

## 2-4

## 指數律

1 數的乘方

2 指數律

## 主題 1 數的乘方

我們在 1-4 節曾經學過底數為整數的乘方，

例如： $(-7) \times (-7) \times (-7) \times (-7)$  可記為  $(-7)^4$ 。

同樣的，相同的分數或相同的小數連乘也可以利用乘方來簡記，

例如： $\frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2}$  可記為  $(\frac{3}{2})^4$ ， $(-5.6) \times (-5.6) \times (-5.6)$  可記為  $(-5.6)^3$ 。

## 例 1

對應學習內容  
N-7-6

## 分數的乘方

在下列□中填入適當的數，使等號成立。

$$(1) \left(\frac{7}{9}\right)^5 = \frac{7 \square}{9 \square}$$

$$(2) \left(-\frac{4}{3}\right)^3 = \frac{(-4) \square}{3 \square}$$

**解**

$$(1) \left(\frac{7}{9}\right)^5 = \frac{7}{9} \times \frac{7}{9} \times \frac{7}{9} \times \frac{7}{9} \times \frac{7}{9} = \frac{7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7}{9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9} = \frac{7^5}{9^5}$$

$$(2) \left(-\frac{4}{3}\right)^3 = \left(-\frac{4}{3}\right) \times \left(-\frac{4}{3}\right) \times \left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{(-4) \times (-4) \times (-4)}{3 \times 3 \times 3} = \frac{(-4)^3}{3^3}$$

所以□中皆填 5。

所以□中皆填 3。

 隨堂練習

在下列□中填入適當的數，使等號成立。

$$(1) \left(\frac{2}{-3}\right)^4 = \frac{2 \square}{(-3) \square}$$

$$(2) \left(\frac{-5}{3}\right)^3 = \frac{(-5) \square}{3 \square}$$

$$\left(\frac{2}{-3}\right)^4 = \frac{2^4}{(-3)^4}, \text{ 所以 } \square \text{ 中皆填 } 4 \quad \left(\frac{-5}{3}\right)^3 = \frac{(-5)^3}{3^3}, \text{ 所以 } \square \text{ 中皆填 } 3$$

## Key point

## 分數的乘方

已知  $a$ 、 $b$  為整數、 $n$  是正整數，其中  $a \neq 0$ ，則  $\left(\frac{b}{a}\right)^n = \frac{b^n}{a^n}$ 。

在國小時我們學過，對於一個正數：

(1) 若乘上一個大於 1 的正數，則乘積會大於原來的正數。

例如： $100 \times 1.1 = 110 > 100$ 。

(2) 若乘上一個小於 1 的正數，則乘積會小於原來的正數。

例如： $100 \times 0.99 = 99 < 100$ 。

根據這個性質，我們來看下面的例題。

## 例 2

對應學習內容  
N-7-6

### 乘方的比較大小

比較下列各組數的大小。

(1)  $(\frac{3}{5})^2$ 、 $(\frac{3}{5})^3$

(2)  $1.2^2$ 、 $1.2^3$

**解** (1) 因為  $(\frac{3}{5})^3 = (\frac{3}{5})^2 \times \frac{3}{5}$ ，

而  $\frac{3}{5} < 1$ ，

所以  $(\frac{3}{5})^3 < (\frac{3}{5})^2$ 。

(2) 因為  $1.2^3 = 1.2^2 \times 1.2$ ，

而  $1.2 > 1$ ，

所以  $1.2^3 > 1.2^2$ 。



### 隨堂練習

比較下列各組數的大小。

(1)  $0.5^4$ 、 $0.5^5$

因為  $0.5^5 = 0.5^4 \times 0.5$

而  $0.5 < 1$

所以  $0.5^5 < 0.5^4$

(2)  $(\frac{4}{3})^3$ 、 $(\frac{4}{3})^4$

因為  $(\frac{4}{3})^4 = (\frac{4}{3})^3 \times \frac{4}{3}$

而  $\frac{4}{3} > 1$

所以  $(\frac{4}{3})^4 > (\frac{4}{3})^3$

根據例 2 可以得到：

- (1) 由  $\frac{3}{5}$  的乘方  $(\frac{3}{5})^n$  來看，因為  $\frac{3}{5}$  是小於 1 的正數，每多乘以  $\frac{3}{5}$  一次，乘積就會變小一次，所以隨著  $n$  愈大， $(\frac{3}{5})^n$  會愈小。

例如： $(\frac{3}{5})^3 > (\frac{3}{5})^4 > (\frac{3}{5})^5$ 。

- (2) 由 1.2 的乘方  $1.2^n$  來看，因為 1.2 是大於 1 的數，每多乘以 1.2 一次，乘積就會變大一次，所以隨著  $n$  愈大， $1.2^n$  會愈大。

例如： $1.2^3 < 1.2^4 < 1.2^5$ 。

### Key point

#### 乘方的比較大小

對於任何一個正數  $a$  及正整數  $n$ ：

- (1) 當  $a < 1$  時， $a^n < 1$ ，且  $n$  的值愈大， $a^n$  的值愈小。  
 (2) 當  $a > 1$  時， $a^n > 1$ ，且  $n$  的值愈大， $a^n$  的值愈大。



#### 隨堂練習

比較下列各組數的大小。

(1)  $1.01^{10}$ 、 $1.01^{20}$

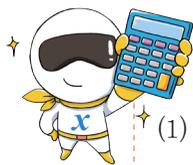
因為  $1.01 > 1$   
 所以  $1.01^{10} < 1.01^{20}$

(2)  $0.99^{20}$ 、 $0.99^{30}$

因為  $0.99 < 1$   
 所以  $0.99^{20} > 0.99^{30}$

(3)  $1.01^{10}$ 、 $0.99^{30}$

因為  $1.01^{10} > 1$ ，又  $0.99^{30} < 1$   
 所以  $1.01^{10} > 0.99^{30}$



我們也可以利用計算機來檢驗這些數的大小關係，先將  $\frac{3}{5}$  用小數 0.6 來表示。

- (1) 用計算機檢驗  $(0.6)^3$ 、 $(0.6)^4$ 、 $(0.6)^5$

$(0.6)^3 \rightarrow 0.6 \times 0.6 \times 0.6 = 0.216$  ) 變小

$(0.6)^4 \rightarrow 0.216 \times 0.6 = 0.1296$  ) 變小

$(0.6)^5 \rightarrow 0.1296 \times 0.6 = 0.07776$  ) 變小

- (2) 用計算機檢驗  $(1.2)^3$ 、 $(1.2)^4$ 、 $(1.2)^5$

$(1.2)^3 \rightarrow 1.2 \times 1.2 \times 1.2 = 1.728$  ) 變大

$(1.2)^4 \rightarrow 1.728 \times 1.2 = 2.0736$  ) 變大

$(1.2)^5 \rightarrow 2.0736 \times 1.2 = 2.48832$  ) 變大

## 例 3

對應學習內容  
N-7-6

## 含乘方的分數運算

計算下列各式的值。

$$(1) \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(-\frac{2}{3}\right)^2$$

$$(2) \left(-\frac{3}{2}\right)^2 \div \left(\frac{3}{4}\right)^4$$

解

$$\begin{aligned} (1) & \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(-\frac{2}{3}\right)^2 \\ &= \frac{(-1)^3}{2^3} \times \frac{(-2)^2}{3^2} \\ &= \frac{-1}{8} \times \frac{4}{9} = -\frac{1}{18} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) & \left(-\frac{3}{2}\right)^2 \div \left(\frac{3}{4}\right)^4 \\ &= \frac{(-3)^2}{2^2} \div \frac{3^4}{4^4} = \frac{3^2}{2^2} \times \frac{4^4}{3^4} \\ &= \frac{9}{4} \times \frac{256}{81} = \frac{64}{9} \text{ (或 } 7\frac{1}{9}\text{)} \end{aligned}$$

 隨堂練習

計算下列各式的值。

$$\begin{aligned} (1) & \left(\frac{1}{4}\right)^2 \times \left(-\frac{2}{5}\right)^3 \\ &= \frac{1^2}{4^2} \times \frac{(-2)^3}{5^3} = \frac{1}{16} \times \frac{-8}{125} \\ &= -\frac{1}{200} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) & \left(\frac{5}{2}\right)^3 \div \left(-\frac{5}{4}\right)^2 \\ &= \frac{5^3}{2^3} \div \frac{(-5)^2}{4^2} = \frac{5^3}{2^3} \times \frac{4^2}{5^2} \\ &= \frac{125}{8} \times \frac{16}{25} = 10 \end{aligned}$$

## 例 4

對應學習內容  
N-7-6

## 含乘方的四則運算

計算  $[4 \times (-0.5)^2 + 1.5] \div \left(-\frac{1}{2}\right)^3$  的值。

解

$$\begin{aligned} & [4 \times (-0.5)^2 + 1.5] \div \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \\ &= (4 \times 0.25 + 1.5) \div \left(-\frac{1}{8}\right) = (1 + 1.5) \div \left(-\frac{1}{8}\right) \\ &= 2.5 \times (-8) = -20 \end{aligned}$$

 隨堂練習

計算  $(-0.5)^3 \times 8 + (-0.2)^2 \div \left(-\frac{1}{3}\right)^2$  的值。

$$\begin{aligned} & (-0.5)^3 \times 8 + (-0.2)^2 \div \left(-\frac{1}{3}\right)^2 \\ &= (-0.125) \times 8 + 0.04 \div \frac{1}{9} \\ &= -1 + 0.04 \times 9 = -1 + 0.36 = -0.64 \end{aligned}$$

## 主題 2 指數律

接下來，我們來看乘方的運算規律——**指數律**。

$$a^m \times a^n$$

### 例 5

對應學習內容  
N-7-7

#### 底數相同的乘方相乘

在下列□中填入適當的數，使等號成立。

$$(1) 5^2 \times 5^4 = 5^{\square}$$

$$(2) \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\square}$$

**解** (1)  $5^2 \times 5^4 = (\underbrace{5 \times 5}_{2 \text{ 個 } 5}) \times (\underbrace{5 \times 5 \times 5 \times 5}_{4 \text{ 個 } 5}) = \underbrace{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5}_{(2+4) \text{ 個 } 5} = 5^6$

所以□中填 6。

$$\begin{aligned} (2) \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^5 &= \left[\left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right)\right] \times \left[\left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right)\right] \\ &= \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^8 \end{aligned}$$

所以□中填 8。

在例 5 中， $5^2 \times 5^4 = 5^{2+4} = 5^6$ ， $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \left(\frac{1}{2}\right)^{3+5} = \left(\frac{1}{2}\right)^8$ 。

仿照這樣的算法，我們可以發現：

若  $a$  是不為 0 的數，且  $m$ 、 $n$  為正整數，則  $a^m \times a^n = a^{m+n}$ 。



#### 隨堂練習

在下列□中填入適當的數，使等號成立。

$$(1) (-6)^3 \times (-6)^4 = (-6)^{\square}$$

$$(-6)^3 \times (-6)^4 = (-6)^{3+4} = (-6)^7$$

$$\square = 7$$

$$(2) \left(-\frac{2}{3}\right)^3 \times \left(-\frac{2}{3}\right)^4 = \left(-\frac{2}{3}\right)^{\square}$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^3 \times \left(-\frac{2}{3}\right)^4 = \left(-\frac{2}{3}\right)^{3+4} = \left(-\frac{2}{3}\right)^7$$

$$\square = 7$$

$$a^m \div a^n$$

### 例 6

對應學習內容  
N-7-7

#### 底數相同的乘方相除

在下列□中填入適當的數，使等號成立。

$$(1) (-2)^5 \div (-2)^2 = (-2) \square \quad (2) \left(\frac{3}{4}\right)^6 \div \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right) \square$$

解

$$\begin{aligned} (1) (-2)^5 \div (-2)^2 &= \frac{(-2)^5}{(-2)^2} = \frac{\overbrace{(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)}^{5 \text{ 個 } (-2)}}{\underbrace{(-2) \times (-2)}_{2 \text{ 個 } (-2)}} \\ &= \underbrace{(-2) \times (-2) \times (-2)}_{(5-2) \text{ 個 } (-2)} = (-2)^3 \end{aligned}$$

所以□中填 3。

$$\begin{aligned} (2) \left(\frac{3}{4}\right)^6 \div \left(\frac{3}{4}\right)^2 &= \frac{3^6}{4^6} \div \frac{3^2}{4^2} = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}{4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4} \div \frac{3 \times 3}{4 \times 4} \\ &= \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times \cancel{3} \times \cancel{3}}{4 \times 4 \times 4 \times 4 \times \cancel{4} \times \cancel{4}} \times \frac{\cancel{4} \times \cancel{4}}{\cancel{3} \times \cancel{3}} \\ &= \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3}{4 \times 4 \times 4 \times 4} = \left(\frac{3}{4}\right)^4 \end{aligned}$$

所以□中填 4。

$$\begin{aligned} \text{在例 6 中, } (-2)^5 \div (-2)^2 &= (-2)^{5-2} = (-2)^3, \\ \left(\frac{3}{4}\right)^6 \div \left(\frac{3}{4}\right)^2 &= \left(\frac{3}{4}\right)^{6-2} = \left(\frac{3}{4}\right)^4. \end{aligned}$$

仿照這樣的算法，我們可以發現：

若  $a$  是不為 0 的數，且  $m$ 、 $n$  為正整數 ( $m > n$ )，則  $a^m \div a^n = a^{m-n}$ 。



#### 隨堂練習

在下列□中填入適當的數，使等號成立。

$$\begin{aligned} (1) (-9)^8 \div (-9)^2 &= (-9) \square & (2) \left(-\frac{2}{5}\right)^7 \div \left(-\frac{2}{5}\right)^4 &= \left(-\frac{2}{5}\right) \square \\ (-9)^8 \div (-9)^2 &= (-9)^{8-2} = (-9)^6 & \left(-\frac{2}{5}\right)^7 \div \left(-\frac{2}{5}\right)^4 &= \left(-\frac{2}{5}\right)^{7-4} = \left(-\frac{2}{5}\right)^3 \\ \square &= 6 & \square &= 3 \end{aligned}$$

$$(a^m)^n$$

### 例 7

對應學習內容  
N-7-7

#### 乘方的乘方

在下列□中填入適當的數，使等號成立。

$$(1) (5^4)^2 = 5 \square$$

$$(2) [(\frac{5}{3})^2]^3 = (\frac{5}{3}) \square$$

**解** (1)  $(5^4)^2 = 5^4 \times 5^4 = 5^{4+4} = 5^{4 \times 2} = 5^8$

所以□中填 8。

$$\begin{aligned} (2) [(\frac{5}{3})^2]^3 &= (\frac{5}{3})^2 \times (\frac{5}{3})^2 \times (\frac{5}{3})^2 \\ &= (\frac{5}{3})^{2+2+2} \\ &= (\frac{5}{3})^{2 \times 3} \\ &= (\frac{5}{3})^6 \end{aligned}$$

所以□中填 6。

在例 7 中， $(5^4)^2 = 5^{4 \times 2} = 5^8$ ， $[(\frac{5}{3})^2]^3 = (\frac{5}{3})^{2 \times 3} = (\frac{5}{3})^6$ 。

仿照這樣的算法，我們可以發現：

若  $a$  是不為 0 的數，且  $m$ 、 $n$  為正整數，則  $(a^m)^n = a^{m \times n}$ 。



#### 隨堂練習

在下列□中填入適當的數，使等號成立。

$$(1) [(-7)^5]^3 = (-7) \square$$

$$\begin{aligned} [(-7)^5]^3 &= (-7)^{5 \times 3} = (-7)^{15} \\ \square &= 15 \end{aligned}$$

$$(2) [(-\frac{2}{7})^2]^4 = (-\frac{2}{7}) \square$$

$$\begin{aligned} [(-\frac{2}{7})^2]^4 &= (-\frac{2}{7})^{2 \times 4} = (-\frac{2}{7})^8 \\ \square &= 8 \end{aligned}$$

$(a \times b)^m$ 

## 例 8

對應學習內容  
N-7-7

## 兩數相乘的乘方

在下列□中填入適當的數，使等號成立。

$$(1) (7 \times 11)^4 = 7 \square \times 11 \square \qquad (2) \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\right)^5 = \left(\frac{1}{2}\right) \square \times \left(\frac{1}{3}\right) \square$$

**解**

$$\begin{aligned} (1) (7 \times 11)^4 &= (7 \times 11) \times (7 \times 11) \times (7 \times 11) \times (7 \times 11) \\ &= 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11 \\ &= 7^4 \times 11^4 \end{aligned}$$

所以□中皆填 4。

$$\begin{aligned} (2) \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\right)^5 &= \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\right) \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\right) \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\right) \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\right) \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\right) \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \\ &= \left(\frac{1}{2}\right)^5 \times \left(\frac{1}{3}\right)^5 \end{aligned}$$

所以□中皆填 5。

在例 8 中， $(7 \times 11)^4 = 7^4 \times 11^4$ ， $\left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\right)^5 = \left(\frac{1}{2}\right)^5 \times \left(\frac{1}{3}\right)^5$ 。

仿照這樣的算法，我們可以發現：

若  $a$ 、 $b$  是不為 0 的數，且  $m$  為正整數，則  $(a \times b)^m = a^m \times b^m$ 。



## 隨堂練習

在下列□中填入適當的數，使等號成立。

$$(1) [3 \times (-10)]^6 = 3 \square \times (-10) \square$$

$$[3 \times (-10)]^6 = 3^6 \times (-10)^6$$

所以兩個□中均填 6

$$(2) \left[ \left(-\frac{3}{2}\right) \times \frac{7}{5} \right]^3 = \left(-\frac{3}{2}\right) \square \times \left(\frac{7}{5}\right) \square$$

$$\left[ \left(-\frac{3}{2}\right) \times \frac{7}{5} \right]^3 = \left(-\frac{3}{2}\right)^3 \times \left(\frac{7}{5}\right)^3$$

所以兩個□中均填 3

由第 149 頁可知，當  $a$  是不為 0 的整數，且  $m$ 、 $n$  為正整數 ( $m > n$ )，則  $a^m \div a^n = a^{m-n}$ 。若  $m = n$  時，又會是什麼情形呢？看看下面的例子：

計算  $7^3 \div 7^3$  時，由於  $7^3 \div 7^3 = \frac{7^3}{7^3} = \frac{7 \times 7 \times 7}{7 \times 7 \times 7} = 1$ ，若用指數律來看，可得  $7^3 \div 7^3 = 7^{3-3} = 7^0$ 。因此我們規定  $7^0 = 1$ 。

為了使指數律「 $a^m \div a^n = a^{m-n}$ 」也適用於  $m = n$  的情形，我們規定：若  $a$  是不為 0 的數，則  $a^0 = 1$ 。例如： $10^0 = 1$ 、 $(-3)^0 = 1$ 。

事實上，利用「若  $a$  是不為 0 的數，則  $a^0 = 1$ 」的規定，當指數為 0 時，前面所介紹的指數律均成立，用以下幾個例子說明：

$$3^5 \times 3^0 = 3^5 \times 1 = 3^5 = 3^{5+0}$$

$$(-10)^8 \div (-10)^0 = (-10)^8 \div 1 = (-10)^8 = (-10)^{8-0}$$

$$\left(\frac{1}{2} \times 5\right)^0 = 1 = 1 \times 1 = \left(\frac{1}{2}\right)^0 \times 5^0$$

$$\left[ \left(-\frac{5}{3}\right)^3 \right]^0 = 1 = \left(-\frac{5}{3}\right)^0 = \left(-\frac{5}{3}\right)^{3 \times 0}$$

### Key point

#### 指數律

若  $a$ 、 $b$  都是不為 0 的數，且  $m$ 、 $n$  為正整數或 0，則：

- (1)  $a^m \times a^n = a^{m+n}$ 。                      (2)  $a^m \div a^n = a^{m-n}$ ，其中  $m \geq n$ 。
- (3)  $(a^m)^n = a^{m \times n}$ 。                      (4)  $(a \times b)^m = a^m \times b^m$ 。



判斷  $(-3^4)^3$  與  $(-3^3)^4$  的值是否相同？說說看你的理由。

因為  $(-3^4)^3 = (-3^4) \times (-3^4) \times (-3^4) = -3^{4+4+4} = -3^{12} < 0$

$(-3^3)^4 = (-3^3) \times (-3^3) \times (-3^3) \times (-3^3) = 3^{3+3+3+3} = 3^{12} > 0$

所以兩者的值為一正一負，故不相同

## 例 9

對應學習內容  
N-7-7

## 指數律的應用

計算下列各式的值。

$$(1) (3^2 \times 5)^6 \div (5^3)^2$$

$$(2) \left(-\frac{10}{7}\right)^8 \times \left(\frac{7}{5}\right)^8 \div (-2)^5$$

解

$$\begin{aligned} (1) & (3^2 \times 5)^6 \div (5^3)^2 \\ &= (3^{2 \times 6} \times 5^6) \div 5^{3 \times 2} \\ &= 3^{12} \times 5^6 \div 5^6 \\ &= 3^{12} \times 5^{6-6} \\ &= 3^{12} \times 5^0 \\ &= 3^{12} \times 1 \\ &= 3^{12} \text{ (或 } 531441 \text{)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) & \left(-\frac{10}{7}\right)^8 \times \left(\frac{7}{5}\right)^8 \div (-2)^5 \\ &= \left(-\frac{10^2}{7^1} \times \frac{7^1}{5^1}\right)^8 \div (-2)^5 \\ &= (-2)^8 \div (-2)^5 \\ &= (-2)^{8-5} \\ &= (-2)^3 \text{ (或 } -8 \text{)} \end{aligned}$$



## 隨堂練習

計算下列各式的值。

$$\begin{aligned} (1) & 13^4 \times 13^6 \div (13^3)^2 \\ &= 13^{4+6} \div 13^{3 \times 2} \\ &= 13^{4+6-6} \\ &= 13^4 \text{ (或 } 28561 \text{)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) & \left(-\frac{4}{3}\right)^7 \times \left(-\frac{9}{8}\right)^7 \div \left(\frac{3}{2}\right)^5 \\ &= \left(\frac{4^1}{3^1} \times \frac{9^3}{8^2}\right)^7 \div \left(\frac{3}{2}\right)^5 \\ &= \left(\frac{3}{2}\right)^7 \div \left(\frac{3}{2}\right)^5 \\ &= \left(\frac{3}{2}\right)^2 \text{ (或 } \frac{9}{4} \text{)} \end{aligned}$$



### 1 數的乘方

(1) 相同的分數或相同的小數連乘也可以利用乘方來簡記。

例  $\frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2}$  可記為  $(\frac{3}{2})^4$ ;

$(-5.6) \times (-5.6) \times (-5.6)$  可記為  $(-5.6)^3$ 。

(2) 已知  $a$ 、 $b$  為整數、 $n$  是正整數，其中  $a \neq 0$ ，則  $(\frac{b}{a})^n = \frac{b^n}{a^n}$ 。

例  $(\frac{3}{5})^4 = \frac{3^4}{5^4}$ 、 $(\frac{-4}{7})^3 = \frac{(-4)^3}{7^3}$ 。

### 2 乘方的比較大小

對於任何一個正數  $a$  及正整數  $n$ ：

(1) 當  $a < 1$  時， $a^n < 1$ ，且  $n$  的值愈大， $a^n$  的值愈小。

例  $(\frac{3}{5})^3 < (\frac{3}{5})^2$ 。

(2) 當  $a > 1$  時， $a^n > 1$ ，且  $n$  的值愈大， $a^n$  的值愈大。

例  $1.2^3 > 1.2^2$ 。

### 3 指數律

若  $a$ 、 $b$  都是不為 0 的數，且  $m$ 、 $n$  為正整數或 0，則：

(1)  $a^m \times a^n = a^{m+n}$       例  $(-\frac{1}{2})^6 \times (-\frac{1}{2})^3 = (-\frac{1}{2})^{6+3} = (-\frac{1}{2})^9$ 。

(2)  $a^m \div a^n = a^{m-n}$  ( $m \geq n$ )      例  $(-\frac{1}{2})^6 \div (-\frac{1}{2})^3 = (-\frac{1}{2})^{6-3} = (-\frac{1}{2})^3$ 。

(3)  $(a^m)^n = a^{m \times n}$       例  $[(-\frac{1}{2})^6]^3 = (-\frac{1}{2})^{6 \times 3} = (-\frac{1}{2})^{18}$ 。

(4)  $(a \times b)^m = a^m \times b^m$       例  $[(-\frac{1}{2}) \times (-\frac{1}{3})]^3 = (-\frac{1}{2})^3 \times (-\frac{1}{3})^3$ 。



# 自我評量



1 在下列□中填入適當的數，使等號成立。

P.144 例 1、P.152 內文

$$(1) \left(\frac{11}{13}\right)^4 = \frac{11^{\square}}{13^{\square}}$$

$$\left(\frac{11}{13}\right)^4 = \frac{11^4}{13^4}$$

□中皆填 4

$$(2) \left(-\frac{4}{9}\right)^7 = -\frac{4^{\square}}{9^{\square}}$$

$$\left(-\frac{4}{9}\right)^7 = -\frac{4^7}{9^7}$$

□中皆填 7

$$(3) \left(-\frac{3}{2}\right)^{\square} = 1$$

□中填 0

2 比較下列各組數的大小。

P.145 例 2

$$(1) \left(\frac{5}{7}\right)^{12}、\left(\frac{5}{7}\right)^{13}$$

$$\text{因為 } \left(\frac{5}{7}\right)^{13} = \left(\frac{5}{7}\right)^{12} \times \frac{5}{7}$$

$$\text{而 } \frac{5}{7} < 1$$

$$\text{所以 } \left(\frac{5}{7}\right)^{13} < \left(\frac{5}{7}\right)^{12}$$

$$(2) 2.5^{45}、2.5^{46}$$

$$\text{因為 } 2.5^{46} = 2.5^{45} \times 2.5$$

$$\text{而 } 2.5 > 1$$

$$\text{所以 } 2.5^{46} > 2.5^{45}$$

3 在下列□中填入適當的數，使等號成立。

$$(1) \left(-\frac{3}{7}\right)^5 \times \left(-\frac{3}{7}\right)^3 = \left(-\frac{3}{7}\right)^{\square} \quad \text{P.148 例 5}$$

$$\left(-\frac{3}{7}\right)^5 \times \left(-\frac{3}{7}\right)^3 = \left(-\frac{3}{7}\right)^{5+3} = \left(-\frac{3}{7}\right)^8$$

□中填 8

$$(2) \left(-\frac{2}{5}\right)^7 \div \left(-\frac{2}{5}\right) = \left(-\frac{2}{5}\right)^{\square} \quad \text{P.149 例 6}$$

$$\left(-\frac{2}{5}\right)^7 \div \left(-\frac{2}{5}\right) = \left(-\frac{2}{5}\right)^{7-1} = \left(-\frac{2}{5}\right)^6$$

□中填 6

$$(3) \left[ \left(-\frac{10}{13}\right)^6 \right]^2 = \left(-\frac{10}{13}\right)^{\square} \quad \text{P.150 例 7}$$

$$\left[ \left(-\frac{10}{13}\right)^6 \right]^2 = \left(-\frac{10}{13}\right)^{6 \times 2} = \left(-\frac{10}{13}\right)^{12}$$

□中填 12

$$(4) \left(\frac{5}{4} \times \frac{11}{3}\right)^5 = \left(\frac{5}{4}\right)^{\square} \times \left(\frac{11}{3}\right)^{\square} \quad \text{P.151 例 8}$$

$$\left(\frac{5}{4} \times \frac{11}{3}\right)^5 = \left(\frac{5}{4}\right)^5 \times \left(\frac{11}{3}\right)^5$$

□中皆填 5

4 計算  $(\frac{10}{3})^6 \times (-\frac{3}{2})^6 \div (-5)^6$  的值

P.153 例 9

$$\begin{aligned} & (\frac{10}{3})^6 \times (-\frac{3}{2})^6 \div (-5)^6 \\ &= [\frac{10}{3} \times (-\frac{3}{2})]^6 \div (-5)^6 \\ &= (-5)^6 \div (-5)^6 \\ &= 1 \end{aligned}$$

### 挑錯題

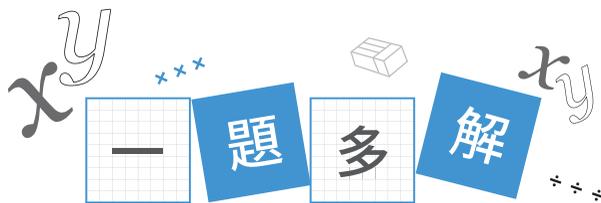
小妍和小翊計算「 $(-4\frac{1}{2})^5 \times 2^5$ 」的過程如下。判斷他們的解法是否正確？

若不正確，請標出開始發生錯誤的部分，並寫出正確的解法。

<p>小妍：</p> $\begin{aligned} & (-4\frac{1}{2})^5 \times 2^5 \\ &= (-4\frac{1}{2} \times 2)^5 \\ &= (-4\frac{1}{2} \times 2^1)^5 \\ &= (-4)^5 \\ &= -4^5 \end{aligned}$	<p>小翊：</p> $\begin{aligned} & (-4\frac{1}{2})^5 \times 2^5 \\ &= (-4 + \frac{1}{2})^5 \times 2^5 \\ &= [(-4 + \frac{1}{2}) \times 2]^5 \\ &= (-8 + 1)^5 \\ &= (-7)^5 \\ &= -7^5 \end{aligned}$
---	--

正確解法如下：

$$\begin{aligned} & (-4\frac{1}{2})^5 \times 2^5 \\ &= (-\frac{9}{2} \times 2)^5 \\ &= (-9)^5 \\ &= -9^5 \\ &= -3^{10} \end{aligned}$$



比較  $\frac{22}{25}$ 、 $\frac{47}{50}$ 、 $\frac{97}{100}$  三數的大小。



化成「同分母」再比大小

$$\text{因為 } \frac{22}{25} = \frac{88}{100}, \frac{47}{50} = \frac{94}{100},$$

$$\text{即 } \frac{97}{100} > \frac{94}{100} > \frac{88}{100},$$

$$\text{所以 } \frac{97}{100} > \frac{47}{50} > \frac{22}{25}.$$



化成「小數」再比大小

$$\text{因為 } \frac{22}{25} = 0.88, \frac{47}{50} = 0.94, \frac{97}{100} = 0.97,$$

$$\text{即 } 0.97 > 0.94 > 0.88,$$

$$\text{所以 } \frac{97}{100} > \frac{47}{50} > \frac{22}{25}.$$



化成「 $1 - \frac{\text{分母} - \text{分子}}{\text{分母}}$ 」再比大小

$$\text{因為 } \frac{22}{25} = 1 - \frac{3}{25}, \frac{47}{50} = 1 - \frac{3}{50}, \frac{97}{100} = 1 - \frac{3}{100},$$

$$\text{又 } \frac{3}{25} > \frac{3}{50} > \frac{3}{100}, 1 - \frac{3}{25} < 1 - \frac{3}{50} < 1 - \frac{3}{100},$$

$$\text{所以 } \frac{97}{100} > \frac{47}{50} > \frac{22}{25}.$$