1-3 二次函數的應用問題

對應能力指標 9-a-04

在前面兩節的例子中，我們知道頂點對於描繪二次函數圖形的重要性，且由於頂點可以顯示出函數的最大值或最小值，因此在一些牽涉到最大值或最小值的應用問題中，它也扮演相當重要的角色。現在就從簡單的問題探討起。

教學時數

- 6 小時

活動 1 應用二次函數的最大值或最小值的性質解題。

例 1 和差定值問題

搭配習作 P14 基礎題 1

已知兩數的差為 20，求此兩數乘積的最小值。

解一 設兩數分別為 x、$x+20$，兩數的乘積為 y，

則可得二次函數為 $y=x(x+20)$，

$\therefore y=x^2+20x$

$=x^2+20x+10^2-10^2$

$=(x+10)^2-100\geq-100$

故 $x=-10$ 時，y 有最小值 -100，

即此兩數乘積的最小值為 -100。

$\because (x+10)^2\geq0$

$\therefore y=(x+10)^2-100\geq-100$

解二 設兩數分別為 x、$x+20$，兩數的乘積為 y，

則可得二次函數為 $y=x(x+20)$，

$\because y=x(x+20)$的圖形開口向上，

與 x 軸交於$(0,0)$、$(-20,0)$，

此兩點的對稱軸方程式為 $x=\dfrac{0+(-20)}{2}=-10$，

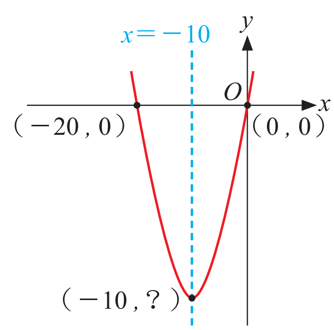
$\therefore$頂點的 x 坐標為 -10。

此時 $y=(-10)\times(-10+20)=-100$，

故 $x=-10$ 時，y 有最小值 -100，

即此兩數乘積的最小值為 -100。

拋物線與 x 軸的兩個交點，對稱於拋物線的對稱軸。



教學眉批

- 例題 1 另解：
  令 $a=1$、$b=20$
  $\because a>0$
  $\therefore$函數在
  $x=-\dfrac{b}{2a}=-10$
  有最小值
  $y=(-10)^2+20\times(-10)=-100$。

基會試題

- 93 基測 I 第 22 題

備課教學資源

- 補救教學・計算 Basic 1-3
- 免試加強類題本 1-3

93 基測 I 第 22 題 搭配例 1

- (C) 有一算式$(50-\square)\times(\square+10)$，其中兩個□內規定皆填入相同的正整數。例如：當□填入 1 時，$(50-1)\times(1+10)=539$，即此算式的值爲 539。求此算式的最大值爲何？
  (A) 700 (B) 800 (C) 900 (D) 1000

隨堂練習

已知甲、乙兩數的和為 9，求甲、乙兩數乘積的最大值。

設兩數分別為 x、$9-x$，兩數的乘積為 y，

則可列得 $y=x(9-x)=-x^2+9x=-(x-\frac{9}{2})^2+\frac{81}{4}\leq\frac{81}{4}$，

故 $x=\frac{9}{2}$ 時，y 有最大值 $\frac{81}{4}$，

即兩數乘積的最大值為 $\frac{81}{4}$。

例 2 平方和問題

搭配習作 P14 基礎題 2

數線上有三點 $A(-4)$、$B(-1)$、$C(8)$，若 $P(x)$ 為數線上的任一點，求 P 點到 A、B、C 三點距離平方和的最小值。

解

設 $\overline{PA}^2+\overline{PB}^2+\overline{PC}^2$ 的值為 y，

則可列得 $y=(x+4)^2+(x+1)^2+(x-8)^2$，

$$\begin{aligned}\therefore y&=3x^2-6x+81\\&=3(x^2-2x)+81\\&=3(x^2-2x+1^2-1^2)+81\\&=3(x-1)^2+78\geq78\end{aligned}$$

故 $x=1$ 時，y 有最小值 78，

即 P 點到 A、B、C 三點距離平方和的最小值為 78。

$\overline{PA}=|x-(-4)|$
$=|x+4|$
$\therefore\overline{PA}^2=|x+4|^2=(x+4)^2$

$\because 3(x-1)^2\geq0$
$\therefore y=3(x-1)^2+78\geq78$

隨堂練習

數線上有兩點 $A(-3)$、$B(5)$，若 P 為 $\overline{AB}$ 上的任一點，請問 P 點坐標為多少時，$\overline{PA}^2+\overline{PB}^2$ 有最小值？此時的最小值為何？

設 P 點坐標為 x，$\overline{PA}^2+\overline{PB}^2$ 的值為 y，

則可列得 $y=(x+3)^2+(x-5)^2$

$$\begin{aligned}&=2x^2-4x+34\\&=2(x-1)^2+32\geq32\end{aligned}$$

故 $x=1$ 時，y 有最小值 32，

即 P 點坐標為 1 時，$\overline{PA}^2+\overline{PB}^2$ 有最小值為 32。

教學眉批

- 例題 2 另解：
  令 $a=3$、$b=-6$
  $\because a>0$
  $\therefore$ 函數在
  $x=-\frac{b}{2a}=1$
  有最小值
  $y=3\times1^2-6\times1+81=78$。
- 平方和的問題有時候常伴隨著計算面積的題型，如下的演練題，教師可讓學生多做不同題型的練習。

會考觀測站－基礎演練題 搭配例 2

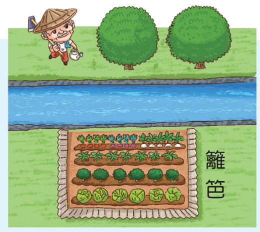
- 已知 $a=3b-1$，則 a^2-b^2 是否有最大值或最小值爲何？

有最小值 $-\frac{1}{8}$

例 3 定長圍方問題

搭配習作 P15 基礎題 3

如圖，爺爺想用 60 公尺的籬笆，在河邊圍成一個長方形的區域，若河邊不圍籬笆，則所能圍出最大的長方形面積是多少平方公尺？

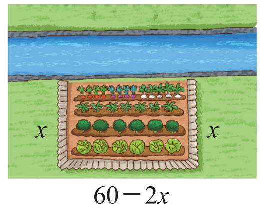


解 設此長方形垂直於河邊的邊長為 x 公尺，面積為 y 平方公尺，

∵籬笆長 60 公尺，

∴平行河邊的邊長為 $(60-2x)$ 公尺，

則可列得二次函數為 $y=x(60-2x)$，



$$\begin{aligned}\therefore y&=60x-2x^2\\&=-2(x^2-30x)\\&=-2(x^2-30x+15^2-15^2)\\&=-2(x-15)^2+450\leq 450\end{aligned}$$

∵ $-2(x-15)^2\leq 0$

∴ $y=-2(x-15)^2+450\leq 450$

故 $x=15$ 時，y 有最大值 450，

即所能圍出最大的長方形面積為 450 平方公尺。

隨堂練習

搭配習作 P15 基礎題 4

菜農想用長 36 公尺的籬笆圍成一長方形的菜圃，則應如何圍才能圍成最大的面積？此最大面積是多少？

設菜圃的長為 x 公尺，面積為 y 平方公尺，

∴寬為 $(36\div 2)-x=18-x$（公尺），

則可列得 $y=x(18-x)$

$$\begin{aligned}&=-x^2+18x\\&=-(x-9)^2+81\leq 81，\end{aligned}$$

故 $x=9$ 時，y 有最大值 81，

即菜圃圍成邊長 9 公尺的正方形時，面積最大為 81 平方公尺。

教學眉批

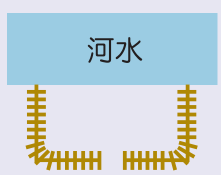
- 例題 3 另解：
  令 $a=-2$、$b=60$
  ∵ $a<0$
  ∴函數在
  $x=-\dfrac{b}{2a}=15$
  有最大值
  $y=60\times 15-2\times 15^2=450$。
- 另解：
  ∵ $y=x(60-2x)$ 的圖形開口向下，且與 x 軸交於 $(0,0)$、$(30,0)$，
  ∴在 $x=\dfrac{0+30}{2}=15$ 時，$y=15\times(60-2\times 15)=450$
  即 y 有最大值 450。
- 將限制條件由內文中刪除，是為了降低學生的學習困難，教師在教學時，可適時提醒學生需檢驗答案是否符合原問題情境。

基會試題

- 105 會考非選擇第 2 題

會考觀測站－精熟演練題 搭配例 3

- 如圖，爸爸用 37 公尺的籬笆，在河邊圍成一個長方形的區域，若把河邊當成長方形的一邊不圍，另一邊的中間留 3 公尺作出入口不圍，則所能圍出最大的長方形面積是多少平方公尺？
  200 平方公尺



例 4 最高收入問題

好玩旅行社推出南臺灣鐵道之旅，預定人數為 20 人，每人收 3200 元，若人數達到 20 人以後，每增加 1 人，則每人減收 100 元。當增加多少人時，旅行社才能收到最多的錢？最多共可收到多少元？

解 設增加 x 人，參加人數為 $(20+x)$ 人，旅行社共收到 y 元，

由於此時每人減收 $100x$ 元，

因此每人收費為 $(3200-100x)$ 元。

故可列得 $y=(20+x)(3200-100x)$，

$\therefore y=-100x^2+1200x+64000$

$=-100(x^2-12x)+64000$

$=-100(x^2-12x+6^2-6^2)+64000$

$=-100(x-6)^2+67600\leq 67600$

$\because -100(x-6)^2\leq 0$
$\therefore y=-100(x-6)^2+67600$
≤ 67600

故 $x=6$ 時，y 有最大值 67600。

即增加 6 人時，旅行社收到最多的錢，最多共可收到 67600 元。

隨堂練習

搭配習作 P16 基礎題 5

果農在橘子園種了 40 棵橘子樹，每棵橘子樹年產 1000 個橘子，若每加種 1 棵橘子樹，則每棵橘子樹年產量會少 20 個橘子。果農應加種幾棵橘子樹，才能使此橘子園的橘子產量達到最大？此時最大產量為多少個？

設加種 x 棵，共有 $(40+x)$ 棵橘子樹，橘子產量為 y 個，

因此每棵年產量為 $(1000-20x)$ 個，

則可列得 $y=(40+x)(1000-20x)$

$=-20x^2+200x+40000$

$=-20(x-5)^2+40500\leq 40500$

故 $x=5$ 時，y 有最大值 40500，

即加種 5 棵橘子樹，產量最大為 40500 個。

教學眉批

- 當二次函數可寫成兩因式乘積的形式時（如例題 1、例題 3 與例題 4），因為容易找到與 x 軸的兩交點坐標，所以可根據這組對稱點來求得頂點坐標，教師可視情況補充這個解法。以例題 4 說明如下：
與 x 軸交點為 $(-20,0)$、$(32,0)$
$\therefore$ 頂點的 x 坐標為 $\dfrac{-20+32}{2}=6$
$\because x^2$ 項係數為負
$\therefore x=6$ 時，$y=67600$ 為最大值。
- 將限制條件由內文中刪除，是為了降低學生的學習困難，教師在教學時，可適時提醒學生需檢驗答案是否符合原問題情境。

會考觀測站－基礎演練題 搭配例 4

- 某貨運公司現有 100 公噸的貨物正在裝載，每公噸可收費 200 元，估計每等待 1 天，可增加 20 公噸的載貨量，但每公噸的收費減少 10 元，若貨運公司要收到最多的錢，則貨物應該多等幾天？最多可收到多少元？
多等 7 天或 8 天，最多可收 31200 元

活動 2 了解開口向下的抛物線與 x 軸的交點，即爲物體在抛射運動時的起點與落點。

教學眉批

- 擊球點是球飛行的起點，此時球飛行的距離爲 0，因此其 x 坐標爲 0，即圖形與 y 軸的交點。
- 球飛行的水平距離指圖形中原點 O 至右方抛物線與 x 軸的交點，若有學生誤以爲是抛物線與 x 軸相交的兩點距離，教師要加以釐清。

基會試題

- 90 基測 II 第 22 題
- 98 基測 I 第 22 題

例 5 抛體運動問題

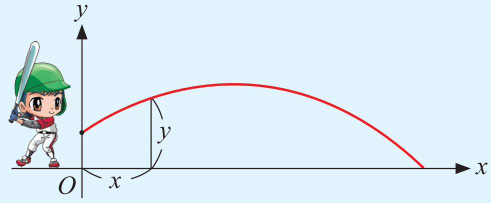
搭配習作 P16 基礎題 6

職棒選手松井擊出一支安打，棒球行進的路線如下圖，已知球飛行的水平距離為 x 呎時，球離地面的高度為 y 呎，這兩者滿足關係式 $y=-\dfrac{1}{800}(x^2-300x-3100)$，回答下列問題：（1 呎≒0.305 公尺）

(1) 擊球點離地面多少呎？

(2) 球飛行途徑的最高點離地面多少呎？

(3) 從擊球點到球落地時，飛行的水平距離是多少呎？



解

(1) ∵擊球點為抛物線與 y 軸的交點，

故將 $x=0$ 代入 $y=-\dfrac{1}{800}(x^2-300x-3100)$，

得 $y=\dfrac{31}{8}$，即擊球點離地面 $\dfrac{31}{8}$ 呎。

(2) ∵ $y=-\dfrac{1}{800}(x^2-300x-3100)$

$=-\dfrac{1}{800}(x^2-300x+150^2-150^2-3100)$

$=-\dfrac{1}{800}[(x-150)^2-25600]$

$=-\dfrac{1}{800}(x-150)^2+32\leq 32$

∴當 $x=150$ 時，y 有最大值 32，

即球飛行途徑的最高點離地面 32 呎。

(3) 球落地時，離地面的高度是 0 呎，

故將 $y=0$ 代入 $y=-\dfrac{1}{800}(x^2-300x-3100)$，

得 $-\dfrac{1}{800}(x^2-300x-3100)=0$

$-\dfrac{1}{800}(x-310)(x+10)=0$

$x=310$ 或 $x=-10$（不合）

∴球飛行的水平距離是 310 呎。

98 基測 I 第 22 題

搭配例 5

- (B) 向上發射一枚砲彈，經 x 秒後的高度爲 y 公尺，且時間與高度的關係爲 $y=ax^2+bx$。若此砲彈在第 7 秒與第 14 秒時的高度相等，則在下列哪一個時間的高度是最高的？
  (A) 第 8 秒　(B) 第 10 秒　(C) 第 12 秒　(D) 第 15 秒

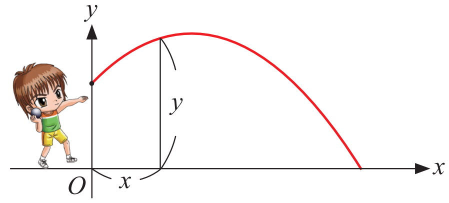
隨堂練習

鉛球選手銘煌擲出一球，鉛球的行進路線如下圖，已知球飛行的水平距離為 x 公尺時，球離地面的高度為 y 公尺，這兩者滿足關係式 $y=-\dfrac{1}{25}(x^2-20x-44)$，回答下列問題：

(1)擲球點離地面多少公尺？

(2)球飛行途徑的最高點離地面多少公尺？

(3)從擲球點到球落地時，飛行的水平距離是多少公尺？



(1)將 $x=0$ 代入 $y=-\dfrac{1}{25}(x^2-20x-44)$，

得 $y=\dfrac{44}{25}$，即擲球點離地面 $\dfrac{44}{25}$ 公尺。

(2)$y=-\dfrac{1}{25}(x^2-20x-44)$

$=-\dfrac{1}{25}(x-10)^2+\dfrac{144}{25}\leq\dfrac{144}{25}$

∴當 $x=10$ 時，y 有最大值 $\dfrac{144}{25}$，

即球飛行途徑的最高點離地面 $\dfrac{144}{25}$ 公尺。

(3)將 $y=0$ 代入 $y=-\dfrac{1}{25}(x^2-20x-44)$，

得 $-\dfrac{1}{25}(x^2-20x-44)=0$

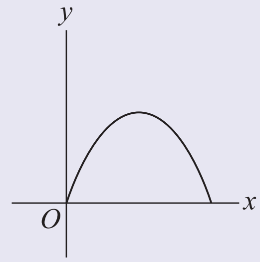
$-\dfrac{1}{25}(x-22)(x+2)=0$

$x=22$ 或 $x=-2$（不合）

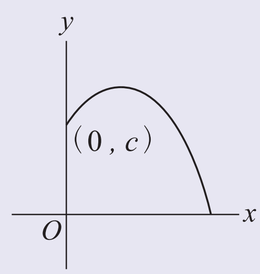
∴球飛行的水平距離為 22 公尺。

教學眉批

■一般的拋物體，若從原點拋出，其函數為 $y=-ax^2+bx$，其中 a、b 均為正數。



■若從某高處拋出物體，其函數為 $y=-ax^2+bx+c$，其中 a、b、c 均為正數，而圖形與 y 軸交點坐標為 $(0, c)$。



數學小語錄

每一個目標，我都要它停留在我的眼前，從第一道曙光初現開始，一直保留，慢慢展開，直到整個大地光明為止。

——牛頓（Sir Isaac Newton，1643-1727）

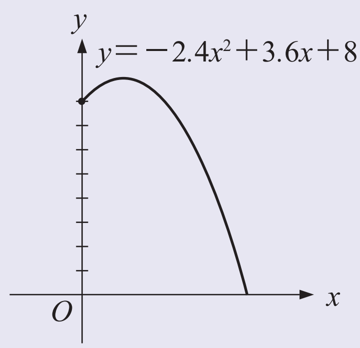
會考觀測站－基礎演練題　搭配隨堂

■在時間 $t=0$ 秒時，跳水選手永永從離水面高 8 公尺的平臺跳下，如右圖所示，已知在 x 秒時，永永離水面的高度為 $y=-2.4x^2+3.6x+8$，則：

(1) 當永永起跳後幾秒會到達最高點？

(2) 此時離水面最大距離為多少公尺？

(1) $\dfrac{3}{4}$ 秒　　(2)9.35 公尺



教學眉批

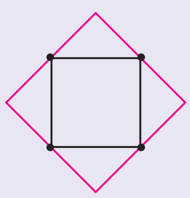
- 例題 6 是較複雜的題型，教師可引導學生把題目敘述轉換成坐標的方式，更容易解題。

課轉Q 關鍵提問

- 例 6，O 點坐標為 $(0\ ,\ 0)$，則 A、B 兩點的坐標為何？
答：$A(-2,-1)$、$B(2,-1)$。

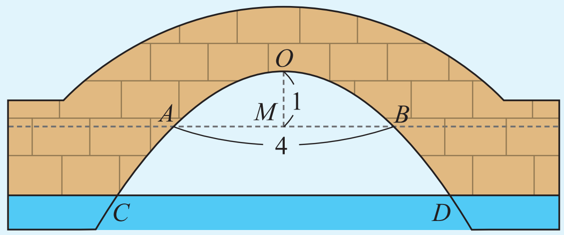
活化體驗站　趣味數學

- 如下圖，正方形上有 4 個黑色頂點，如何畫出一個新的正方形，其面積為原來的 2 倍，且通過此 4 個頂點？

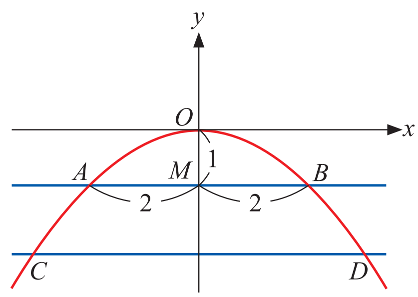


例 6 拱橋問題

有一拱橋的橋孔為二次函數的拋物線造型，其側面如下圖所示。當橋孔內水面寬 $\overline{AB}$ 為 4 公尺時，橋孔頂（拋物線頂點）至水面距離 $\overline{OM}$ 為 1 公尺，若水面下降到距離橋孔頂 $\frac{9}{4}$ 公尺，此時橋孔內水面的寬 $\overline{CD}$ 是多少公尺？



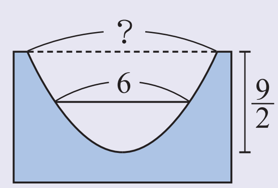
解　如圖，將通過 O 點與水面平行的直線當成 x 軸，
通過 O 點與 x 軸垂直的直線當成 y 軸，
故 B 點坐標為 $(2\ ,-1)$，
設此拋物線為 $y=ax^2$，
將 $B(2\ ,-1)$ 代入上式，
可得 $a=-\frac{1}{4}$，
故此拋物線為 $y=-\frac{1}{4}x^2$。



將 C 點與 D 點的 y 坐標 $-\frac{9}{4}$ 代入此拋物線，
可得 $-\frac{9}{4}=-\frac{1}{4}x^2$
$x=\pm 3$
$\therefore C(-3\ ,-\frac{9}{4})$、$D(3\ ,-\frac{9}{4})$。
故 $\overline{CD}=6$ 公尺。

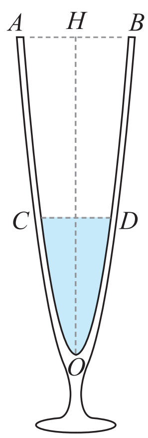
會考觀測站－基礎演練題　搭配例 6

- 有一個 U 型滑板競技場，其截面為拋物線，場內最大深度為 $\frac{9}{2}$ 公尺，若在場內深度一半的地方，測量其寬度為 6 公尺，則此場地上方的最大寬度為多少公尺？
$6\sqrt{2}$ 公尺



隨堂練習

右圖為一杯子的側面圖，內緣為二次函數的拋物線造型，杯內深度 $\overline{OH}$ 為 18 公分，杯口寬度 $\overline{AB}$ 為 6 公分，當杯內水深 8 公分時，水面寬度 $\overline{CD}$ 是多少公分？



把 O 點當作坐標平面的原點$(0, 0)$，則 B 點為$(3, 18)$，

設此拋物線為 $y=ax^2$，將 $B(3, 18)$代入，可得 $a=2$，

則此拋物線為 $y=2x^2$，

將 C、D 兩點的 y 坐標 8 代入此拋物線，

可得 $x=\pm 2$，$\therefore C(-2, 8)$、$D(2, 8)$，

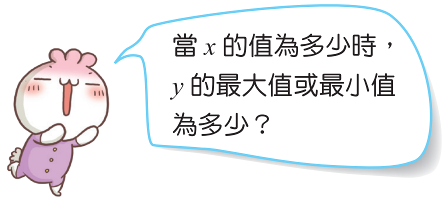
故 $\overline{CD}=|2-(-2)|=4$(公分)。

重點回顧

二次函數的應用問題

已知兩數的差為 6，求此兩數乘積的最小值。

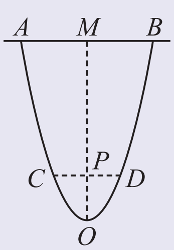
解題步驟：

步驟 1	依題意假設	
	已知兩數的差為 6	設兩數分別為 x、$x+6$，乘積為 y。
步驟 2	依題意的敘述，列出二次函數	
	兩數乘積	$y=x(x+6)$
步驟 3	求出二次函數的最大值或最小值	
		$y=x(x+6)$ $=x^2+6x$ $=(x+3)^2-9\geq -9$ 當 $x=-3$ 時，y 有最小值 -9。
步驟 4	依題意作答	
	求最小值	即此兩數乘積的最小值為 -9。

會考觀測站－基礎演練題　搭配隨堂

■ 如圖，蓄水池的側面為拋物線的造型，O 為最低點，當水深 $\overline{OM}=16$ 公尺時，水面寬 $\overline{AB}=12$ 公尺，若水深 $\overline{OP}=4$ 公尺時，則水面寬 $\overline{CD}$ 為多少公尺？

6 公尺



關鍵提問

■ 隨堂，O 點坐標為$(0, 0)$，則 A、B 兩點的坐標為何？

答：$A(-3, 18)$、$B(3, 18)$。

教學眉批

■ 教師可提醒學生，先把題目敘述轉換成坐標的方式，更容易解題。

■ 通常把頂點設在原點，令拋物線的方程式為 $y=ax^2$ 比較好處理。

活化體驗站　趣味數學

■ 有 3 個正整數，其乘積與和相等，則此 3 數為何？

1、2、3。

備課教學資源

■ 免試基礎講堂 1-3

■ 隨堂輕鬆考第 9、10 回

■ 免試精熟本 1-3

1-3自我評量

基會試題

- 106 會考第 22 題

教學眉批

- 第 2 題的函數因爲多了常數 π，雖然配方過程不變，但學生可能會不知如何著手。教師可提醒學生仍是從「提出 x^2 項的係數」開始，並鼓勵學生思考與解題。

課轉Q 關鍵提問

- 自評 2，兩圓的位置關係有哪些呢？
  答：外離、外切、相交於兩點、內切、內離（同心圓）。
- 自評 3，梯形的面積公式爲何？
  答：（上底＋下底）×高÷2 或梯形兩腰中點連線段的長×高。

1 已知甲數的 4 倍與乙數的和為 80，回答下列問題： 課 P52 例 1

(1)若甲數為 x，用 x 的式子表示乙數。

(2)當 x 為多少時，甲、乙兩數的乘積最大？

(1) $4\cdot x+$乙數$=80$，乙數$=80-4x$。

(2)設甲、乙兩數的乘積為 y，

則可列得 $y=x(80-4x)=-4x^2+80x$

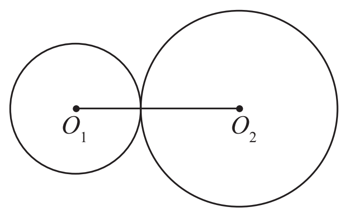
$=-4(x-10)^2+400\leq 400$

故 $x=10$ 時，y 有最大值 400，

即 $x=10$ 時，甲、乙兩數的乘積最大。

答：(1) $80-4x$，(2) 10。

2 如圖，圓 O_1 與圓 O_2 外切，連心線段 $\overline{O_1O_2}$ 為 6，則兩圓面積和的最小值是多少？（圓周率以 π 表示） 課 P53 例 2



設兩圓半徑為 x、$6-x$，兩圓面積和為 y，

則可列得 $y=x^2\pi+(6-x)^2\pi$

$=2x^2\pi-12x\pi+36\pi$

$=2\pi(x-3)^2+18\pi\geq 18\pi$

故 $x=3$ 時，y 有最小值 18π，

即兩圓面積和最小為 18π。

答：18π。

3 若一梯形的高與上底的和為 6，高與下底的和為 12，則此梯形面積的最大值是多少？ 課 P54 隨堂

設高為 x，梯形面積為 y，

則上底為 $6-x$，下底為 $12-x$，

則可列得 $y=\dfrac{(6-x+12-x)x}{2}=-x^2+9x$

$=-(x-\dfrac{9}{2})^2+\dfrac{81}{4}\leq\dfrac{81}{4}$

故 $x=\dfrac{9}{2}$ 時，y 有最大值 $\dfrac{81}{4}$，

即梯形面積最大為 $\dfrac{81}{4}$。

答：$\dfrac{81}{4}$。

備課教學資源

- 會考 100 分 1-3
- 會考基礎卷 1-3
- 會考精熟卷 1-3
- 段考精選試題 1-3

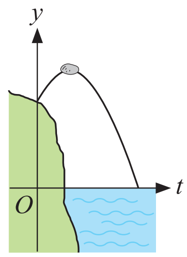
會考觀測站－基礎演練題 搭配自評第 1 題

- 甲、乙、丙三數，若甲數比丙數大 13，且丙數比乙數大 27，則當丙數爲多少時，甲、乙兩數的乘積會最小？
  當丙數爲 7 時，甲、乙的最小乘積爲 -400

4 某團購網上有涼椅拍賣活動，每張售價 1200 元，若團購數量達到 100 張以後，每增加 1 張，則售價減少 10 元。當團購數量增加多少張時，此拍賣活動才能收到最多的錢？最多共可收到多少元？ 課 P55 例 4

設增加 x 張，團購數量共有 $(100+x)$ 張涼椅，拍賣活動共收到 y 元，
因此每張涼椅售價為 $(1200-10x)$，
則可列得 $y=(100+x)(1200-10x)$
$=-10x^2+200x+120000$
$=-10(x-10)^2+121000\leq 121000$
故 $x=10$ 時，y 有最大值 121000，
即增加 10 張時，拍賣活動會收到最多的錢，
共可收到 121000 元。 答：10 張；121000 元。

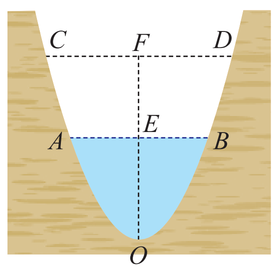
5 如圖，在高出海面 18 公尺的岩石上，向海面上空拋出石子，已知高度 y 公尺為時間 t 秒的函數，這兩者的關係式為 $y=-2t^2+16t+18$，則石子落入海面前，在空中經過幾秒？ 課 P56 例 5



將 $y=0$ 代入 $y=-2t^2+16t+18$，
得 $-2t^2+16t+18=0$
$-2(t-9)(t+1)=0$
$t=9$ 或 $t=-1$（不合）
∴石子落海前，在空中經過 9 秒。

答：9 秒。

6 如圖，某河道的截面形如拋物線，O 為最低點，當水深 $\overline{OE}$ 為 9 公尺時，水面寬 $\overline{AB}$ 為 12 公尺，則水深 $\overline{OF}$ 為 16 公尺時，此時水面寬 $\overline{CD}$ 是多少公尺？ 課 P58 例 6



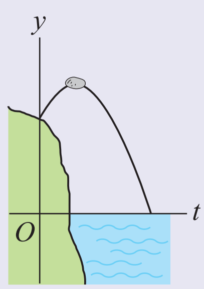
把 O 點當作坐標平面的原點 $(0,0)$，則 B 點為 $(6,9)$，
設此拋物線為 $y=ax^2$，
將 $B(6,9)$ 代入 $y=ax^2$，可得 $a=\frac{1}{4}$，
故此拋物線為 $y=\frac{1}{4}x^2$，
當 $\overline{OF}=16$，即表示 $y=16$，
將 $y=16$ 代入 $y=\frac{1}{4}x^2$，可得 $x=\pm 8$，
∴$C(-8,16)$、$D(8,16)$，
故 $\overline{CD}=|8-(-8)|=16$。 答：16 公尺。

教學眉批

- 教師可利用下方的補充問題，幫學生補充另一種題型。
- 第 6 題：教師可提醒學生，先把題目敘述轉換成坐標的方式，再來解題。

會考觀測站－基礎演練題　搭配自評第 5 題

- 如圖，在高出海面 18 公尺的岩石上，向海面上空拋出石子，已知高度 y 公尺為時間 t 秒的函數，這兩者的關係式為 $y=-2t^2+16t+18$，則幾秒後石子達到最高點？
4 秒



備課教學資源

- 會考 100 分第 1 章
- 會考基礎卷第 1 章
- 會考精熟卷第 1 章
- 隨堂輕鬆考第 11、12 回

教學眉批

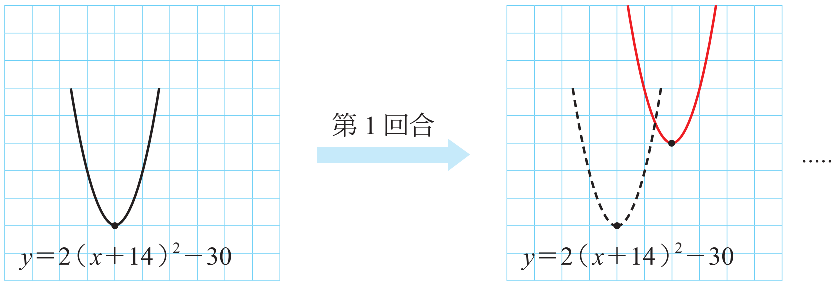
- 在第(1)題中，學生若每回合平移找答案，到第(2)題時，再利用第(1)題每回合的結果，直接找出答案，教師也應給予鼓勵。
- 若學生用每回合平移的方式找答案，教師可重新布題「如果連續平移 50 回合時，頂點坐標在哪？」藉此讓學生明白，直接找答案的繁瑣，來說明這樣的方法在某些題型上比較不適合。
- 教師可參考 P87～89 的評分指引與得分範例。

62

自我挑戰

本單元為統整課程，屬附加學習，由學生自行挑戰，教師可視班級情況而自行決定如何運用。

已知二次函數 $y=2(x+14)^2-30$，念玉每回合皆將此二次函數的圖形往右平移 2 個單位，且往上平移 3 個單位，如圖所示，請回答下列問題，並寫出你的計算過程。



(1) 若念玉如此連續平移 11 回合，求此時的頂點坐標為何？

解 $y=2(x+14)^2-30$ 的頂點坐標為 $(-14,-30)$，

$-14+2\times11=8$，

$-30+3\times11=3$，

故第 11 回合的頂點坐標為 $(8,3)$。

答：$(8,3)$。

(2) 承上題，這 11 回合中，頂點落在第四象限的是哪幾個回合？

解 第 k 回合的頂點坐標為 $(-14+2k,-30+3k)$，

∵頂點落在第四象限，

∴$-14+2k>0$ 且 $-30+3k<0$，

解得 $k>7$ 且 $k<10$，

即 $7<k<10$，

又 k 為整數，

故 $k=8$、9 時，頂點落在第四象限。

答：第 8、9 回合。

解答 P163

會考觀測站－基礎演練題　搭配自我挑戰

- 已知二次函數 $y=-3(x-24)^2+39$，雅平每回合皆將此二次函數的圖形往左平移 4 個單位，且往下平移 3 個單位，回答下列問題：
  (1) 若雅平如此連續平移 30 回合，此時的頂點坐標爲何？
  (2) 承上題，在連續平移的 30 回合中，頂點落在 x 軸上的是第幾回合？
  (1) $(-96,-51)$　(2) 第 13 回合