

答案

一、基礎題：

1. D 2. B 3. B 4. B 5. D 6. C 7. C 8. B
9. A 10. A 11. D 12. A 13. D 14. C 15. D 16. C
17. B 18. B 19. A 20. C

二、精熟題：

21. A 22. C 23. C

三、非選擇題：

1. (1) 首項 = 3, 公差 = -8 (2) -2730 2. 262 公里, 14 架

詳解

一、基礎題：

- (D) $\sqrt{2} - 1 \neq \sqrt{4} - \sqrt{3}$
⇒ 不是等差數列
- $a_{30} - a_{40} = a_1 + 29d - (a_1 + 39d) = -10d$
 $= (-10) \times (-3) = 30$
- 設首項為 a_1 , 公差為 d
$$\begin{cases} a_1 + 2d = 8 \\ a_1 + 5d = 23 \end{cases} \Rightarrow a_1 = -2, d = 5$$
- 公差 = $-19 - (-23) = 4$
設項數為 n
 $53 = -23 + (n-1) \times 4 \Rightarrow n = 20$
 $S_{20} = \frac{[(-23) + 53] \times 20}{2} = 300$
- $a_4 = 16, a_6 = 36$
 $a_6 - a_4 = 2d = 36 - 16$
⇒ $d = 10$
 $a_9 = a_6 + (9-6)d$
 $= 36 + 3 \times 10$
 $= 66$
- 設公差為 d
則 $a_{47} - a_{32} = 15d = 35 \Rightarrow d = \frac{7}{3}$
∴ (C) $a_{73} - a_{70} = 3d = 3 \times \frac{7}{3} = 7$
- ∵ 插入 n 個數
∴ $\frac{(-10 + 55)(n+2)}{2} = 270$
⇒ $45(n+2) = 540, 45n = 450, n = 10$
- ∵ b 為 -2 和 16 的等差中項
∴ $b = \frac{(-2) + 16}{2} = 7$
∵ 公差 = $7 - (-2) = 9$
∴ $a = (-2) - 9 = -11, c = 16 + 9 = 25$
故 $a + b + c = (-11) + 7 + 25 = 21$
- ∵ $S_n = n \times a_{\text{中央項}}$
且 49 項的中央項為第 $\frac{49+1}{2} = 25$ 項
⇒ $49 \times a_{25} = 1960$
∴ $a_{25} = 40$
$$\begin{cases} a + b = 8 \times 2 = 16 \\ (3a - 2b) + (a + 3b) = 41 \times 2 = 82 \end{cases}$$

⇒ $a = 22, b = -6$
∴ $a - b = 22 - (-6) = 28$

$$11. \because \frac{7}{13} = 0.538461538461\cdots$$

其小數點後 5、3、8、4、6、1 這六個數重複出現

又 $2019 \div 6 = 336 \cdots 3$

∴ 小數點後第 2019 個數是 8

$$12. \text{公差} = \frac{e-a}{4} = \frac{AE}{4} = \frac{24}{4} = 6$$

$$\text{則 } a = -17 - 3 \times 6 = -35$$

$$b = -35 + 6 = -29$$

$$\therefore a + b = -35 + (-29) = -64$$

$$13. a_1 = 3, a_2 = 5, d = a_2 - a_1 = 5 - 3 = 2$$

$$a_{300} = a_1 + (300-1) \times d$$

$$= 3 + 299 \times 2$$

$$= 601 \text{ (根)}$$

$$14. a_1 + a_2 + a_3 = 342$$

$$\Rightarrow 3a_2 = 342 \Rightarrow a_2 = 114$$

$$d = a_2 - a_1 = 114 - 108 = 6$$

$$\text{令 } a_n = a_1 + (n-1) \times d = 1000$$

$$108 + (n-1) \times 6 = 1000$$

$$\Rightarrow n \div 149.67$$

$$\therefore a_{150} \text{ 最接近 } 1000$$

$$15. d = 11 - 4 = 7$$

$$2020 = 4 + (n-1) \times 7$$

$$\Rightarrow n = 289$$

$$\text{又 } 289 \div 16 = 18 \cdots 1$$

$$\therefore \text{在第 } 19 \text{ 疊的卡片中}$$

$$16. \frac{a_5}{a_1} = 4 \Rightarrow a_5 = 4a_1$$

$$a_1 + 4d = 4a_1 \Rightarrow d = \frac{3}{4} a_1$$

$$\therefore \frac{a_{25}}{a_5} = \frac{a_1 + 24d}{a_1 + 4d} = \frac{a_1 + 18a_1}{a_1 + 3a_1} = \frac{19}{4}$$

$$17. \text{兩式相減}$$

$$\Rightarrow (a_2 - a_1) + (a_4 - a_3) + (a_6 - a_5) + \cdots + (a_{20} - a_{19}) = 40$$

$$\underbrace{d + d + d + \cdots + d}_{10 \text{ 個}} = 40$$

$$10 \times d = 40$$

$$\therefore d = 4$$

$$18. \frac{[2 \times 36 + (n-1) \times 3] \times n}{2} = 210$$

$$n^2 + 23n - 140 = 0$$

$$(n-5)(n+28) = 0$$

$$\therefore n = 5 \text{ 或 } n = -28 \text{ (不合)}$$

$$19. (a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6) + (a_6 + a_7 + a_8 + a_9 + a_{10} + a_{11})$$

$$= (a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{11}) + a_6$$

$$= 11a_6 + a_6$$

$$= 12a_6$$

$$\therefore 12a_6 = 22 + (-94) = -72$$

$$\Rightarrow a_6 = -6$$

$$20. 48 \div 3 = 16, \text{ 設三邊長分別為 } 16-d, 16, 16+d$$

$$(16-d)^2 + 16^2 = (16+d)^2 \Rightarrow d = 4$$

$$\therefore \text{三邊長分別為 } 12, 16, 20$$

$$\text{故此直角三角形的面積} = \frac{1}{2} \times 12 \times 16 = 96$$

二、精熟題：

21. $a_1 = 8, a_2 = 13, d = 13 - 8 = 5$
$$S_{20} = \frac{20 [2 \times 8 + (20 - 1) \times 5]}{2} = 1110 \text{ (個)}$$
22. $\therefore$ 兩等差數列的共同項所形成的數列也成等差
且其首項為 10，公差為 $[3, 4] = 12$
 $\therefore$ 第 10 個相同的數 $= 10 + (10 - 1) \times 12 = 118$
23. 設公差為 d ，則 d 必為 $(17 - 8)$ 、 $(29 - 17)$ 、
 $(35 - 29)$ 的公因數
 $\Rightarrow d = (9, 12, 6)$ 的公因數
 $= 3$ 的公因數
 $= 1$ (不合) 或 3
 $35 = 8 + (n - 1) \times 3, n = 10$
 $\therefore S_{10} = \frac{(8 + 35) \times 10}{2}$
 $= 43 \times 5 = 215$

三、非選擇題：

1. (1) 首項 $a_1 = S_1 = -4 \times 1^2 + 7 \times 1 = 3$
又 $a_2 = S_2 - S_1$
 $= (-4 \times 2^2 + 7 \times 2) - 3$
 $= -5$
公差 $d = a_2 - a_1 = -5 - 3 = -8$

(2) 第 31 項至第 40 項的和

$$\begin{aligned} &= S_{40} - S_{30} \\ &= (-4 \times 40^2 + 7 \times 40) - (-4 \times 30^2 + 7 \times 30) \\ &= -4 \times (40^2 - 30^2) + 7 \times (40 - 30) \\ &= -2800 + 70 = -2730 \end{aligned}$$

答：(1) 首項 = 3，公差 = -8；(2) -2730

2. 每 25 公里設置 1 架測速相機

令 $a_1 = 12, a_2 = 37, a_3 = 62, \dots$ 成一等差數列

且 $a_n = 12 + (n - 1) \times 25$

第 23 公里已經過 a_1 那架，未達 a_2 那架

$\therefore$ 數到第 10 架為 a_{11} 那架

$$a_{11} = 12 + (11 - 1) \times 25 = 262$$

故距離甲城市 262 公里

設開了 356 公里會經過 n 架測速相機

$$12 + (n - 1) \times 25 \leq 356$$

$$\Rightarrow 25(n - 1) \leq 344$$

$$\Rightarrow n - 1 \leq \frac{344}{25} = 13 \frac{19}{25}$$

$$\Rightarrow n \leq 14 \frac{19}{25}$$

$\therefore$ 經過 14 架測速相機

答：262 公里，14 架