

1. 計算 $[36, (84, 108), 15] = ?$

$$(84, 108) = 2^2 \times 3 = 12 \quad \text{原式} = [36, 12, 15]$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 84, 108} \\ 2 \overline{) 42, 54} \\ 3 \overline{) 21, 27} \\ 7, 9 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \overline{) 36, 12, 15} \\ 2 \overline{) 12, 4, 5} \\ 2 \overline{) 6, 2, 5} \\ 3, 1, 5 \end{array} = 2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$$

2. 水果店老闆想將96個水蜜桃和84梨子個蘋果分裝成梨子禮盒和水蜜桃禮盒出售；水蜜桃禮盒和梨子禮盒內的水果個數要一樣多，且全部分裝完。(1)那麼一盒最多可以放幾個水果？(2)總共可以分成幾盒？

$$(1) (96, 84) = 2^2 \times 3 = 12 (\text{個}) \quad (2) \quad \begin{array}{l} 96 \div 12 = 8 \\ 84 \div 12 = 7 \\ \Rightarrow 8 + 7 = 15 (\text{盒}) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 96, 84} \\ 2 \overline{) 48, 42} \\ 3 \overline{) 24, 21} \\ 8, 7 \end{array}$$

3. 日月潭之旅共有148人參加，其中有女士48人，男士64人，及小孩40人。若把他們混合分團，而讓每團中的女士、男士及小孩的人數相同，請問：

(1)最多可分幾團？ (2)每團的組合成員為何？

$$(1) (48, 64, 40) = 2^3 = 8 (\text{團}) \quad (2) \quad \begin{array}{l} 48 \div 8 = 6 \\ 64 \div 8 = 8 \\ 40 \div 8 = 5 \\ \Rightarrow \text{女士6人, 男士8人, 小孩5人} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 48, 64, 40} \\ 2 \overline{) 24, 32, 20} \\ 2 \overline{) 12, 16, 10} \\ 6, 8, 5 \end{array}$$

4. 馬克想用大小相同的正方體積木填滿內部長78公分、寬60公分、高42公分的箱子，則(1)他所用的正方體積木，邊長最大可能是多少公分？(2)此時需要多少個積木才能填滿整個箱子？

$$(1) (78, 60, 42) = 2 \times 3 = 6 (\text{cm}) \quad (2) \quad \begin{array}{l} 78 \div 6 = 13 \\ 60 \div 6 = 10 \\ 42 \div 6 = 7 \\ \Rightarrow 13 \times 10 \times 7 = 910 (\text{個}) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 78, 60, 42} \\ 3 \overline{) 39, 30, 21} \\ 13, 10, 7 \end{array}$$

5. 王伯伯有一塊長350公尺、寬210公尺的長方形土地，他想在其周圍種樹，相鄰兩棵樹之間的距離要相等，且四個頂點都種，則(1)相鄰兩棵樹之間的距離最大是幾公尺？(2)此時總共要種幾棵樹？

$$(1) (350, 210) = 2 \times 5 \times 7 = 70 (\text{m}) \quad (2) \quad \begin{array}{l} \text{周長} = 2 \times (350 + 210) \\ = 1120 \\ 1120 \div 70 = 16 (\text{棵}) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 350, 210} \\ 2 \overline{) 70, 42} \\ 7 \overline{) 35, 21} \\ 5, 3 \end{array}$$

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

6. 將若干塊長60公分、寬54公分的長方形磁磚，以長邊接長邊，短邊接短邊的方式，緊密且無縫隙拼貼成一個正方形，則(1)所拼貼出的正方形邊長最小為何？(2)此時需要幾塊長方形磁磚？

$$(1) [60, 54] = 2 \times 3 \times 10 \times 9 = 540 (\text{cm}) \quad (2) \quad \begin{array}{l} 540 \div 60 = 9 \\ 540 \div 54 = 10 \\ \Rightarrow 9 \times 10 = 90 (\text{塊}) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 60, 54} \\ 3 \overline{) 30, 27} \\ 10, 9 \end{array}$$

7. 如果一個正方體可以切割成邊長分別為12公分、8公分、15公分的小長方體，剛好可切割完而沒有剩下，則(1)此正方體的邊長最小是多少公分？(2)此時可切割出幾個小長方體？

$$(1) [12, 8, 15] = 2^3 \times 3 \times 5 = 120 (\text{cm}) \quad (2) \quad \begin{array}{l} 120 \div 12 = 10 \\ 120 \div 8 = 15 \\ 120 \div 15 = 8 \\ \Rightarrow 10 \times 15 \times 8 = 1200 (\text{個}) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12, 8, 15} \\ 2 \overline{) 6, 4, 15} \\ 3 \overline{) 3, 2, 15} \\ 1, 2, 5 \end{array}$$

8. 阿懋、阿誠、阿益三人於同一日到體育館打籃球，此後，阿懋每10天去一次，阿誠每12天去一次，阿益每15天去一次

(1)下一次三人一起去體育館打球是幾天後？

(2)若這次碰面是星期六，則下次碰面也是星期六，至少要幾天後？

$$(1) [10, 12, 15] = 2^2 \times 3 \times 5 = 60 (\text{天}) \quad (2) [10, 12, 15, 7] = [60, 7] = 420 (\text{天})$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 10, 12, 15} \\ 5 \overline{) 5, 6, 15} \\ 3 \overline{) 1, 6, 3} \\ 1, 2, 1 \end{array}$$

9. 甲、乙、丙三人，同時從同地出發，朝同方向繞一個周長為1200公尺的環狀步道行走，設甲每分鐘走100公尺，乙每分鐘走60公尺，丙每分鐘走60公尺，

(1)則至少在幾分鐘之後三人會同時會合於出發點？

(2)承第(1)，此時甲共走了這個環狀步道幾圈？

$$(1) \text{三人繞一圈時間} \quad (2) \quad \begin{array}{l} 60 \div 12 = 5 (\text{圈}) \\ \text{甲: } 1200 \div 100 = 12 \\ \text{乙: } 1200 \div 60 = 20 \\ \text{丙: } 1200 \div 60 = 20 \\ \Rightarrow [12, 20, 20] = 60 (\text{分}) \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12, 20, 20} \\ 2 \overline{) 6, 10, 10} \\ 5 \overline{) 3, 5, 5} \\ 3, 1, 1 \end{array}$$

10. 字典104本，毛筆68枝，平均分配給若干學生，結果字典多出4本，毛筆不夠7枝，則學生人數最多有幾人？

$$\begin{aligned} \text{字典: } 104-4 &= 100 \text{ 恰好} \\ \text{筆: } 68+7 &= 75 \text{ 分完} \\ (100, 75) \\ &= 5^2 = 25(\text{人}) \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 100, 75} \\ \underline{5 20, 15} \\ 4, 3 \end{array}$$

11. 設 a 為正整數，413用 a 去除餘5，435用 a 去除餘3，求 a 的最大值與最小值？

$$\begin{aligned} 413-5 &= 408 \\ \Rightarrow a \text{ 是 } 408 \text{ 的因數} \\ \text{且 } a > 5 \\ 435-3 &= 432 \\ \Rightarrow a \text{ 是 } 432 \text{ 的因數} \\ \text{且 } a > 3 \end{aligned}$$

$\Rightarrow a$ 是 408 和 432 的公因數
且 $a > 5$
(408, 432) = 24
 $\Rightarrow$ 公因數 = 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24
又 $a > 5$
 $\Rightarrow a_{\text{最大}} = 24, a_{\text{最小}} = 6$

12. 三分數 $\frac{1}{60}, \frac{1}{42}, \frac{1}{70}$ ，分別乘上同一正整數後都變成整數，已知此正整數小於1500，則此正整數最小是多少？最大是多少？

$$\begin{aligned} \frac{1}{60} \times \square & \text{ 整數} \\ \frac{1}{42} \times \square & \text{ 整數} \\ \frac{1}{70} \times \square & \text{ 整數} \end{aligned}$$

$[60, 42, 70] = 420$
 $420 \times 3 = 1260$
 $\Rightarrow \square$ 是 60, 42 和 70 的公倍數
A: 最小 = 420, 最大 = 1260

13. 若在高速公路上，自6公里處開始，每隔8公里設一速率限制標誌；而且自8公里處開始，每隔10公里設一測速照相標誌，則 (1) 第一次同時設置兩種標誌在何處？
(2) 第三次兩種標誌同時出現是在幾公里處？

$$\begin{aligned} (1) \text{ 速: } 6, 14, 22, 30, 38, \dots \\ \text{照: } 8, 18, 28, 38, 48, \dots \\ \Rightarrow 38 \text{ km} \\ (2) [8, 10] = 40 \end{aligned}$$

$38 + 40 \times 2 = 38 + 80 = 118(\text{km})$

14. $a=60, b=48$ ，且 $[a, b] = (a, b) \times k$ ，則 $k=?$

$$\begin{aligned} 2 \overline{) 60, 48} & (60, 48) = 2^3 \times 3 = 12 \\ 2 \overline{) 30, 24} & [60, 48] = 2^4 \times 3 \times 5 = 240 \\ 3 \overline{) 15, 12} & \Rightarrow 240 = 12 \times k \\ 5, 4 & \\ \downarrow 2 & \\ 2 & \end{aligned}$$

$k = 20$

15. 下表為臺南站開往高雄與嘉義之列車時刻表的一部分，只知各班車開出的時間有一定的間隔，由表中可推出，臺南站開往高雄與嘉義的班車下一次同時開出的時間為何？

目的地 時間 班次	往高雄	往嘉義
1	6:50	6:50
2	7:05	7:14
3	7:20	7:38
4	7:35	8:02

$$\begin{aligned} \text{高雄 } 7:05 - 6:50 &= 15(\text{分}) \\ \text{嘉義 } 7:14 - 6:50 &= 24(\text{分}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [15, 24] &= 120 \text{ 分} \\ &= 2 \text{ 小時} \end{aligned}$$

$$6:50 + 2:00$$

$$= 8:50$$

16. A、B、C 三家音樂電臺每天晚上6點整同時開始播放流行音樂，其中A臺每播放8分鐘的音樂就接著播放1分鐘的電臺廣告；B臺每播放10分鐘的音樂就接著播放2分鐘的電臺廣告；C臺每播放15分鐘的音樂就接著播放3分鐘的電臺廣告，三家音樂臺在下列哪一個時間廣告同時結束？
(A) 晚間 6:33 (B) 晚間 6:39 (C) 晚間 7:12
(D) 晚間 8 點整。 答: C

$$A \text{ 台: } 8+1=9$$

$$B \text{ 台: } 10+2=12$$

$$C \text{ 台: } 15+3=18$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 9, 12, 18} \\ 3 \overline{) 3, 4, 6} \\ 2 \overline{) 1, 4, 2} \\ 1, 2, 1 \end{array}$$

$$\begin{aligned} [9, 12, 18] &= 2^2 \times 3^2 = 36 \\ 6:00 \rightarrow 6:36 \rightarrow 7:12 \\ &= 36 \end{aligned}$$

17. 有一公路共長12公里，有民眾反應「燈光不足影響行車安全」，因此將原本道路的兩側及兩端，每隔300公尺設有路燈一盞，改為每隔200公尺豎立路燈，(1) 不需要拆除更換的路燈，相鄰距離多少公尺？(2) 有多少盞路燈不需更改位置？

$$\begin{aligned} (1) [300, 200] \\ &= 600(\text{m}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) 12 \text{ km} &= 12000 \text{ m} \\ 12000 \div 600 &= 20 \\ 20+1 &= 21 \end{aligned}$$

$$21 \times 2 = 42(\text{盞})$$

18. 若 $(126, a) = 18, [a, 126] = 378$ ，則 a 之值為何？

$$\text{任意兩正整數 } a, b$$

$$\Rightarrow (a, b) \times [a, b] = a \times b$$

$$\therefore (126, a) \times [a, 126] = a \times 126$$

$$\therefore 18 \times 378 = a \times 126$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow a &= \frac{18 \times 378}{126} \\ &= 54 \end{aligned}$$

加油加油！

