1

49	50	54	58	51	55	45	57	52	35	59	37
55	42	45	49	40	56	47	43	48	41	55	44

(單位：公斤)

(1) 根據表 1，完成體重的次數分配表。

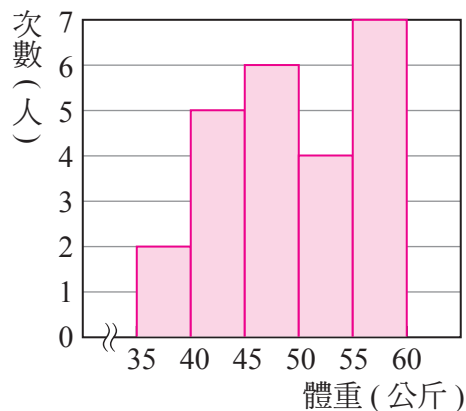
表 2

P.10 隨堂

體重 (公斤)	次數 (人)
35~40	2
40~45	5
45~50	6
50~55	4
55~60	7
合計	24

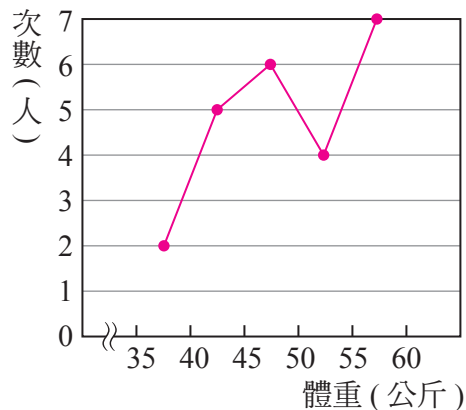
(2) 根據表 2，繪製七年甲班體重次數分配直方圖。

P.12 隨堂



(3) 根據表 2，繪製七年甲班體重次數分配折線圖。

P.15 隨堂

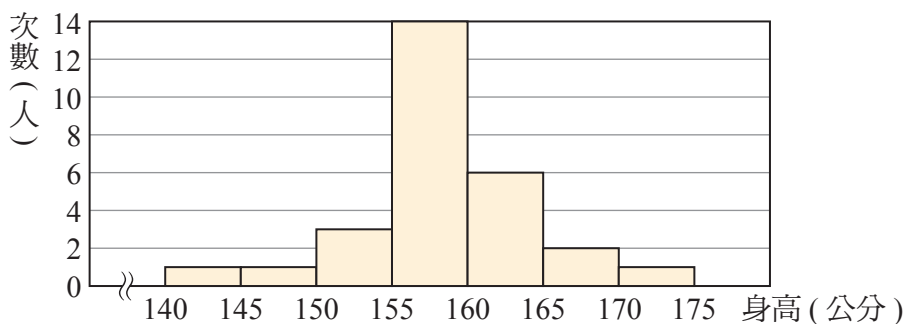


(4) 體重在 35 公斤以上 (含)，未滿 50 公斤 (不含) 的有多少人？

P.12 例 1、P.16 例 2

體重在 35 公斤以上，未滿 50 公斤
包含 35~40、40~45、45~50 這三組
共有 $2+5+6=13$ 人

2 下圖是七年乙班學生的身高次數分配直方圖，依圖回答下列問題：



(1) 七年乙班全班共有多少位學生？

P.12 例 1

全班共 $1+1+3+14+6+2+1=28$ 位

(2) 哪一組人數最多？有多少位學生？

P.12 例 1

155~160 公分這一組人數最多，有 14 位

3 利用計算機，計算七年乙班學生的平均身高約為多少公分？(以四捨五入法取到小數點後第一位)

P.22 例 5

ON → 142.5 × 1 M+ → 147.5 × 1 M+ → 152.5 × 3 M+ → 157.5 × 14 M+ → 162.5 × 6 M+ → 167.5 × 2 M+ → 172.5 × 1 M+ → MR → ÷ 28 → =

最終螢幕顯示結果為 158.3928571，所以平均身高約為 158.4 公分

(4) 七年乙班學生身高的中位數在哪一組？

P.26 例 8

全班有 28 位學生，所以中位數為第 14 個與第 15 個數的平均數

而第 14 個與第 15 個數都落在 155~160 公分這一組

所以身高的中位數在 155~160 公分這一組

3 美美逛夜市買了 20 個髮圈，其中 20 元的有 5 個，30 元的有 4 個，剩下的都是 40 元，則：

P.20 例 4、P.25 例 7、P.27 例 9

(1) 這 20 個髮圈平均價格是多少元？

(2) 價格的中位數與眾數各是多少元？

40 元的髮圈有 $20-5-4=11$ 個

(1) 髮圈平均價格 = $\frac{20 \times 5 + 30 \times 4 + 40 \times 11}{20} = 33$ 元

(2) 價格的中位數是第 10 個與第 11 個數的平均數，所以價格的中位數為 $\frac{40+40}{2} = 40$ 元

40 元的髮圈最多，所以價格的眾數為 40 元

4 大勇國中調查 100 位學生上學的通勤時間，結果如右表，則這 100 位學生平均通勤時間是多少分鐘？ P.22 例 5

各組的組中點數值分別為：5、15、25、35、45

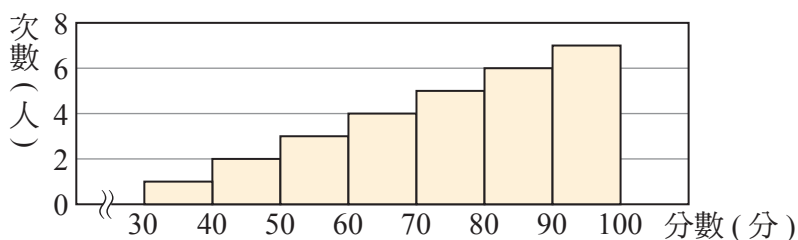
$$\begin{aligned} \text{通勤時間總和} &= 5 \times 72 + 15 \times 15 + 25 \times 8 + 35 \times 3 + 45 \times 2 \\ &= 980 \end{aligned}$$

$$\text{平均通勤時間} = 980 \div 100 = 9.8 \text{ (分鐘)}$$

通勤時間 (分鐘)	次數 (人)
0~10	72
10~20	15
20~30	8
30~40	3
40~50	2
合計	100

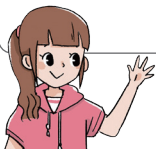
挑錯題

下圖是七年甲班 28 位學生某次數學小考分數次數分配直方圖。



小妍、小翊和小美對於此直方圖的說法如下。判斷他們的說法是否正確，並說明你的理由。

全班平均在 60~70 分之間。



小妍

中位數在 60~70 分之間。



小翊

滿分 100 分的有 7 人。



小美

小妍：正確 ；錯誤 ，

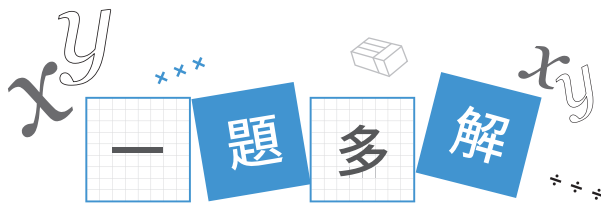
理由：全班平均為 $(35 \times 1 + 45 \times 2 + 55 \times 3 + 65 \times 4 + 75 \times 5 + 85 \times 6 + 95 \times 7) \div 28 = 75$ 分。

小翊：正確 ；錯誤 ，全班共有 28 人，中位數是由小到大排列後，第 14 個與第 15 個數的平均數，而這兩個數都落在 70~80 分這一組，

理由：所以中位數在 70~80 分這一組。

小美：正確 ；錯誤 ，

理由：90~100 分共有 7 人，只知道這 7 個人的分數都在 90~100 分之間，不代表全部都是 100 分。



七年甲班學生有 27 人，本學期測量全班學生的身高，並計算平均身高為 152 公分。後來發現有一位同學實際身高為 158 公分，卻被登記為 185 公分，則經過修正後，全班平均身高是多少公分？



先計算正確身高總和，再算平均

全班身高總和為 $152 \times 27 = 4104$ 公分，

不含錯誤的學生，剩下 26 人身高總和為 $4104 - 185 = 3919$ 公分，

修正後，全班身高總和為 $3919 + 158 = 4077$ 公分，

故修正後的全班平均身高為 $\frac{4077}{27} = 151$ 公分。



思考登記錯誤對平均差距的影響

因為登記錯誤，身高相差 $185 - 158 = 27$ 公分，

全班身高總和也多算了 27 公分，

所以全班平均身高也多算了 $\frac{27}{27} = 1$ 公分，

故修正後的平均身高為 $152 - 1 = 151$ 公分。



利用未知數，假設正確的平均身高

假設全班正確的平均身高為 x 公分，

因為不含登記錯誤的同學，其餘 26 人身高總和不變，

$27x - 158 = 152 \times 27 - 185$ ， $x = 151$ ，

所以修正後的平均身高為 151 公分。