

3-2 資料的分析

本節性質與公式摘要

1. 平均數：

將所有資料的總和除以總次數，稱為平均數（或算術平均數），即有 n 筆資料，分別是 x_1 、 x_2 、 x_3 、……、 x_n ，則這組資料的平均數為 $\frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$ 。

例 28、32、44、56、65 的平均數為 $(28 + 32 + 44 + 56 + 65) \div 5 = 45$ 。

2. 中位數：

(1) 中位數是一組由小排到大的資料中，最中間位置的數值。

(2) 中位數的求法如下：將 n 筆資料由小到大依序排列，

① 若 n 是奇數，則中位數是「第 $\frac{n+1}{2}$ 筆資料」。

例 將 11 筆資料由小排到大，其中位數為「第 6 筆資料」。

② 若 n 是偶數，則中位數是「第 $\frac{n}{2}$ 筆與第 $(\frac{n}{2} + 1)$ 筆資料的平均」。

例 將 12 筆資料由小排到大，其中位數為「第 6 筆與第 7 筆資料的平均」。

3. 眾數：

一組資料中，出現次數最多的資料，稱為這組資料的眾數。

例 有一組資料 14、18、18、18、22、22、38，則其眾數為 18。

4. 資料值的調整：

(1) 將一組資料中的每一個數值都加 m ($m \neq 0$)，則所得到新資料的平均數、中位數與眾數是原資料的平均數、中位數與眾數分別再加 m 。

(2) 將一組資料中的每一個數值都乘以 k 倍 ($k \neq 0$)，則所得到新資料的平均數、中位數與眾數是原資料的平均數、中位數與眾數分別再乘以 k 倍。

5. 第 m 百分位數的算法：

將 n 筆資料由小到大依序排列，並計算 $n \times m\%$ 的值，

- (1) 如果 $n \times m\%$ 不是整數，令 T 是大於 $n \times m\%$ 的最小正整數，則第 m 百分位數 P_m 是「第 T 筆資料」。

例 將 120 筆資料由小排到大，其第 12 百分位數為「第 15 筆資料」。

- (2) 如果 $n \times m\%$ 是整數，令 $T = n \times m\%$ ，則第 m 百分位數 P_m 是「第 T 筆與第 $(T + 1)$ 筆資料的平均」。

例 將 120 筆資料由小排到大，其第 70 百分位數為「第 84 筆與第 85 筆資料的平均」。

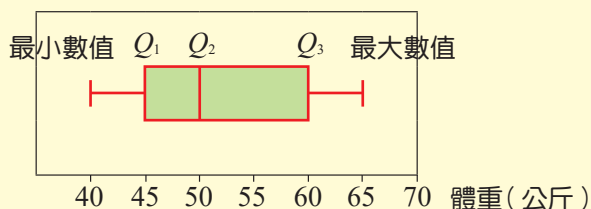
6. 四分位數：

- (1) 第 25 百分位數 P_{25} 稱為第 1 四分位數，以 Q_1 表示。
 (2) 第 50 百分位數 P_{50} 稱為第 2 四分位數，以 Q_2 表示，也就是中位數。
 (3) 第 75 百分位數 P_{75} 稱為第 3 四分位數，以 Q_3 表示。

7. 全距、四分位距與盒狀圖：

- (1) 全部資料中，最大數值與最小數值的差稱為全距。
 (2) 第 3 四分位數與第 1 四分位數的差 ($Q_3 - Q_1$) 稱為四分位距。
 (3) 將整體資料中最小數值、第 1 四分位數、中位數、第 3 四分位數與最大數值，這五個資料繪製成長方形盒子圖，稱為盒狀圖。

例 下圖是笠楊班上同學體重的盒狀圖。



- (1) 全距為 $65 - 40 = 25$ (公斤)。
 (2) 四分位距為 $60 - 45 = 15$ (公斤)。


基礎題

- ① 志偉班上有 15 位同學，這些同學從家裡到學校的上學通勤時間（單位：分鐘）如下：11、9、7、5、20、3、29、6、7、5、12、10、5、9、12，
回答下列問題：

(1) 這 15 位同學上學通勤時間的平均數是 10 分鐘。 課 P114 例 1

$$(11+9+7+5+20+3+29+6+7+5+12+10+5+9+12) \div 15 = 10 \text{ (分鐘)}。$$
5分 4分

(2) 這 15 位同學上學通勤時間的中位數是 9 分鐘。 課 P120 例 4

資料由小排到大 3、5、5、5、6、7、7、9、9、10、
11、12、12、20、29，

$$\frac{15+1}{2} = 8, \therefore \text{中位數是這組資料由小排到大的第 8 筆，即為 9 分鐘。}$$

(3) 這 15 位同學上學通勤時間的眾數是 5 分鐘。 課 P123 例 7

通勤時間 5 分鐘的人數最多，故眾數為 5 分鐘。 5分 4分

(4) 這 15 位同學上學通勤時間的全距是 26 分鐘。 課 P135 例 4

$$29 - 3 = 26$$
5分 4分

- ② 大禮國中三年級學生有 120 位男生、80 位女生，測量其體重得男生平均體重是 60 公斤，女生平均體重是 50 公斤，求該校三年級全體學生體重的平均數是多少公斤？ 8分 5分 課 P119 例 3

男生體重的總和為 $120 \times 60 = 7200$ ，

女生體重的總和為 $80 \times 50 = 4000$ ，

全體學生體重的平均數為 $(7200 + 4000) \div (120 + 80) = 56$ 。

答：56 公斤。

③ 信成國中三年級 60 位學生的體重(單位：公斤)由小排到大分別如下：

42	42	43	43	44	46	46	46	47	47
49	50	51	51	51	52	52	52	53	53
55	56	57	57	57	58	58	59	59	59
60	60	61	61	61	62	63	63	64	65
66	66	67	67	67	69	69	69	70	70
70	71	72	72	72	72	73	75	75	75

(1) 求該校三年級學生體重的 P_{32} 是多少公斤？

6分 5分 課 P129 例 10

$$60 \times 32\% = 19.2 \text{ (不是整數),}$$

$\therefore P_{32}$ 是體重由小排到大的第 20 筆資料，即為 53 公斤。

答：53 公斤。

(2) 求該校三年級學生體重的四分位距是多少公斤？

6分 5分 課 P135 例 14

第 1 四分位數是第 15 筆與第 16 筆資料的平均，

$$\text{即為 } \frac{51+52}{2} = 51.5 \text{ (公斤)。}$$

第 3 四分位數是第 45 筆與第 46 筆資料的平均，

$$\text{即為 } \frac{67+69}{2} = 68 \text{ (公斤)。}$$

故四分位距是 $68 - 51.5 = 16.5$ 公斤。

答：16.5 公斤。

④ 右圖是大義國中全校三年級學生第一次段考數學成績的累積相對次數分配折線圖，回答下列問題：

課 P131 例 11

(1) 該校三年級學生數學成績的 P_{14}

在哪一組？ 6分 5分

由圖可知 P_{14} 在 50~60 分這一組。

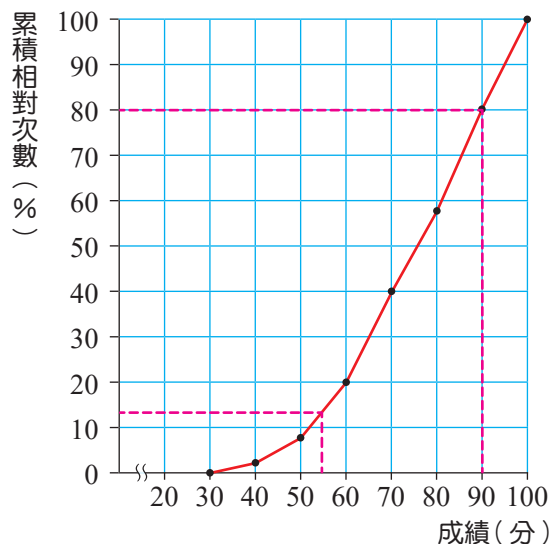
答：50~60 分。

(2) 該校三年級學生數學成績的 P_{80}

是多少分？ 6分 5分

由圖可知 P_{80} 是 90 分。

答：90 分。



⑤ 三年忠班全班的身高統計如下表，回答下列問題： 課 P133、137 例 12、隨堂

編號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
身高(公分)	150	152	154	154	155	155	156	157	158	158
編號	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
身高(公分)	160	161	161	163	164	164	165	165	167	167
編號	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
身高(公分)	167	169	170	171	171	174	176	178	180	183

(1) 全班身高的第 1 四分位數是多少公分？ 8分 5分

$$30 \times 25\% = 7.5,$$

第 1 四分位數是由小排到大的第 8 筆資料，即為 157 公分。

答：157 公分。

(2) 全班身高的第 3 四分位數是多少公分？ 8分 5分

$$30 \times 75\% = 22.5,$$

第 3 四分位數是由小排到大的第 23 筆資料，即為 170 公分。

答：170 公分。

(3) 全班身高的中位數是多少公分？ 8分 5分

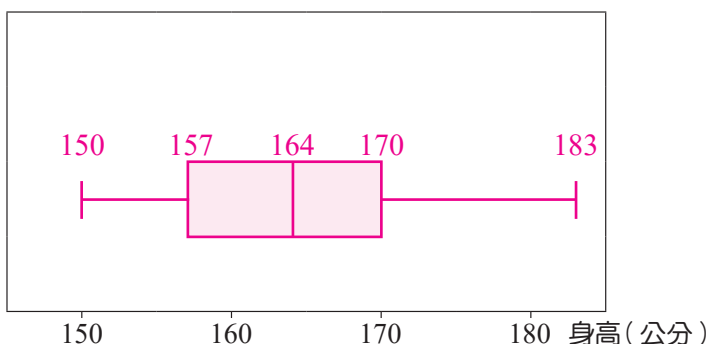
$$30 \times 50\% = 15,$$

中位數是由小排到大的第 15 筆與第 16 筆資料的平均，

$$\text{即為 } \frac{164 + 164}{2} = 164 \text{ (公分)}。$$

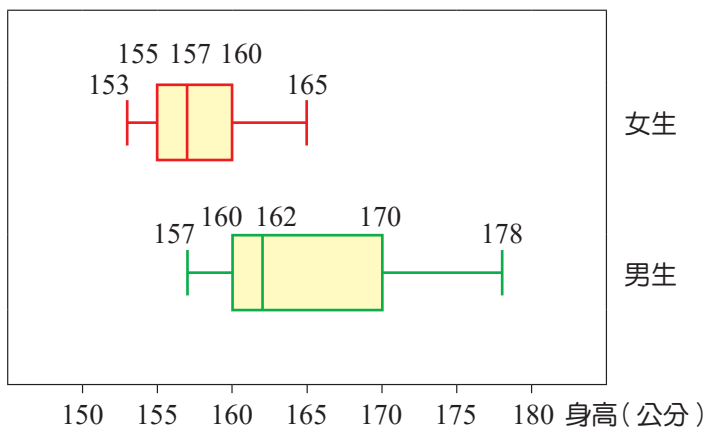
答：164 公分。

(4) 畫出該班身高的盒狀圖： 8分 6分



⑥ 下圖是大善國中三年仁班男、女生身高的盒狀圖，回答下列問題：

課 P139 例 16



(1) 男生身高的中位數與女生身高的中位數相差多少公分？ **8分 5分**

男生身高的中位數為 162 公分，女生身高的中位數為 157 公分，
故中位數相差 $162 - 157 = 5$ (公分)。

答：5 公分。

(2) 男生身高的四分位距與女生身高的四分位距相差多少公分？ **8分 5分**

男生身高的四分位距為 $170 - 160 = 10$ (公分)，
女生身高的四分位距為 $160 - 155 = 5$ (公分)，
故四分位距相差 $10 - 5 = 5$ (公分)。

答：5 公分。

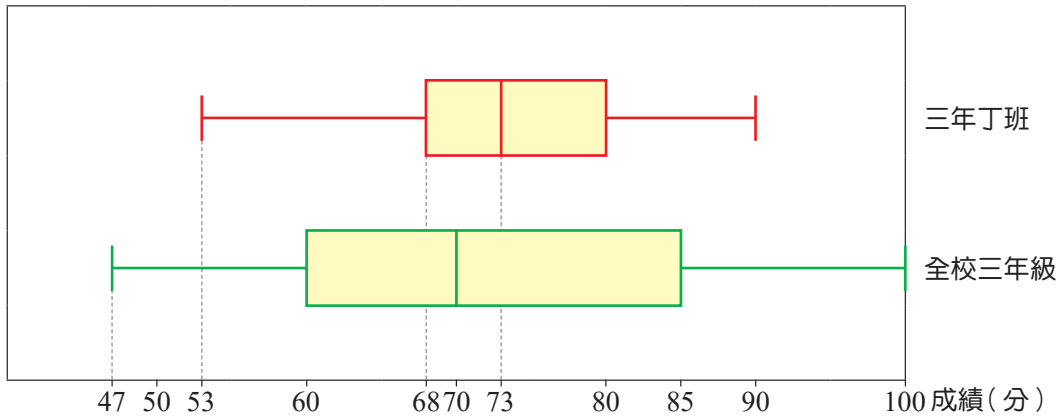
精熟題

① 有一組資料由小排到大為 13、15、27、……、118、119、120、……、313、345。已知中位數是 119，若加入一個數值 308 到這組資料中，則中位數會變成多少？ **6分**

已知中位數為 119，
由數值資料可知共有奇數筆資料，
加入一個數值 308 後，
數值資料變成共有偶數筆資料，
故新的中位數為 $\frac{119 + 120}{2} = 119.5$ 。

答：119.5。

- ② 大誠國中全校三年級共 400 人，其中三年丁班有 40 人，下圖是三年丁班與全校三年級學生第一次期中考數學成績的盒狀圖，回答下列問題：



- (1) 三年丁班佳真的成績是全班成績第 52 百分位數，那麼佳真的成績在全校三年級大約排多少名？ **6分**

(A) 1~100 名 (B) 101~200 名 (C) 201~300 名 (D) 301~400 名

落在全校成績的中位數(50%)與第 3 四分位數(75%)之間，

∴成績大約排在第 101~200 名，故答案為(B)。

答：(B)。

- (2) 三年丁班雅婷的成績恰好是全校成績的中位數，如果雅婷成績是三年丁班的第 m 百分位數，則 m 的範圍為下列何者？ **6分**

(A) 1~25 (B) 25~50 (C) 50~75 (D) 75~99

落在全班成績的第 1 四分位數(25%)與中位數(50%)之間，

∴在全班的第 25~50 百分位數之間，故答案為(B)。

答：(B)。

- ③ 測量一物件 9 次，得其長度(公尺)為 2.43、2.46、2.41、2.45、2.44、2.48、2.46、2.47、2.45，將上面的數據每一個都乘以 100，再減去 240 得一組新的數據為 3、6、1、5、4、8、6、7、5，試利用新數據的平均數及中位數，求出原數據的平均數及中位數。 **10分**

新平均數為 $(3+6+1+5+4+8+6+7+5) \div 9 = 5$ ，

資料由小排到大為 1、3、4、5、5、6、6、7、8，

∴中位數是這組資料由小排到大的第 5 筆，則新的中位數為 5，

原平均數 $\times 100 - 240 = 5$ ，原平均數 = 2.45，

原中位數 $\times 100 - 240 = 5$ ，原中位數 = 2.45。

答：平均數為 2.45，中位數為 2.45。