

九年級第10次數學(五)平時考

範圍：3-2 三角形與多邊形的心(II)

年 班 座號
姓名： _____

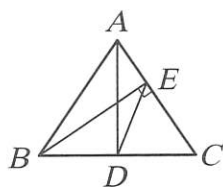
基礎學力題

題目皆取材自課本、習作，為段考需具備的基本能力，請仔細作答！

一、選擇題：每題4分，共40分

- (C) 1. 利用尺規作圖，如何找出一個三角形的重心？
 (A) 作任兩內角的角平分線的交點
 (B) 作任兩邊的中垂線的交點
 (C) 作任兩邊中線的交點
 (D) 作任兩邊高的交點

- ★(C) 2. 如右圖， $\triangle ABC$ 中， \overline{AD} 為中線， $\overline{BE} \perp \overline{AC}$ ，已知 $\overline{BC} = 14$ ，則 $\overline{DE} = ?$



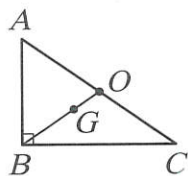
\overline{AD} 為中線，則 D 為直角 $\triangle BCE$ 的外心， $\overline{BD} = \overline{CD} = \overline{DE}$ 。

2. $\because D$ 為直角 $\triangle BCE$ 的外心
 $\therefore \overline{BD} = \overline{CD} = \overline{DE} = \frac{1}{2} \overline{BC} = 7$
 3. 內切圓半徑 $= \frac{3+4-5}{2} = 1$
 面積 $= \pi \times 1^2 = \pi$ (平方單位)

- (A) 3. 已知直角三角形的三邊長分別為 3、4、5，則內切圓面積為多少平方單位？
 (A) π (B) 4π
 (C) 3π (D) 9π

- (D) 4. 設 G 為 $\triangle ABC$ 的重心，且 \overline{AD} 、 \overline{BE} 、 \overline{CF} 為三中線，若 $\overline{AD} + \overline{BE} + \overline{CF} = 18$ ，則 $\overline{AG} + \overline{BG} + \overline{CG} = ?$
 4. $\overline{AG} + \overline{BG} + \overline{CG} = \frac{2}{3} (\overline{AD} + \overline{BE} + \overline{CF}) = \frac{2}{3} \times 18 = 12$
 (A) 6 (B) 8
 (C) 10 (D) 12

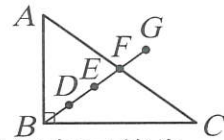
- (A) 5. 如右圖，已知 G 為直角 $\triangle ABC$ 的重心， O 為 $\triangle ABC$ 的外心，若斜邊長為 18，則 $\overline{OG} = ?$



5. $\overline{BO} = \frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{1}{2} \times 18 = 9$
 $\overline{OG} = \frac{1}{3} \overline{BO} = \frac{1}{3} \times 9 = 3$

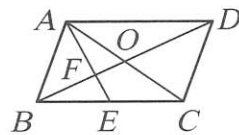
- (C) 6. 下列哪一組的心一定在三角形內部？
 (A) 內心、外心
 (B) 外心、重心
 (C) 內心、重心
 (D) 內心、外心、重心

- (B) 7. 如右圖，若 $\triangle ABC$ 為直角三角形，且 F 為 \overline{AC} 的中點， D 、 E 、 F 四等分 \overline{BG} ，則下列哪一點最有可能為 $\triangle ABC$ 的重心？



- (A) D (B) E
 (C) F (D) G

- ★(D) 8. 如右圖， $ABCD$ 為平行四邊形，若 \overline{AC} 與 \overline{BD} 相交於 O ， E 為 \overline{BC} 中點，且 $\overline{OF} = 4$ ，則 $\overline{BD} = ?$



O 、 E 分別為 \overline{AC} 、 \overline{BC} 的中點，則 F 為 $\triangle ABC$ 的重心

- (A) 12
 (B) 16
 (C) 18
 (D) 24

8. $\because F$ 為 $\triangle ABC$ 的重心
 $\therefore \overline{OF} = \frac{1}{3} \overline{BO} = 4, \overline{BO} = 12$
 故 $\overline{BD} = 2\overline{BO} = 24$

- ★(B) 9. 下列敘述何者錯誤？

- (A) 若 I 為 $\triangle ABC$ 內心，則 $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$
 (B) 若 G 為 $\triangle ABC$ 重心，則 $\angle AGC = 2\angle B$
 (C) 若 I 為 $\triangle ABC$ 內心，則 I 到三角形三邊等距離
 (D) 若 O 為 $\triangle ABC$ 外心，則 O 到三角形三頂點等距離

- ★(B) 10. 如右圖， D 為 $\triangle ABC$ 的外心， E 為 $\triangle BDC$ 的內心，若 $\angle A = 35^\circ$ ，則 $\angle BEC = ?$



- (A) 115°
 (B) 125°
 (C) 135°
 (D) 145°

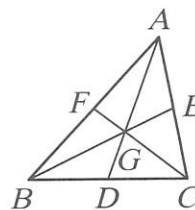
10. $\angle BDC = 2\angle A = 70^\circ$
 $\angle BEC = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 70^\circ = 125^\circ$

- 二、1. 內切圓半徑 $= \frac{23-17}{2} = 3$
 直角三角形的面積 $= \frac{1}{2} \times (17+23) \times 3 = 60$ (平方單位)

二、非選擇題：每格4分，共40分

1. 若直角三角形的斜邊長為 17，兩股和為 23，則內切圓半徑為 3，直角三角形的面積為 60 平方單位。

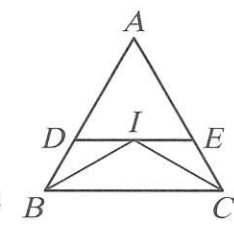
2. 如右圖， $\triangle ABC$ 的三中線 \overline{AD} 、 \overline{BE} 、 \overline{CF} 交於一點 G ，若 $\overline{AD} = 9$ ， $\overline{GE} = 3.5$ ， $\overline{CG} = 5$ ，則 $\overline{BG} + \overline{AG} - \overline{GF} =$



10.5。

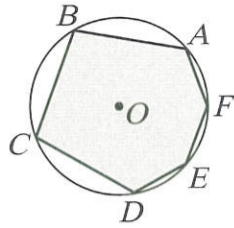
2. $\overline{BG} = 2\overline{GE} = 7, \overline{AG} = \frac{2}{3} \overline{AD} = 6, \overline{GF} = \frac{1}{2} \overline{CG} = 2.5$
 則 $\overline{BG} + \overline{AG} - \overline{GF} = 7 + 6 - 2.5 = 10.5$

- ★ 3. 如右圖，正 $\triangle ABC$ 邊長為 12，已知 I 為內心，且 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ，則 $\overline{BD} + \overline{CE} =$



$\underline{8}$ 。 $\therefore \frac{\overline{DE}}{\overline{BC}} = \frac{2}{3} \Rightarrow \overline{DE} = 8 \Rightarrow \overline{BD} + \overline{CE} = \overline{DE} = 8$

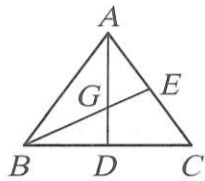
4. 如右圖， O 點為六邊形 $ABCDEF$ 的外心，若 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD}$ ， $\overline{AF} = \overline{EF} = \overline{DE}$ ，則 $\angle A =$ $\underline{120}$ 度。



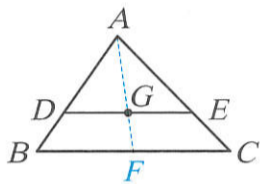
5. 正 $\triangle ABC$ 中， G 點為其三角形的重心，若 $\overline{AB} = 9$ ，則 $\overline{AG} =$ $\underline{3\sqrt{3}}$ 。

6. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A : \angle B : \angle C = 3 : 4 : 5$ ，且 G 為重心，則 $\triangle ABC$ 面積： $\triangle BCG$ 面積 = $\underline{3 : 1}$ 。

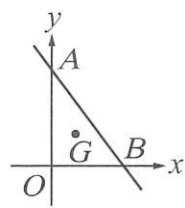
- ★ 7. 如右圖， $\overline{AB} = \overline{AC} = 5$ ， $\overline{BC} = 6$ ，且 \overline{AD} 、 \overline{BE} 為中線， G 為重心，則 $\overline{AG} =$ $\underline{\frac{8}{3}}$ ， $\overline{BG} =$ $\underline{\frac{\sqrt{97}}{3}}$ 。



- ★ 8. 如右圖， G 為 $\triangle ABC$ 的重心，過 G 作 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 交 \overline{AB} 、 \overline{AC} 於 D 、 E 兩點，若 $\triangle ADE$ 面積為 36 平方單位，則 $\triangle ABC$ 面積為 $\underline{81}$ 平方單位。



2. 如右圖，已知 O 為原點， A 點坐標為 $(0, 4)$ ， B 點坐標為 $(3, 0)$ ，求 $\triangle AOB$ 的重心 G 坐標為何？



【解】 \overline{AB} 的中點坐標為 $(\frac{3}{2}, 2)$

設直線方程式為 $y = ax + b$ ，則

過 $(0, 0)$ 、 $(\frac{3}{2}, 2)$ 的直線方程式為 $y = \frac{4}{3}x$

過 $(0, 4)$ 、 $(\frac{3}{2}, 0)$ 的直線方程式為 $y = -\frac{8}{3}x + 4$

$$\therefore \begin{cases} y = \frac{4}{3}x \\ y = -\frac{8}{3}x + 4 \end{cases} \Rightarrow x = 1, y = \frac{4}{3}$$

\therefore 重心 G 坐標為 $(1, \frac{4}{3})$ 答： $(1, \frac{4}{3})$

3. $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ， $\overline{AB} = 12\sqrt{3}$ ，求 $\triangle ABC$ 之重心到外心的距離為多少？

【解】 $\because \angle A = 90^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ \therefore \angle C = 60^\circ$

$$\Rightarrow \overline{BC} : \overline{AB} = 2 : \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \overline{BC} : 12\sqrt{3} = 2 : \sqrt{3}, \overline{BC} = 24 \quad (\leftarrow \text{給 3 分})$$

設 O 為外心， G 為重心

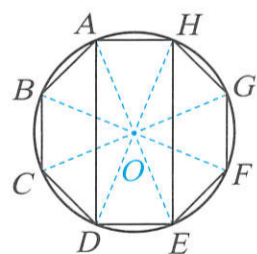


$$\therefore \overline{AO} = \frac{1}{2} \overline{BC} = 12$$

$$\overline{OG} = \frac{1}{3} \overline{AO} = \frac{1}{3} \times 12 = 4 \quad (\leftarrow \text{給 5 分})$$

答：4

4. 如右圖，有一圓內接正八邊形 $ABCDEFGH$ ，若四邊形 $ADEH$ 面積為 40 平方單位，求正八邊形 $ABCDEFGH$ 的面積為多少平方單位？



【解】連接 \overline{AE} 、 \overline{BF} 、 \overline{CG} 、 \overline{DH} ，且交於 O 點

\because 直徑所對圓周角為 90°

\therefore 四邊形 $ADEH$ 為矩形 (\leftarrow 給 2 分)

又矩形兩對角線分成 4 個等面積三角形

$$\Rightarrow \triangle AOH \text{ 面積} = \frac{1}{4} \times 40 = 10 \text{ (平方單位)}$$

故正八邊形 $ABCDEFGH$ 面積

$$= 10 \times 8 = 80 \text{ (平方單位)} \quad (\leftarrow \text{給 5 分})$$

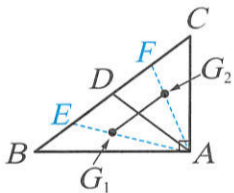
答：80 平方單位

精熟實力題

將課本、習作基礎概念連接並延伸為全國教育會考做好準備，加油！

每題 5 分，共 20 分

- ★ 1. 如右圖， $\triangle ABC$ 為直角三角形， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{AC} = 6$ ， $\overline{BD} = \overline{CD}$ ，若 G_1 為 $\triangle ABD$ 的重心， G_2 為 $\triangle ACD$ 的重心，求 $\overline{G_1G_2} = ?$



【解】連接 $\overline{AG_1}$ 、 $\overline{AG_2}$ ，延長交 \overline{BC} 於 E 、 F 兩點

$$\text{則 } \overline{AG_1} : \overline{AE} = \overline{AG_2} : \overline{AF} = 2 : 3$$

$$\therefore \overline{G_1G_2} \parallel \overline{EF} \Rightarrow \overline{G_1G_2} : \overline{EF} = 2 : 3 \quad (\leftarrow \text{給 3 分})$$

$$\text{又 } \overline{BC} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10, \overline{EF} = \frac{1}{2} \times 10 = 5$$

$$\therefore \overline{G_1G_2} : 5 = 2 : 3, \text{ 則 } \overline{G_1G_2} = \frac{10}{3} \quad (\leftarrow \text{給 5 分})$$

答： $\frac{10}{3}$

二、7. $\because \overline{AD} \perp \overline{BC}$ ，且 $\overline{BD} = \overline{CD} = 3$

$$\therefore \overline{AD} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$$

$$\text{又 } \overline{AG} = \frac{2}{3} \overline{AD} = \frac{8}{3}$$

$$\overline{GD} = \frac{1}{3} \overline{AD} = \frac{4}{3}$$

$$\therefore \overline{BG} = \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2 + 3^2} = \frac{\sqrt{97}}{3}$$

8. 連接 \overline{AG} ，且延長交 \overline{BC} 於 F
 $\triangle ADE$ 面積： $\triangle ABC$ 面積 = $\overline{AG}^2 : \overline{AF}^2 = 2^2 : 3^2$
 $36 : \triangle ABC$ 面積 = $4 : 9$

$$\triangle ABC \text{ 面積} = \frac{9 \times 36}{4} = 81 \text{ (平方單位)}$$