

第2章 總習題

核心概念題

① 下列敘述正確的打○，錯誤的打×。 每題 2 分，共 12 分 每題 2 分，共 12 分

(○) (1) 圓 O 的直徑為 6，若 $\overline{OP}=3$ ，則 P 點在圓 O 上。

(×) (2) A 點為圓 O 上之一點，若直線 L 通過 A 點，則直線 L 稱為圓 O 的切線。(2) 直線 L 是圓 O 的切線或割線。

(×) (3) 在同一圓中，弦心距越長，則所對應的弦越長。(3) 對應的弦越短。

(○) (4) 兩圓的半徑分別為 r_1 、 r_2 ，連心線段長為 $\overline{O_1O_2}$ ，若以 r_1 、 r_2 及 $\overline{O_1O_2}$ 為邊長，可形成一個三角形，則圓 O_1 及圓 O_2 有 2 個交點。

(○) (5) 同一圓中，度數越大的弧，其長度越長。

(×) (6) $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$ 為圓 O 的兩弦，若 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ，則 $\widehat{AB} = \widehat{CD}$ 。
(6) $\widehat{AC} = \widehat{BD}$ 或 $\widehat{AD} = \widehat{BC}$ 。

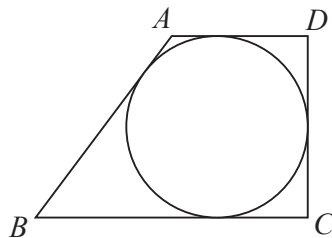
② 如圖， $\overrightarrow{AB}$ 、 $\overrightarrow{BC}$ 、 $\overrightarrow{CD}$ 、 $\overrightarrow{AD}$ 均為切線，若 $\overline{AB}=5$ ， $\overline{BC}=6$ ， $\overline{CD}=4$ ，則 $\overline{AD} = \underline{\quad 3 \quad}$ 。 5 分 4 分

∵ 四邊形 $ABCD$ 為圓的外切四邊形，

$$\therefore \overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{BC}$$

$$5 + 4 = \overline{AD} + 6$$

$$\overline{AD} = 3。$$



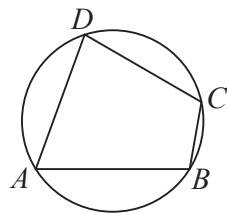
③ 如圖，四邊形 $ABCD$ 為圓內接四邊形，若 $\angle A = 70^\circ$ ，則 $\angle C = \underline{\quad 110 \quad}$ 度。 5 分 5 分

∵ 四邊形 $ABCD$ 為圓內接四邊形，

$$\therefore \angle A + \angle C = 180^\circ$$

$$70^\circ + \angle C = 180^\circ$$

$$\angle C = 110^\circ。$$

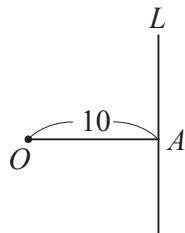


綜合演練

- ① (D) 如圖，直線 L 與 $\overline{OA}$ 垂直於 A 點， $\overline{OA}=10$ 。

以 O 為圓心， r 為半徑作一圓，則當 r 為下列哪一個值時，可使 L 為此圓的割線？ 6分 5分

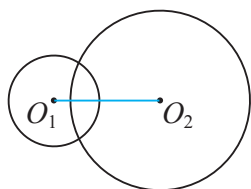
(A) 5 (B) 8 (C) 10 (D) 13



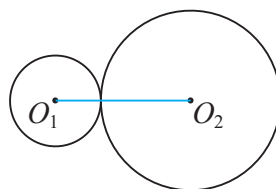
當直線 L 為圓 O 的割線時，則半徑 $>$ 直線 L 與圓心 O 的距離，
 $\therefore r > \overline{OA} = 10$ ，故答案為(D)。

- ② (C) 圓 O_1 及圓 O_2 的半徑分別為 2 公分、4 公分，若 $\overline{O_1O_2}=7$ 公分，則下列哪一個圖形可以表示圓 O_1 及圓 O_2 的位置關係？ 6分 5分

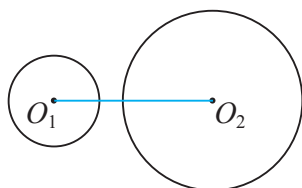
(A)



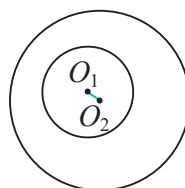
(B)



(C)



(D)



連心線段長 $\overline{O_1O_2}=7$ ，圓 O_1 和圓 O_2 的半徑和為 $2+4=6$ ，
 則圓 O_1 與圓 O_2 的位置關係為外離，故答案為(C)。

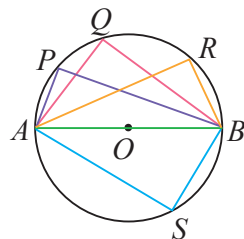
- ③ (B) 如圖， $\overline{AB}$ 為圓 O 的直徑， P 、 Q 、 R 、 S 為圓上相異四點，則下列敘述何者正確？ 6分 5分

(A) $\angle APB$ 為銳角

(B) $\angle AQB$ 為直角

(C) $\angle ARB$ 為鈍角

(D) $\angle ASB < \angle ARB$



$\therefore$ 半圓所對的圓周角皆為直角，

$\therefore \angle APB = \angle AQB = \angle ARB = \angle ASB = 90^\circ$ ，

故答案為(B)。

- ④ 如圖，兩個同心圓，其中小圓為池塘，綠色圓環為草坪，維民用一條長 10 公尺的繩子 $\overline{AB}$ 作為大圓的一弦，剛好與小圓相切，求圓環草坪的面積。

10 分 8 分

設大圓的半徑長為 R ，小圓的半徑長為 r ，

$\because \overline{AB}$ 為大圓的一弦，且與小圓相切於 M 點，

$\therefore \overline{OM} = r$ ， $\overline{OA} = R$ ， $\overline{AM} = 10 \div 2 = 5$ ，

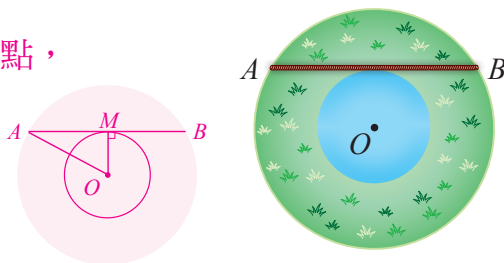
又 $\triangle OAM$ 為直角三角形，

$\therefore R^2 - r^2 = 5^2$ ，

故圓環草坪面積 $= \pi R^2 - \pi r^2 = \pi (R^2 - r^2)$

$= \pi \times 5^2 = 25\pi$ (平方公尺)。

答：25 π 平方公尺。



- ⑤ 如圖， $\triangle ABC$ 的三邊分別與圓 O 切於 P 、 Q 、 R 三點，若 $\overline{AP} = 3$ ， $\overline{BQ} = 4$ ， $\overline{CR} = 2$ ，求 $\overline{AB} + \overline{BC}$ 。

10 分 8 分

由「圓外一點到圓的兩切線段長相等」的性質可知

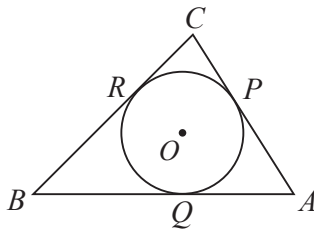
$\overline{AP} = \overline{AQ} = 3$ ， $\overline{BQ} = \overline{BR} = 4$ ， $\overline{CR} = \overline{CP} = 2$ 。

$\therefore \overline{AB} = \overline{AQ} + \overline{BQ} = 3 + 4 = 7$ ，

$\overline{BC} = \overline{BR} + \overline{CR} = 4 + 2 = 6$ ，

故 $\overline{AB} + \overline{BC} = 7 + 6 = 13$ 。

答：13。



- ⑥ 如圖， A 、 B 、 C 、 D 為圓上四點，且 $\overleftrightarrow{AB}$ 、 $\overleftrightarrow{CD}$ 交於圓外一點 P ， $\overline{AC}$ 、 $\overline{BD}$ 交於圓內 E 點，已知 $\widehat{AD} = 100^\circ$ ， $\angle P = 30^\circ$ ，求 $\angle CED$ 。

10 分 8 分

$$\angle P = \frac{1}{2} (\widehat{AD} - \widehat{BC})$$

$$30^\circ = \frac{1}{2} (100^\circ - \widehat{BC})$$

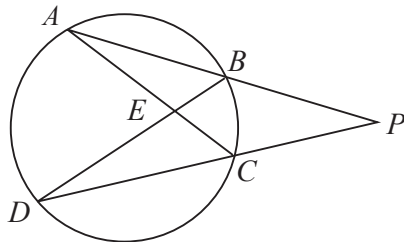
$$\widehat{BC} = 40^\circ$$

$$\angle AED = \frac{1}{2} (\widehat{AD} + \widehat{BC})$$

$$= \frac{1}{2} (100^\circ + 40^\circ) = 70^\circ$$

$$\angle CED = 180^\circ - \angle AED = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ。$$

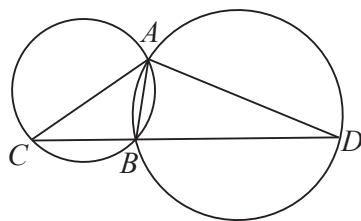
答：110°。



- ⑦ 如圖，兩圓交於 A 、 B 兩點。若 C 、 B 、 D 三點共線，且 $\widehat{BC} = 90^\circ$ ， $\angle C = 35^\circ$ ，求 $\widehat{ABD}$ 的度數。

10分 8分

$$\begin{aligned}\angle CAB &= \frac{1}{2} \widehat{BC} = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ, \\ \angle ABD &= \angle C + \angle CAB = 35^\circ + 45^\circ = 80^\circ, \\ \therefore \widehat{AD} &= 2\angle ABD = 2 \times 80^\circ = 160^\circ, \\ \text{故 } \widehat{ABD} &= 360^\circ - 160^\circ = 200^\circ.\end{aligned}$$



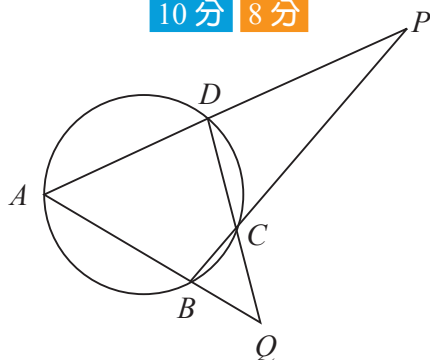
答：200°。

- ⑧ 如圖，四邊形 $ABCD$ 為圓內接四邊形，若 $\angle A = 55^\circ$ ， $\angle P = 25^\circ$ ，求 $\angle Q$ 。

10分 8分

$$\begin{aligned}\because \text{四邊形 } ABCD \text{ 為圓內接四邊形}, \\ \therefore \angle A + \angle BCD &= 180^\circ \\ \angle BCD &= 180^\circ - \angle A = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ \\ \angle PCQ &= \angle BCD = 125^\circ \\ \angle PCQ &= \angle A + \angle P + \angle Q \\ 125^\circ &= 55^\circ + 25^\circ + \angle Q \\ \angle Q &= 45^\circ.\end{aligned}$$

答：45°。



- ⑨ 如圖，直線 L 通過圓心 O 點，交圓 O 於 A 、 B 兩點， $\overline{PC}$ 交圓 O 於 C 、 D 兩點， P 點在 L 上，若 $\overline{CD} = 7$ ， $\overline{PD} = 8$ ， $\overline{AB} = 14$ ，求 $\overline{PB}$ 。

10分 8分

設 $\overline{PB} = x$ ，則 $\overline{PA} = x + 14$ ，

由圓的外幕性質可知

$$\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$$

$$(x + 14)x = (7 + 8) \times 8$$

$$x^2 + 14x = 120$$

$$(x + 20)(x - 6) = 0$$

$$x = -20 \text{ (不合) 或 } 6$$

故 $\overline{PB} = 6$ 。

答：6。

