第 1 章 總習題

核心概念題

1. 下列敘述正確的打○，錯誤的打×。 每題 3 分，共 24 分 每題 2 分，共 16 分

(○) (1) 若二次函數 $y=ax^2+5$ 的圖形為開口向上的拋物線，則 $a>0$。

(×) (2) 二次函數 $y=a(x-3)^2+4$ 圖形的對稱軸是 $y=4$。(2) 對稱軸 $x=3$。

(×) (3) 二次函數 $y=3(x+1)^2+k$ 的最大值是 k。(3) 最小值是 $y=k$。

(×) (4) $y=-2x^2+1$ 是以 x 軸為對稱軸的對稱圖形。(4) y 軸。

(○) (5) 二次函數 $y=-(x-1)^2+2$ 圖形的頂點為 $(1, 2)$。

(○) (6) 若 $b^2-4ac>0$，則二次函數 $y=ax^2+bx+c$ 與 x 軸有 2 個交點。

(○) (7) 二次函數 $y=-2x^2+3$ 的圖形與 y 軸的交點為 $(0, 3)$。

(○) (8) 二次函數 $y=-ax^2+bx$ 的圖形必定通過原點 $(0, 0)$。

2. 將二次函數 $y=-2x^2-6$ 的圖形向上平移 3 個單位後，新的二次函數為 $\underline{\quad y=-2x^2-3 \quad}$。 4 分 5 分

$y=-2x^2-6$ 的頂點坐標為 $(0, -6)$，
由 $(0, -6)$ 向上平移 3 個單位，
可得 $(0, -6+3)=(0, -3)$，
故新的二次函數為 $y=-2x^2-3$。

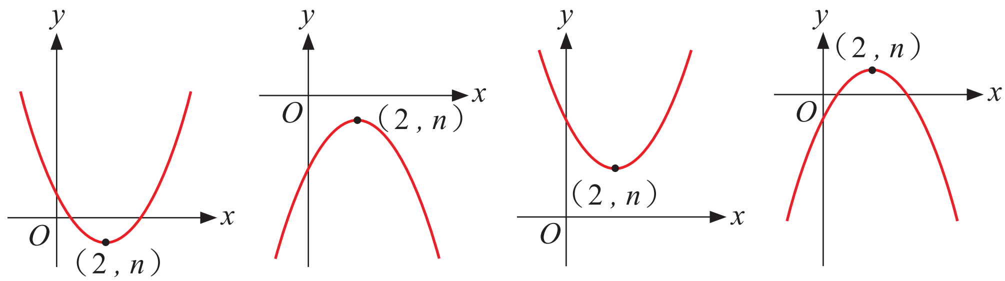
3. 將二次函數 $y=-5x^2-6$ 的圖形向右移 3 個單位後，新的二次函數為 $\underline{\quad y=-5(x-3)^2-6 \quad}$。 4 分 5 分

$y=-5x^2-6$ 的頂點坐標為 $(0, -6)$，
由 $(0, -6)$ 向右平移 3 個單位，
可得 $(0+3, -6)=(3, -6)$，
故新的二次函數為 $y=-5(x-3)^2-6$（或 $y=-5x^2+30x-51$）。

綜合演練

1 ((B))二次函數 $y=-\frac{1}{2}(x-2)^2+n$，若 $n<0$，則其圖形可能為下列何者？ 6 分 6 分

(A) (B) (C) (D)



$\because a<0$，$\therefore$此二次函數開口朝下。又 $n<0$，故頂點在第四象限，答案選(B)。

2 ((D))如果將某一個二次函數的圖形向左平移 4 個單位後，可得到二次函數 $y=(x+1)^2+2$ 的圖形，則原來的二次函數為何？ 6 分 6 分

(A) $y=(x+1)^2+6$　(B) $y=(x+1)^2-2$

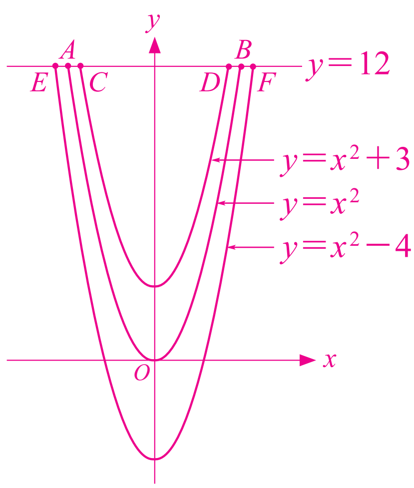
(C) $y=(x+5)^2+2$　(D) $y=(x-3)^2+2$

將 $y=(x+1)^2+2$ 的圖形向右平移 4 個單位，即為原來的函數圖形，
$y=(x+1)^2+2$ 的頂點坐標為 $(-1, 2)$，
由 $(-1, 2)$ 向右平移 4 個單位可得 $(3, 2)$，
故原來的二次函數為 $y=(x-3)^2+2$，答案為(D)。

3 ((D))坐標平面上，直線 $y=12$ 與 $y=x^2$ 的圖形交於 A、B 兩點，直線 $y=12$ 與 $y=x^2+3$ 的圖形交於 C、D 兩點，直線 $y=12$ 與 $y=x^2-4$ 的圖形交於 E、F 兩點，比較 $\overline{AB}$、$\overline{CD}$、$\overline{EF}$ 三線段長度的大小。 6 分 6 分

(A) $\overline{AB}>\overline{CD}>\overline{EF}$　(B) $\overline{AB}>\overline{EF}>\overline{CD}$

(C) $\overline{CD}>\overline{AB}>\overline{EF}$　(D) $\overline{EF}>\overline{AB}>\overline{CD}$

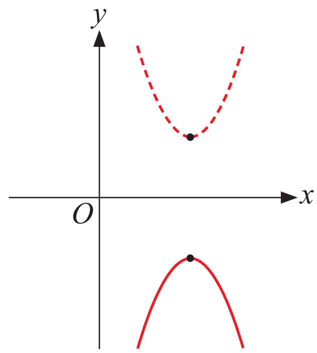


依題意可圖示如右，
故 $\overline{EF}>\overline{AB}>\overline{CD}$，
答案為(D)。

④ 將二次函數 $y=-(x-3)^2-2$ 的圖形以 x 軸為對稱軸，向上摺疊，求：

(1)翻轉後新圖形的頂點坐標。 5 分 4 分

(2)翻轉後新圖形的二次函數。 5 分 4 分



(1) $\because y=-(x-3)^2-2$ 的圖形頂點為 $(3,-2)$，

以 x 軸為對稱軸，向上摺疊，

$\therefore$ 新圖形的頂點為 $(3,2)$。

(2) $\because$ 翻轉後新圖形的開口大小不變，但方向改變，

$\therefore$ 新圖形的二次函數為 $y=(x-3)^2+2$。

答：(1) $(3,2)$，(2) $y=(x-3)^2+2$。

⑤ 已知二次函數 $y=a(x-h)^2+k$ 的對稱軸為直線 $x=-1$，$|a|=5$，若此函數有最小值 2，求 $a-hk$ 的值。 10 分 8 分

$\because$ 函數有最小值，$\therefore a>0$，

因此由 $|a|=5$，可得 $a=5$（-5 不合），

又對稱軸為 $x=-1$，且最小值為 2，

$\therefore$ 頂點坐標為 $(-1,2)$，即 $h=-1$、$k=2$，

故 $a-hk=5-(-1)\times 2=7$。

答：7。

⑥ 已知二次函數 $y=x^2+8x-9$ 的頂點為 P，其圖形與 x 軸分別交於 A、B 兩點，A 點在 B 點的右邊，求△PAB 的面積。 10 分 8 分

$y=x^2+8x-9=(x+4)^2-25$，

$\therefore$ P 點坐標為 $(-4,-25)$，

將 $y=0$ 代入二次函數，可得 $x^2+8x-9=0$，

解方程式 $x^2+8x-9=0$，

$x=-9$ 或 $x=1$，

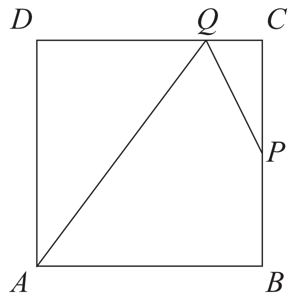
又 A 點在 B 點右邊，

故 A 點坐標為 $(1,0)$，B 點坐標為 $(-9,0)$，

因此△PAB 的面積為 $|1-(-9)|\times 25\div 2=125$。

答：125。

★ ⑦ 如圖，正方形 $ABCD$ 是一張邊長為 10 公分的皮革。皮革師傅想在此皮革兩相鄰的角落分別切下△ADQ 與△PCQ 後得到一個四邊形 $ABPQ$，其中 $\overline{PC}=2\overline{CQ}$，且 P、Q 兩點分別在 $\overline{BC}$、$\overline{CD}$ 上，當師傅切下△ADQ 與△PCQ，若 $\overline{DQ}$ 長度為 x 公分，當 x 的值為多少時，四邊形 $ABPQ$ 的面積最大？ 10 分 8 分



設 $\overline{CQ}=(10-x)$ 公分，$\overline{PC}=(20-2x)$ 公分，

四邊形 $ABPQ$ 的面積為 y 平方公分，

則可列得二次函數為 $y=100-\dfrac{10x}{2}-\dfrac{(10-x)(20-2x)}{2}$

$$=-x^2+15x$$
$$=-(x^2-15x+\frac{225}{4}-\frac{225}{4})$$
$$=-(x-\frac{15}{2})^2+\frac{225}{4}$$

故 $x=\dfrac{15}{2}$ 時，y 有最大值 $\dfrac{225}{4}$，

即 x 為 $\dfrac{15}{2}$ 公分時，四邊形 $ABPQ$ 有最大面積為 $\dfrac{225}{4}$ 平方公分。

答：$x=\dfrac{15}{2}$，$\dfrac{225}{4}$ 平方公分。

⑧ 如圖，馬路旁有一個邊長 4 公尺的正方形倉庫，賢明用長 14 公尺的紅繩，在靠近馬路和倉庫的地方，圍出一個比倉庫大的長方形預定地，則當 x 為多少公尺時，所圍長方形的面積會最大？又此最大面積是多少平方公尺？ 10 分 10 分

設長方形的長為 $(x+4)$ 公尺，長方形的面積為 y 平方公尺，

∴寬為 $14-(x+x+4)=10-2x$（公尺），

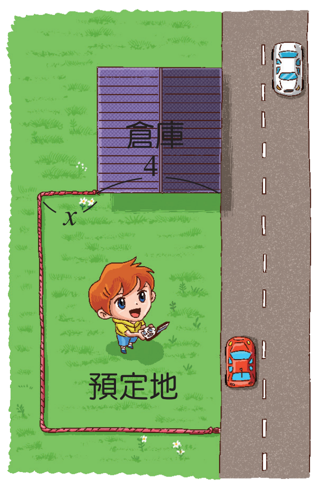
則可列得二次函數為 $y=(x+4)(10-2x)$

$$=-2x^2+2x+40$$
$$=-2(x^2-x)+40$$
$$=-2(x^2-x+\frac{1}{4}-\frac{1}{4})+40$$
$$=-2(x-\frac{1}{2})^2+\frac{81}{2}\leq\frac{81}{2}$$

故 $x=\dfrac{1}{2}$ 時，y 有最大值 $\dfrac{81}{2}$，

即 x 為 $\dfrac{1}{2}$ 公尺時，

長方形有最大面積為 $\dfrac{81}{2}$ 平方公尺。



（長度單位：公尺）

答：$\dfrac{1}{2}$ 公尺；$\dfrac{81}{2}$ 平方公尺。