

## 3-2

## 一元一次方程式

1 一元一次方程式的列式

2 解一元一次方程式

## 主題 1 一元一次方程式的列式

## 課外探索 P.232

- ◆等號「=」的由來
- ◆九章算術：我國最初解方程式的一本書

1 相等是數學中最重要的一關係之一。等號出現與方程有關，數學於萌芽時期已有了方程的記載，因此也有了表示相等關係的方法。

◆搭配習作  
P.54 第 1 題

## 一元一次方程式的意義

我們在 3-1 節學到使用文字符號代表數，可以將生活中的一些數量關係以代數式表示，有這些經驗後，讓我們來看下面的例子。

哥哥有 14 顆糖果，且哥哥的糖果數是妹妹的 3 倍多 5 顆。

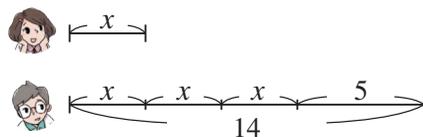
假設妹妹有  $x$  顆糖果，依題意，

哥哥的糖果數可以用  $3x+5$  表示。

又哥哥有 14 顆糖果，也就是說

$(3x+5)$  和 14 都代表哥哥的糖果數，

得到  $3x+5=14$ 。



前面  $3x+5=14$  的等式中， $x$  代表一個數，但代表的數是多少，暫時還不知道，我們稱  $x$  為**未知數**，含有未知數的等式稱為**方程式**。

只含一種未知數（一元），且未知數的次數是 1（一次）的等式，我們稱為**一元一次方程式**，例如： $4x-5=17$ 、 $2y+8=0$  都是一元一次方程式。

## Key point

## 一元一次方程式

只含一種未知數，且未知數的次數是 1 的等式，稱為一元一次方程式。

有等號

$$3x+5=14$$

↑  
只含一種未知數，且未知數的次數是 1

## 學習內容

A-7-2 一元一次方程式的意義：一元一次方程式及其解的意義；具體情境中列出一元一次方程式。

A-7-3 一元一次方程式的解法與應用：等量公理；移項法則；驗算；應用問題。

## 一元一次方程式的列式

接著我們來練習如何依照文字敘述列出適當的一元一次方程式。

文字敘述	一元一次方程式
比 $x$ 大 5 的數是 $-9$	$x + 5 = -9$
比 $y$ 小 3 的數是 17	$y - 3 = 17$
12 是 $x$ 的 $\frac{2}{3}$ 倍	$12 = x \cdot \frac{2}{3}$
把 $a$ 分成 3 等分，每一份都等於 7	$\frac{a}{3} = 7$
比 $c$ 的 2 倍多 10 的數是 6	$c \cdot 2 + 10 = 6$
比 $x$ 的 $\frac{2}{3}$ 倍小 4 的數是 $-5$	$x \cdot \frac{2}{3} - 4 = -5$

## 例 1

◆ 搭配習作  
P.54 第 2 題

## 用文字符號列一元一次方程式 學習內容 A-7-2

媽媽買了 6 盒牛奶，每盒都是  $x$  元，另外又買了 120 元的麵包，結帳時總共付了 300 元，依題意可列出一元一次方程式為何？

解 每盒  $x$  元的牛奶，6 盒共  $6x$  元，  
加上麵包 120 元，  
總共是 300 元，  
所以依題意可得  $6x + 120 = 300$ 。



## 隨堂練習

今年爸爸的年齡恰好是書萍年齡的 2 倍多 5 歲，若書萍今年  $y$  歲，則：

- 爸爸今年  $2y + 5$  歲。(以  $y$  列式)
- 承(1)，若爸爸今年 35 歲，則可列出一元一次方程式為  $2y + 5 = 35$ 。

## 重新布題

國華買電腦花了  $x$  元，後來又買了 680 元的無線滑鼠，若他總共花了 30720 元，則可列出一元一次方程式為  $x + 680 = 30720$ 。

## 重新布題

一張照片的長是  $x$  公分，長比寬多 5 公分，如果寬是 10 公分，則可列出一元一次方程式為  $x - 5 = 10$ 。

## 主題 2 解一元一次方程式

### 方程式的解

在主題 1 中，我們根據題意列出一元一次方程式  $3x+5=14$ ，但要怎麼知道未知數  $x$  所代表的值是多少呢？我們來看一些可行的方法：

將  $x$  分別以 1、2、3 代入方程式，檢驗等號兩邊的值是否相等：

$x$	$3x+5$ 的值	$3x+5$ 是否等於 14
1	$3 \times 1 + 5 = 8$	否
2	$3 \times 2 + 5 = 11$	否
3	$3 \times 3 + 5 = 14$	是

當  $x=3$  時，方程式的等號兩邊相等，就說  $x=3$  是方程式  $3x+5=14$  的解或根，當  $x=1$  和  $x=2$  時，不能使方程式的等號兩邊相等，就說  $x=1$  和  $x=2$  都不是  $3x+5=14$  的解。而求出方程式中  $x$  所代表的數的過程，稱為解方程式。

#### Key point

#### 方程式的解

方程式中，未知數所代表的數，若能使等號兩邊的值相等，稱此數為此方程式的解。求出方程式中  $x$  所代表的數的過程，稱為解方程式。

◆ 搭配習作  
P.55 第 3 題



#### 隨堂練習

檢驗看看，-2、8、11 三數中，哪一個是方程式  $-2x+3=-19$  的解？

當  $x=-2$  時， $-2x+3=(-2) \times (-2)+3=4+3=7 \neq -19$

當  $x=8$  時， $-2x+3=(-2) \times 8+3=(-16)+3=-13 \neq -19$

當  $x=11$  時， $-2x+3=(-2) \times 11+3=(-22)+3=-19$

所以 11 是  $-2x+3=-19$  的解

從上面的求法可以發現，若用代入的方法來求  $75x+84(30-x)=1980$  的解，過程實在太繁瑣而且不容易找到解。因此我們需要其他方法來找到方程式的解。

我們先複習國小學過的等量公理，並觀察等量公理在一元一次方程式中如何運用。

#### 重新布題

檢驗 3、0、-4 中，哪一個是方程式  $7-2x=15$  的解？

答：-4

1 透過圖例很容易了解等量公理，但如何應用在解方程式上，學生還需多加練習。

## 等量公理與移項法則



90 秒學數學

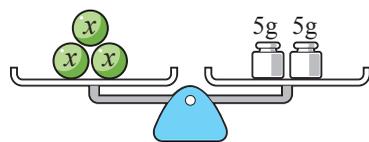
等量公理與移項法則

### 1. 等量加法公理

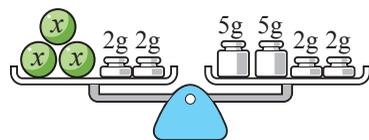
右圖的等臂天平已在平衡狀態，且左邊的重量為  $3x$  公克，右邊的重量為 10 公克，故可列出方程式  $3x=10$ 。

#### ↓ 同加上 4

若左、右兩邊同時加入 4 公克，則天平仍然保持平衡狀態，此時方程式可列成  $3x+4=10+4$ 。



↓ 兩邊同時放上 

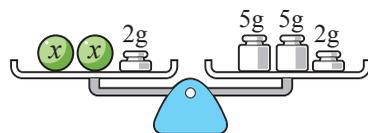


### 2. 等量減法公理

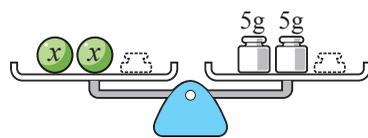
右圖的等臂天平已在平衡狀態，且左邊的重量為  $(2x+2)$  公克，右邊的重量為 12 公克，故可列出方程式  $2x+2=12$ 。

#### ↓ 同減去 2

若左、右兩邊同時拿走 2 公克，則天平仍然保持平衡狀態，此時方程式可列成  $2x+2-2=12-2$ 。



↓ 兩邊同時拿走 



上面天平的例子只說明了同時加或減一個正數的情況，如果是在等號的兩邊同時加或減一個負數，等式還會成立嗎？

我們知道加上負數等於減去正數，例如： $3x+(-5)=3x-5$ ，

而減去負數等於加上正數，例如： $3x-(-5)=3x+5$ ，

所以在等號的兩邊同時加或減一個負數，等式仍然成立。

### 重新布題 【96 年第二次基本學測】

下列何者為一元一次方程式  $2x - \frac{9-x}{3} = 11$  的解？

- (A)  $x=6$  (B)  $x=14$  (C)  $x=\frac{20}{7}$  (D)  $x=\frac{42}{5}$



數位備課

答：(A)

### 3. 等量乘法公理

右圖的等臂天平已在平衡狀態，

且左邊的重量為  $2x$  公克，

右邊的重量為 4 公克，

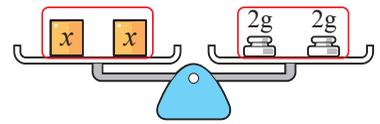
故可列出方程式  $2x=4$ 。

↓ 變成 3 倍

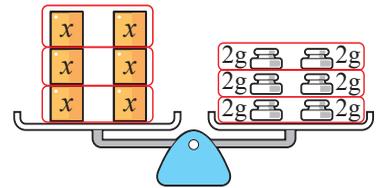
若左、右兩邊的重量同時變成原來的 3 倍，

則天平仍然保持平衡狀態，

此時方程式可列成  $2x \times 3 = 4 \times 3$ 。



↓ 變成 3 倍



### 4. 等量除法公理

右圖的等臂天平已在平衡狀態，

且左邊的重量為  $2x$  公克，

右邊的重量為 4 公克，

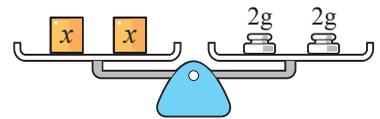
故可列出方程式  $2x=4$ 。

↓ 分成 2 等分且各只留下 1 份

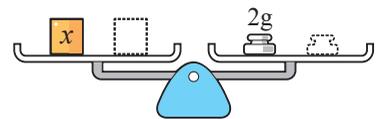
若左、右兩邊的重量同時變成原來的一半，

則天平仍然保持平衡狀態，

此時方程式可列成  $\frac{2x}{2} = \frac{4}{2}$ 。



↓ 分成 2 等分且  
各只留下 1 份



由上圖可知，等號的兩邊分別同乘或同除以一個正數，等式仍然成立。

事實上，等號的兩邊分別同乘或同除以一個負數，等式仍然成立。

#### Key point

#### 等量公理

在等號的兩邊同加、減、乘、除以一個數（除數不可為 0），則等號的兩邊仍會維持相等。

## 例 2

◆ 搭配習作  
P.55 第4題

## 運用等量加法公理解題並驗算 學習內容 A-7-3

解一元一次方程式  $x-7=15$  並驗算。

**1** 運用等量公理前必須判斷要消去何數及如何消去，初學者在此可能會有困難，教師可多加引導。

**2** 驗算主要是以所求出的解代入計算等號兩邊是否相等，以確認等式的成立，所以驗算時左右兩邊應分開計算。

**3** 此處由等量公理導出移項法則，為之後的移項法則求解埋下伏筆。

解

$$\begin{aligned} x-7 &= 15 \\ &\downarrow \text{等號兩邊同加7, 使左邊只有 } x \\ x-7+7 &= 15+7 \\ &\downarrow \text{化簡} \\ x &= 15+7 \\ x &= 22 \end{aligned}$$

驗算

將  $x=22$  代入原方程式  $x-7=15$  裡檢驗，  
等號左邊為  $22-7=15$ ，  
**2** 等號右邊為  $15$ ，  
等號兩邊的值相等，等式成立，因此  $22$  是此方程式的解。

在例 2 的解題過程裡，我們發現： $x-7+7=15+7$  中，  
因為  $-7+7=0$ ，所以可以省略不寫，而直接將等式寫成  $x=15+7$ ，

即：

$$\begin{aligned} x-7 &= 15 \\ &\downarrow -7 \text{ 從等號左邊移到右邊成為 } +7 \\ x &= 15+7 \\ &\downarrow \text{化簡} \\ x &= 22 \end{aligned}$$

Hint

減號移項變成加號。



## 隨堂練習

解下列各一元一次方程式。

(1)  $x-5=-5$

$$\begin{aligned} x-5+5 &= -5+5 \\ x &= 0 \end{aligned}$$

(2)  $-4+x=5$

$$\begin{aligned} x &= 5+4 \\ x &= 9 \end{aligned}$$

## ● 重新布題

解下列各一元一次方程式。

(1)  $x-8=12$

(2)  $x-13=-10$

(3)  $x-12=-27$

答：(1)  $x=20$ 

(2)  $x=3$

(3)  $x=-15$

## ● 重新布題

解下列各一元一次方程式。

(1)  $-2+x=3$

(2)  $-7+x=-11$

(3)  $-5+x=-19$

答：(1)  $x=5$ 

(2)  $x=-4$

(3)  $x=-14$

### 例 3

◆ 搭配習作  
P.55 第 4 題

### 運用等量減法公理解題並驗算 學習內容 A-7-3 — 4 —

解一元一次方程式  $23 = x + 17$  並驗算。

**4** 例 3 的未知數放在等號右邊，但一般習慣將未知數移到等號左邊，教師可提醒學生盡量養成在寫答案時，將未知數寫在等號左邊的習慣。

**5** 讓學生能理解等號的對稱性。

解

$$23 = x + 17$$

↓ 等號兩邊同減 17，使右邊只有  $x$

$$23 - 17 = x + 17 - 17$$

↓ 化簡

$$23 - 17 = x$$

$$6 = x$$

驗算

將  $x=6$  代入原方程式  $23 = x + 17$  裡檢驗，

等號左邊為 23，

等號右邊為  $6 + 17 = 23$ ，

等號兩邊的值相等，等式成立，因此 6 是此方程式的解。

Hint

習慣上，我們會將  $6 = x$  寫成  $x = 6$ 。

驗算是為了確定解是否正確，如果小心計算，也可以省略驗算的過程。

在例 3 的解題過程裡也可以省略為：

$$23 = x + 17$$

↓  $+17$  從等號右邊移到左邊成為  $-17$

$$23 - 17 = x$$

↓ 化簡

$$6 = x$$

Hint

加號移項變成減號。



### 隨堂練習

解下列各一元一次方程式。

(1)  $-18 = x + 2$

$$-18 - 2 = x + 2 - 2$$

$$-20 = x$$

$$x = -20$$

(2)  $x + 13 = 22$

$$x = 22 - 13$$

$$x = 9$$

### 重新布題

解下列各一元一次方程式。

(1)  $x + 5 = -2$

(2)  $x + 4 = -6$

(3)  $x + 8 = 5$

答：(1)  $x = -7$

(2)  $x = -10$

(3)  $x = -3$

### 重新布題

解下列各一元一次方程式。

(1)  $7 = x + 12$

(2)  $-19 = x + 3$

(3)  $18 = x + 11$

答：(1)  $x = -5$

(2)  $x = -22$

(3)  $x = 7$

## 例 4

◆ 搭配習作  
P.55 第4題

## 運用等量乘法公理解題 學習內容 A-7-3

解一元一次方程式  $\frac{x}{7} = -3$ 。

解

$$\frac{x}{7} = -3$$

↓ 等號兩邊同乘以 7

$$\left(\frac{x}{7}\right) \times 7 = (-3) \times 7$$

↓ 化簡

$$x = (-3) \times 7$$

$$x = -21$$

Hint

 $\frac{x}{7}$  也就是  $x \div 7$ 。

在例 4 我們發現： $\left(\frac{x}{7}\right) \times 7 = (-3) \times 7$  中，因為  $\left(\frac{x}{7}\right) \times 7 = x$ ，  
所以可以直接將等式寫成  $x = (-3) \times 7$ ，

即： $\frac{x}{7} = -3$ ↓ 把  $\div 7$  移到等號的另一邊，且改成  $\times 7$ 

$$x = (-3) \times 7$$

↓ 化簡

$$x = -21$$

Hint

除號移項變成乘號。



## 隨堂練習

解下列各一元一次方程式。

(1)  $\frac{x}{-8} = -6$

$$x = (-6) \times (-8)$$

$$x = 48$$

(2)  $\frac{x}{4} = -2$

$$x = (-2) \times 4$$

$$x = -8$$

## ● 重新布題

解下列各一元一次方程式。

(1)  $\frac{x}{4} = 3$  (2)  $\frac{x}{5} = -6$  (3)  $\frac{x}{7} = -3$

答：(1)  $x = 12$ (2)  $x = -30$ (3)  $x = -21$ 

## ● 重新布題

解下列各一元一次方程式。

(1)  $\frac{x}{-8} = 3$  (2)  $\frac{x}{-6} = 2$  (3)  $\frac{x}{-3} = -5$

答：(1)  $x = -24$ (2)  $x = -12$ (3)  $x = 15$

## 例 5

◆ 搭配習作  
P.55 第 4 題

### 運用等量除法公理解題 學習內容 A-7-3

解一元一次方程式  $x \times 3 = 12$ 。

解

$$\begin{aligned}
 x \times 3 &= 12 \\
 &\quad \downarrow \text{等號兩邊同除以 3} \\
 \frac{x \times 3}{3} &= \frac{12}{3} \\
 &\quad \downarrow \text{化簡} \\
 x &= \frac{12}{3} \\
 x &= 4
 \end{aligned}$$

在例 5 我們發現： $\frac{x \times 3}{3} = \frac{12}{3}$  中，因為  $\frac{x \times 3}{3} = x$ ，  
所以可以直接將等式寫成  $x = \frac{12}{3}$ ，

即：

$$\begin{aligned}
 x \times 3 &= 12 \\
 &\quad \downarrow \text{把 } \times 3 \text{ 移到等號的另一邊，且改成 } \div 3 \\
 x &= \frac{12}{3} \\
 &\quad \downarrow \text{化簡} \\
 x &= 4
 \end{aligned}$$

Hint

乘號移項變成除號。



### 隨堂練習

解下列各一元一次方程式。

(1)  $-3x = 21$

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{21}{-3} \\
 x &= -7
 \end{aligned}$$

(2)  $-2x = -\frac{3}{4}$

$$\begin{aligned}
 x &= \left(-\frac{3}{4}\right) \div (-2) \\
 x &= \left(-\frac{3}{4}\right) \times \frac{1}{(-2)}, x = \frac{3}{8}
 \end{aligned}$$

由例 2 到例 5 的解題過程，我們可以得到：

### Key point

#### 移項法則

把某項移到等號的另一邊，且加變減、減變加、乘變除、除變乘的一種解方程式的方法，稱為移項法則。

#### 重新布題

解下列各一元一次方程式。

(1)  $x \times 8 = -72$  (2)  $-10x = -4$  (3)  $-12x = 18$

答：(1)  $x = -9$  (2)  $x = \frac{2}{5}$  (3)  $x = -\frac{3}{2}$

#### 重新布題

解下列各一元一次方程式。

(1)  $-7x = \frac{14}{5}$  (2)  $-3x = -\frac{4}{5}$  (3)  $5x = 0$

答：(1)  $x = -\frac{2}{5}$  (2)  $x = \frac{4}{15}$  (3)  $x = 0$

## 例 6

◆ 搭配習作  
P.56 第5題

1 藉由例6的解題過程，讓學生了解移項法則其實就是等量公理的一種應用。

2 課本裡顧及學生程度，解方程式時都是一步一步算，不省略計算步驟，以打好學生的基礎。

## 解一元一次方程式並驗算 學習內容 A-7-3 — 1 —

解一元一次方程式  $5x=2x+6$  並驗算。

**想法** 等號左、右兩邊都有未知數，用等量公理（或移項法則）使得含有  $x$  的項都在等號左邊，不含  $x$  的項都在等號右邊。

**解** 等量公理

$$5x = 2x + 6$$

↓ 等號兩邊同減  $2x$

$$5x - 2x = 2x + 6 - 2x$$

↓ 化簡

$$3x = 6$$

↓ 等號兩邊同除以 3

$$\frac{3x}{3} = \frac{6}{3}$$

↓ 化簡

$$x = 2$$

## 移項法則

$$5x = 2x + 6$$

↓  $2x$  移到等號另一邊，  
且改成  $-2x$

$$5x - 2x = 6$$

↓ 化簡

$$3x = 6$$

↓  $\times 3$  移到等號另一邊，  
且改成  $\div 3$

$$x = \frac{6}{3}$$

↓ 化簡

$$x = 2$$

**驗算** 將  $x=2$  代入原方程式，等號兩邊的值都等於 10，所以  $x=2$  是此方程式的解。



## 隨堂練習

解下列各一元一次方程式。

(1)  $2x = 3x - 8$

$$2x - 3x = -8$$

$$-x = -8$$

$$x = 8$$

(2)  $-6x = 3x + 9$

$$-6x - 3x = 9$$

$$-9x = 9$$

$$x = -1$$

## ● 重新布題

解下列各一元一次方程式。

(1)  $3y = y + 8$

(2)  $5x = -7x + 3$

(3)  $-3x = -8x - 5$

答：(1)  $y=4$  (2)  $x=\frac{1}{4}$  (3)  $x=-1$ 

## ● 重新布題

解下列各一元一次方程式。

(1)  $7 + 3x = 10x$

(2)  $-5 + 2y = -3y$

(3)  $-10 - 2a = -7a$

答：(1)  $x=1$  (2)  $y=1$  (3)  $a=2$

## 例 7

◆ 搭配習作  
P.56 第 5 題

### 利用移項法則解題 學習內容 A-7-3 — 3 —

解一元一次方程式  $4x + 5 = 7x + 17$ 。

3 此處盡量讓學生練習利用移項法則解一元一次方程式，藉以培養學生的計算能力與加強解題的速度。

解

$$\begin{aligned}
 4x + 5 &= 7x + 17 && 7x \text{ 移到等號左邊變為 } -7x \\
 4x - 7x &= 17 - 5 && +5 \text{ 移到等號右邊變為 } -5 \\
 -3x &= 12 && \\
 x &= \frac{12}{-3} && \times(-3) \text{ 移到等號右邊變為 } \div(-3) \\
 x &= -4 &&
 \end{aligned}$$



### 隨堂練習

解下列各一元一次方程式。

(1)  $8x - 5 = 6x - 7$

$$\begin{aligned}
 8x - 6x &= -7 + 5 \\
 2x &= -2 \\
 x &= -1
 \end{aligned}$$

(2)  $19 - 6x = -3x + 10$

$$\begin{aligned}
 -6x + 3x &= 10 - 19 \\
 -3x &= -9 \\
 x &= 3
 \end{aligned}$$

數

學

好

好

玩

數謎

數謎是一種有趣的推理遊戲，隨著時代的變遷，遊戲規則也愈來愈多元，變化種類繁多，右圖即為其中一種。

遊戲說明：

將 1、4、5、6、7 填入空格內，使得每一直行和每一橫列的運算都是正確的。

6	÷	2	=	3
+		×		
1	+	4	=	5
=		=		
7		8		

### 重新布題

解下列各一元一次方程式。

(1)  $-5x + 8 = x - 16$

(2)  $2x + 5 = 15 - 3x$

(3)  $6x + 7 = 23 - 2x$

答：(1)  $x=4$  (2)  $x=2$  (3)  $x=2$

### 重新布題

解下列各一元一次方程式。

(1)  $5x - 17 = -3x - 5$

(2)  $3x + 6 = -5x - 8$

(3)  $-4x - 9 = 16 - 14x$

答：(1)  $x=\frac{3}{2}$  (2)  $x=-\frac{7}{4}$  (3)  $x=\frac{5}{2}$

## 例 8

◆搭配習作  
P.56 第5題

1 教師應盡量鼓勵、要求學生列式完整、清楚。

## 利用移項法則解題 學習內容 A-7-3 — 1 —

解下列各一元一次方程式。

(1)  $4(x-1)=4-3(x-2)$

(2)  $3[2(1-x)+4x]=8$

解 (1)  $4(x-1)=4-3(x-2)$

$$4x-4=4-3x+6$$

$$4x+3x=4+6+4$$

$$7x=14$$

$$x=2$$

(2)  $3[2(1-x)+4x]=8$

$$3[2-2x+4x]=8$$

$$3[2+2x]=8$$

$$6+6x=8$$

$$6x=8-6$$

$$6x=2$$

$$x=\frac{1}{3}$$

先去小括號

化簡

再去中括號

6 移到等號右邊變為-6



## 隨堂練習

解下列各一元一次方程式。

(1)  $5x-4=-1-(x+3)$

$$5x-4=-1-x-3$$

$$5x+x=-1-3+4$$

$$6x=0$$

$$x=0$$

(2)  $-2[3(x-2)-2x]=4$

$$-2[3x-6-2x]=4$$

$$-2[x-6]=4$$

$$-2x+12=4$$

$$-2x=-8$$

$$x=4$$

## ● 重新布題

解下列各一元一次方程式。

(1)  $8(x-1)=3x+7$

(2)  $5(x-5)=2(x-2)$

(3)  $3(x-3)=4-(-5+3x)$

答：(1)  $x=3$  (2)  $x=7$  (3)  $x=3$

## ● 重新布題

解下列各一元一次方程式。

(1)  $500x+100(32-x)=1000$

(2)  $0.2x-0.1(2-x)=1$

答：(1)  $x=-\frac{11}{2}$  (2)  $x=4$

## 例 9

◆ 搭配習作  
P.56 第 5 題

2 教師可視學生程度將例 9(2) 和 P.179 例 13(2) 做比較，讓學生發現式子的化簡和解一元一次方程式的差異。

## 解一元一次方程式 學習內容 A-7-3 — 2 —

解下列各一元一次方程式。

$$(1) \frac{1}{3}x = \frac{7}{6} - \frac{1}{4}x$$

$$(2) \frac{7x}{5} - \frac{4x-5}{3} = 1$$

解 (1)  $\frac{1}{3}x = \frac{7}{6} - \frac{1}{4}x$  等號兩邊同  $\times 12$

$$12 \times \frac{1}{3}x = \left( \frac{7}{6} - \frac{1}{4}x \right) \times 12$$

$$4x = \frac{7}{6} \times 12 - \frac{1}{4}x \times 12$$

$$4x = 14 - 3x$$

$$7x = 14$$

$$x = 2$$

(2)  $\frac{7x}{5} - \frac{4x-5}{3} = 1$  等號兩邊同  $\times 15$

$$15 \times \left( \frac{7x}{5} - \frac{4x-5}{3} \right) = 15 \times 1$$

$$3 \times 7x - 5(4x-5) = 15$$

$$21x - 20x + 25 = 15$$

$$x + 25 = 15$$

$$x = -10$$



## 隨堂練習

解下列各一元一次方程式。

$$(1) \frac{x}{2} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} - x$$

$$\frac{x}{2} + x = \frac{2}{3} + \frac{1}{3}$$

$$\frac{3}{2}x = 1$$

$$x = \frac{2}{3}$$

$$(2) \frac{x-3}{2} = \frac{x+5}{3} - 2$$

$$3(x-3) = 2(x+5) - 2 \times 6$$

$$3x - 9 = 2x + 10 - 12$$

$$3x - 2x = 10 - 12 + 9$$

$$x = 7$$

## ● 重新布題 【96 年第一次基本學測】

解方程式  $(3x+2)+2[(x-1)-(2x+1)]=6$ ，  
得  $x = ?$

- (A) 2      (B) 4      (C) 6      (D) 8

答：(D)



數位備課

## ● 重新布題

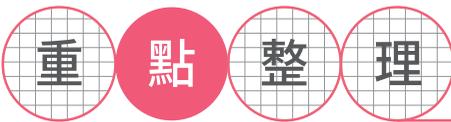
解下列各一元一次方程式。

$$(1) \frac{1}{2}(3x-5) + \frac{1}{3}(x-2) = \frac{7}{2}$$

$$(2) \frac{2x+3}{3} = \frac{3x-1}{4}$$

$$(3) \frac{x}{5} - \frac{2-x}{10} = 1$$

答：(1)  $x = \frac{40}{11}$     (2)  $x = 15$     (3)  $x = 4$



### 1 一元一次方程式的意義

一個方程式只含一種未知數(一元)，且未知數的次數是1(一次)的等式，稱為一元一次方程式。

例  $3x+5=14$ 、 $y-3=17$ 、 $2c+10=6$  都是一元一次方程式。

### 2 方程式的解

方程式中，未知數所代表的數，若能使等號兩邊的值相等，稱此數為此方程式的解。求出方程式中  $x$  所代表的數的過程，稱為解方程式。

例 將  $x=3$  代入  $3x+5=14$  中，得到方程式的等號兩邊相等，

所以  $x=3$  是一元一次方程式  $3x+5=14$  的解。

### 3 等量公理

在等號的兩邊同加、減、乘、除以一個數(除數不可為0)，則等號的兩邊仍會維持相等。

例 若  $4x=5$ ，則 (1)  $4x+3=5+3$

$$(2) 4x-3=5-3$$

$$(3) 4x \times 3 = 5 \times 3$$

$$(4) \frac{4x}{3} = \frac{5}{3}$$

### 4 移項法則

任意一個方程式中，把某數移到等號的另一邊，且加變減、減變加、乘變除、除變乘的一種解方程式的方法，稱為移項法則。

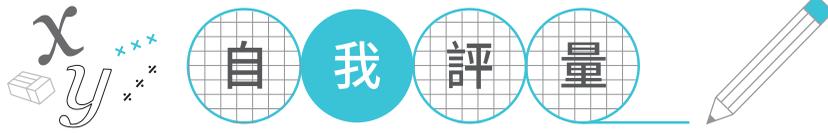
例  $5x=2x+6$

$$5x-2x=6$$

$$3x=6$$

$$x = \frac{6}{3}$$

$$x=2$$



1 媽媽今年 36 歲，意紋今年  $x$  歲，若三年前，媽媽的年齡是意紋的 3 倍，則依題意可列出一元一次方程式為何？答： (D) 。

P.186 例 1

- (A)  $36 = 3x$  (B)  $36 + 3 = 3x + 3$   
 (C)  $36 - 3 = 3x - 3$  (D)  $36 - 3 = 3(x - 3)$

2  $x = -2$  是下列哪一個方程式的解？答： (D) 。

P.187 隨堂

- (A)  $3x + 2 = 1$  (B)  $2 - x = x$   
 (C)  $x + 3 = 2x - 5$  (D)  $4x - 3 = 2x - 7$   
 (A)  $3 \times (-2) + 2 = -4 \neq 1$   
 (B)  $2 - (-2) = 4 \neq -2$   
 (C)  $(-2) + 3 = 1, 2 \times (-2) - 5 = -9, 1 \neq -9$   
 (D)  $4 \times (-2) - 3 = -11, 2 \times (-2) - 7 = -11$ ，故選 (D)

3 解下列各一元一次方程式。

(1)  $4y - 7 = 5 - 2y$

P.195 隨堂

$$\begin{aligned} 4y + 2y &= 5 + 7 \\ 6y &= 12 \\ y &= 2 \end{aligned}$$

(2)  $4(-x + 2) = 2(3x - 1)$

P.196 例 8

$$\begin{aligned} -4x + 8 &= 6x - 2 \\ 8 + 2 &= 6x + 4x \\ 10 &= 10x \\ x &= 1 \end{aligned}$$

(3)  $\frac{1}{2}(3x + 6) + \frac{1}{3}(x - 1) = \frac{7}{4}$

P.197 例 9

$$\begin{aligned} 12 \times \frac{1}{2}(3x + 6) + 12 \times \frac{1}{3}(x - 1) &= 12 \times \frac{7}{4} \\ 6(3x + 6) + 4(x - 1) &= 3 \times 7 \\ 18x + 36 + 4x - 4 &= 21 \\ 22x - 11 & \\ x &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

(4)  $x - 7 = \frac{3x - 14}{2}$

P.197 例 9

$$\begin{aligned} 2x - 14 &= 3x - 14 \\ 2x - 3x &= -14 + 14 \\ -x &= 0 \\ x &= 0 \end{aligned}$$

### 歷屆試題觀摩



數位備課

1. 市面上販售的防曬產品標有防曬係數  $SPF$ ，而其對抗紫外線的防護率算法為

$$\text{防護率} = \frac{SPF - 1}{SPF} \times 100\%, \text{ 其中 } SPF \geq 1.$$

請回答下列問題：

- (1) 廠商宣稱開發出防護率 90% 的產品，請問該產品的  $SPF$  應標示為多少？  
 (2) 某防曬產品文宣內容如圖所示。請根據  $SPF$  與防護率的轉換公式，判斷此文宣內容是否合理，並詳細解釋或完整寫出你的理由。答：(1) 10 (2) 不合理



【108 年教育會考】

(5)  $9 - [3x - (1 + x)] = 4(x - 5)$  P.196 例 8

$$9 - [3x - 1 - x] = 4x - 20$$

$$9 - (2x - 1) = 4x - 20$$

$$9 - 2x + 1 = 4x - 20$$

$$30 = 6x$$

$$x = 5$$

(6)  $\frac{3x-1}{2} - \frac{9+x}{3} = 21$  P.197 例 9

$$3(3x-1) - 2(9+x) = 6 \times 21$$

$$9x - 3 - 18 - 2x = 126$$

$$7x = 147$$

$$x = 21$$

**挑錯題**

小翊和小妍解一元一次方程式「 $\frac{x+3}{2} = \frac{x-1}{3} + 2$ 」的過程如下。判斷他們的解法是否正確？若不正確，請標出開始發生錯誤的部分，並寫出正確的解法。

<p>小翊：</p> $\frac{x+3}{2} = \frac{x-1}{3} + 2$ $3(x+3) = 2(x-1) + 2$ $3x+9 = 2x-2+2$ $3x-2x = -2+2-9$ $x = -9$	<p>小妍：</p> $\frac{x+3}{2} = \frac{x-1}{3} + 2$ $3(x+3) = 2(x-1) + 12$ $3(x+3) + 2(x-1) = 12$ $3x+9+2x-2 = 12$ $5x+7 = 12$ $5x = 5$ $x = 1$
--	--

正確解法如下：

$$\frac{x+3}{2} = \frac{x-1}{3} + 2$$

$$3(x+3) = 2(x-1) + 12$$

$$3(x+3) - 2(x-1) = 12$$

$$3x+9-2x+2 = 12$$

$$x = 1$$

**教學提醒**

小翊的錯：使用等量乘法公理未將每一項都乘上相同的數。

小妍的錯：使用移項法則未變號。

- (B) 2. 右表為服飾店販賣的服飾與原價對照表。某日服飾店舉辦大拍賣，外套依原價打六折出售，襯衫和褲子依原價打八折出售，服飾共賣出 200 件，共得 24000 元。若外套賣出  $x$  件，則依題意可列出下列哪一個一元一次方程式？

服飾	原價(元)
外套	250
襯衫	125
褲子	125

【102 年基本學測】

- (A)  $0.6 \times 250x + 0.8 \times 125(200+x) = 24000$  (B)  $0.6 \times 250x + 0.8 \times 125(200-x) = 24000$   
 (C)  $0.8 \times 125x + 0.6 \times 250(200+x) = 24000$  (D)  $0.8 \times 125x + 0.6 \times 250(200-x) = 24000$

- (A) 3. 若  $a$ 、 $b$  兩數滿足  $10^{2a+1} = 1000^{b-1} = 1000000000$ ，則  $a+b = ?$  【97 年第二次基本學測】

- (A) 8 (B) 15 (C)  $\frac{25}{2}$  (D)  $\frac{43}{6}$



數位備課



數位備課