

2-1

因數與倍數

基礎練習

1 因數的應用 (10分)
(8分)

p.83 例 1

若 a 、 b 為正整數，且 $a \times b = 66$ ，則 $a + b$ 的值可能有哪些？(請寫出所有答案)

$$66 = 1 \times 66 = 2 \times 33 = 3 \times 22 = 6 \times 11$$

$$\text{得 } 1 + 66 = 67, 2 + 33 = 35, 3 + 22 = 25, 6 + 11 = 17$$

所以 $a + b$ 的值可能為 67、35、25、17

2 因數的應用 (10分)
(8分)

p.84 例 2

將正整數 N 的所有正因數由小到大排列如下：

$$1, 2, a, b, c, 32, N$$

則此正整數 N 的所有正因數為何？

$$N = 1 \times N = 2 \times 32 = a \times c = b \times b$$

$$\text{得 } N = 2 \times 32 = 64, \text{ 則 } a = 4, b = 8, c = 16$$

所以 N 的所有正因數為 1、2、4、8、16、32、64

3 因數的應用 (10分)
(9分)

p.84 例 2

若 n 是正整數， $\frac{42}{n}$ 也是正整數，則 n 可能是多少？

因為 n 、 $\frac{42}{n}$ 皆為正整數，所以 n 為 42 的因數

$$42 = 1 \times 42 = 2 \times 21 = 3 \times 14 = 6 \times 7$$

所以 n 可能是 1、2、3、6、7、14、21、42

● 類似題 (配合基礎第 1 題)

有兩正整數 a 、 b ，若 $a \times b = 70$ ，則 $a + b$ 的最大值和最小值分別是多少？

答：最大值是 71，最小值是 17

● 類似題 (配合基礎第 3 題)

(1) 若 n 是正整數， $\frac{50}{n}$ 也是正整數，則 n 可能是多少？

(2) 若 n 是正整數， $\frac{89}{n}$ 也是正整數，則 n 可能是多少？

答：(1) 1、2、5、10、25、50

(2) 1、89

4 3、9、11 的倍數判別 (每題6分, 共18分)

(每題5分, 共15分)

p.89 例5

p.91 例6

p.92 例7

已知 $814 \square 32$ 是一個六位數，請回答下列問題：

(1) 若 $814 \square 32$ 是 3 的倍數，則 \square 中可填入的數為何？

0、3、6、9

。因為 $8+1+4+\square+3+2=18+\square$ 要為 3 的倍數

所以 \square 可填入 0、3、6、9

(2) 若 $814 \square 32$ 是 9 的倍數，則 \square 中可填入的數為何？

0、9

。因為 $8+1+4+\square+3+2=18+\square$ 要為 9 的倍數

所以 \square 可填入 0、9

(3) 若 $814 \square 32$ 是 11 的倍數，則 \square 中可填入的數為何？

1

因為 $(8+4+3)-(1+\square+2)=12-\square$ 要為 11 的倍數，所以 \square 可填入 1

5 倍數的判別 (每題10分, 共20分)

(每題8分, 共16分)

p.85 例3

p.87 例4

p.91 例6

(1) 若五位數 $2345 \square$ 是 2 的倍數，也是 3 的倍數，則 \square 中可填入的數為何？

4

若 $2345 \square$ 為 2 的倍數，則 \square 中可為 0、2、4、6、8

若 $2345 \square$ 為 3 的倍數，則 \square 中可為 1、4、7，所以 \square 可以是 4

(2) 若六位數 $12345 \square$ 是 3 的倍數，也是 4 的倍數，則 \square 中可填入的數為何？

6

若 $12345 \square$ 為 3 的倍數，則 \square 中可為 0、3、6、9

若 $12345 \square$ 為 4 的倍數，則 \square 中可為 2、6，所以 \square 可以是 6

6 質數與合數 (每題4分, 共12分)

(每題4分, 共12分)

p.93 內文

下列敘述中，正確的打「○」，錯誤的打「×」。

(○) (1) 2 是最小的質數，也是質數中唯一的偶數。

(×) (2) 因為 7 與 13 皆是質數，所以 7×13 的乘積 91 也是質數。

(2) 因為 7、13 皆為 91 的因數，所以 91 是合數

(×) (3) 1 ~ 100 的整數中，扣除 25 個質數後，剩下的數皆為合數。

(3) 1 不是質數也不是合數

類似題 (配合基礎第4題)

已知 $5487 \square 2$ 是一個六位數，請回答下列問題：

(1) 若 $5487 \square 2$ 是 3 的倍數，則 \square 可以是

1、4、7。

(2) 若 $5487 \square 2$ 是 9 的倍數，則 \square 可以是

1。

(3) 若 $5487 \square 2$ 是 11 的倍數，則 \square 可以是

0。

類似題 (配合基礎第5題)

已知 $54873 \square$ 是一個六位數，請回答下列問題：

(1) 若 $54873 \square$ 是 2 的倍數，也是 3 的倍數，則

\square 可以是 0、6。

(2) 若 $54873 \square$ 是 5 的倍數，也是 2 的倍數，則

\square 可以是 0。

(3) 若 $54873 \square$ 是 12 的倍數，則 \square 可以是

6。

7 利用質因數分解寫出標準分解式 (每題 5 分, 共 10 分)

p.97 例 10

君君利用短除法做質因數分解時，不小心將作業本弄髒了，經過清理後有些地方（包括要被質因數分解的數）不見了，如下圖。

(1) 請協助君君完成不見的部分。

2	A	:	6660
B	3330	:	2
C	1665	:	3
3	555	:	185
5	D	:	37
	E		

(2) 將此數以標準分解式表示。

$$6660 = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 37$$

8 利用質因數分解寫出標準分解式 (每題 5 分, 共 10 分)

p.97 例 10

將下列各數做質因數分解，並以標準分解式表示及寫出所有的質因數。

(1) 432

$$\begin{array}{r}
 2 \mid 432 \\
 2 \mid 216 \\
 2 \mid 108 \\
 2 \mid 54 \\
 3 \mid 27 \\
 3 \mid 9 \\
 3
 \end{array}$$

標準分解式：

$$\underline{2^4 \times 3^3}$$

質因數： 2、3

(2) 34×12

$$= 2 \times 17 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$= 2^3 \times 3 \times 17$$

標準分解式：

$$\underline{2^3 \times 3 \times 17}$$

質因數： 2、3、17

類似題 (配合基礎第 7、8 題)

將下列各數寫成標準分解式，並列出所有的質因數。

(1) 936 (2) 2205 (3) 512325

答：(1) $936 = 2^3 \times 3^2 \times 13$ ，質因數有 2、3、13

(2) $2205 = 3^2 \times 5 \times 7^2$ ，質因數有 3、5、7

(3) $512325 = 3^4 \times 5^2 \times 11 \times 23$ ，質因數有 3、5、11、23

精熟練習

1 因數與倍數 (每題6分, 共12分)

已知3、4、5分別是一個六位數的十萬位數、萬位數與千位數字，如下圖。
若在百位數、十位數與個位數中分別填上3個相異數字，使得此六位數可以分別被3、4、5三個數整除。那麼：

3	4	5	Δ	\bigcirc	\square
十	萬	千	百	十	個
萬	位	位	位	位	位
位	數	數	數	數	數
數					

(1) 滿足上述條件的六位數中，最小的值為何？

① 因為此數為5的倍數，所以 \square 為0或5

但若 $\square=5$ ，則此數不為4的倍數，得 $\square=0$

② 因為此數為4的倍數，所以 \bigcirc 可為2、4、6、8

③ 因為此數為3的倍數，所以 $3+4+5+\Delta+\bigcirc+0$ 為3的倍數

得 $\Delta+\bigcirc$ 為3的倍數

由於所求為最小的數，得 $\Delta=1$ 、 $\bigcirc=2$

故此最小六位數為345120

(2) 滿足上述條件的六位數中，最大的值為何？

承(1)的解析，可得：

① $\square=0$

② \bigcirc 可為2、4、6、8

③ $\Delta+\bigcirc$ 為3的倍數

由於所求為最大的數，得 $\Delta=9$ 、 $\bigcirc=6$

故此最大六位數為345960

類似題 (配合精熟第1題)

從1、7、3、8、4、2六個數字中，挑選五個數字排成五位數，若此五位數為3的倍數也是4的倍數，則此五位數最大為多少？最小為多少？

答：87432，12348