第1章 總習題

核心概念題

1 下列敘述正確的打○，錯誤的打×。 每題2分，共10分 每題2分，共10分

(○)(1)兩個等腰直角三角形一定相似。

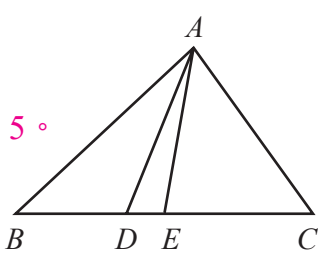
(×)(2)兩個梯形一定相似。(2)對應邊不一定成比例，對應角不一定相等。

(×)(3)兩個菱形一定相似。(3)對應角不一定相等。

(○)(4)兩個正 n 邊形一定相似。

(×)(5)兩個對應邊成比例的八邊形一定相似。(5)對應角不一定相等。

2 如圖，$\triangle ABC$ 中，$\overline{BD}=3$，$\overline{DE}=1$，$\overline{EC}=4$，下列敘述正確的打○，錯誤的打×。 每題2分，共8分 每題2分，共8分



(○)(1) $\triangle ABD$ 與 $\triangle ADE$ 的面積比是 3：1。

(×)(2) $\triangle ABD$ 與 $\triangle ADC$ 的面積比是 3：4。(2)3：5。

(○)(3) $\triangle ABC$ 與 $\triangle ADC$ 的面積比是 8：5。

(○)(4) $\triangle ABE$ 與 $\triangle ABC$ 的面積比是 1：2。

3 $\triangle ABC\sim\triangle DEF$，對應邊 $\overline{BC}$：$\overline{EF}=3$：2，則：

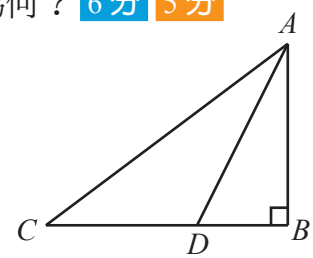
(1) $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 的周長比為 3：2 。 2分 2分

(2) $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 的面積比為 9：4 。 2分 2分

4 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 中，若 $\angle A=\angle D$，$\overline{AB}$：$\overline{DE}=\overline{AC}$：$\overline{DF}$，則 $\triangle ABC\sim\triangle DEF$ 是根據 SAS 相似性質。 2分 2分

綜合演練

1 （ ⒞ ）如圖，$\triangle ABC$ 中，$\angle ABC=90^\circ$，$\overline{AB}=6$，$\overline{AC}=10$，且 $\overline{AD}$ 平分 $\angle CAB$，則 $\triangle ABD$ 的面積：$\triangle ABC$ 的面積為何？ 6 分 5 分



⑷ 3：5　⑻ 4：5

⑽ 3：8　⑾ 5：8

$\overline{BC}=\sqrt{10^2-6^2}=8$，

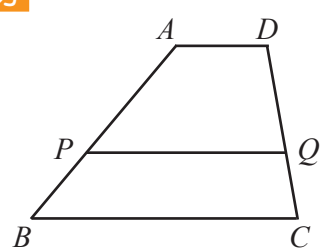
$\because \overline{AD}$ 平分 $\angle CAB$，

$\therefore \overline{CD}:\overline{BD}=\overline{AC}:\overline{AB}=10:6=5:3$，

$\overline{BD}=8\times\frac{3}{5+3}=3$，

$\triangle ABD:\triangle ABC=\overline{BD}:\overline{BC}=3:8$。

2 （ ⒞ ）如圖，四邊形 $ABCD$ 為梯形，$\overline{AD}\,//\,\overline{PQ}\,//\,\overline{BC}$，若 $\overline{DQ}=x$，$\overline{QC}=3$，$\overline{AP}=2x-3$，$\overline{PB}=4$，則 x 的值為何？ 6 分 5 分



⑷ $\frac{5}{2}$　⑻ $\frac{7}{2}$

⑽ $\frac{9}{2}$　⑾ $\frac{11}{2}$

$\because \overline{AD}\,//\,\overline{PQ}\,//\,\overline{BC}$，

$\therefore \overline{AP}:\overline{PB}=\overline{DQ}:\overline{QC}$

$(2x-3):4=x:3$

$x=\frac{9}{2}$。

3 （ ⒝ ）$\triangle ABC$ 中，已知 P、Q 兩點分別在 $\overline{AB}$、$\overline{AC}$ 上，則滿足下列哪一個條件時，$\overline{PQ}$ 和 $\overline{BC}$ 不一定平行？ 6 分 5 分

⑷ $\overline{BP}=4$，$\overline{AB}=8$，$\overline{CQ}=3$，$\overline{AC}=6$

⑻ $\overline{AP}=6$，$\overline{AB}=10$，$\overline{PQ}=3$，$\overline{BC}=5$

⑽ $\overline{AP}=8$，$\overline{BP}=10$，$\overline{AQ}=12$，$\overline{CQ}=15$

⑾ $\overline{AP}=8$，$\overline{AB}=18$，$\overline{AQ}=12$，$\overline{AC}=27$

⑷ $\overline{BP}:\overline{AB}=4:8=1:2$，$\overline{CQ}:\overline{AC}=3:6=1:2$，

$\therefore \overline{BP}:\overline{AB}=\overline{CQ}:\overline{AC}$，故 $\overline{PQ}\,//\,\overline{BC}$。

⑽ $\overline{AP}:\overline{BP}=8:10=4:5$，$\overline{AQ}:\overline{CQ}=12:15=4:5$，

$\therefore \overline{AP}:\overline{BP}=\overline{AQ}:\overline{CQ}$，故 $\overline{PQ}\,//\,\overline{BC}$。

⑾ $\overline{AP}:\overline{AB}=8:18=4:9$，$\overline{AQ}:\overline{AC}=12:27=4:9$，

$\therefore \overline{AP}:\overline{AB}=\overline{AQ}:\overline{AC}$，故 $\overline{PQ}\,//\,\overline{BC}$。

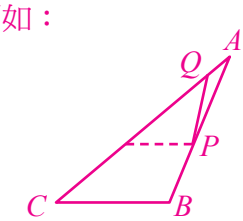
⑻ $\overline{AP}:\overline{AB}=6:10=3:5$，

$\overline{PQ}:\overline{BC}=3:5$，

雖然 $\overline{AP}:\overline{AB}=\overline{PQ}:\overline{BC}$，

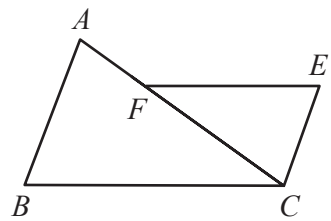
但 $\overline{PQ}$ 不一定平行 $\overline{BC}$。

例如：



④ 如圖，$\triangle ABC$ 與 $\triangle CEF$ 中，$\overline{AB}\parallel\overline{CE}$，$\overline{BC}\parallel\overline{EF}$，回答下列問題：

⑴完成下列空格說明 $\triangle ABC\sim\triangle CEF$。每格 2 分，共 10 分　每格 1 分，共 5 分



在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle CEF$ 中，

$\because\ \angle A=$ ＿$\angle ECF$＿（理由：＿$\overline{AB}\parallel\overline{CE}$＿），

$\angle ACB=$ ＿$\angle EFC$＿（理由：＿$\overline{BC}\parallel\overline{EF}$＿），

根據 ＿AA＿ 相似性質，可知 $\triangle ABC\sim\triangle CEF$。

⑵若 $\overline{AB}=21$，$\overline{AF}=10$，$\overline{EF}=20$，$\overline{CE}=14$，求 $\overline{BC}$、$\overline{CF}$。8 分　8 分

$\because\triangle ABC\sim\triangle CEF$，

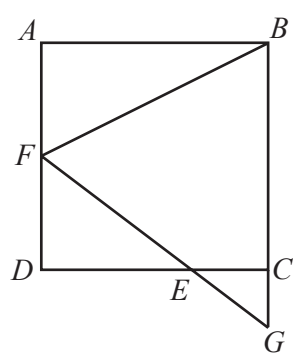
$\therefore\ \overline{AB}:\overline{CE}=\overline{AC}:\overline{CF}=\overline{BC}:\overline{EF}$

$21:14=(10+\overline{CF}):\overline{CF}=\overline{BC}:20$

$\overline{CF}=20$，$\overline{BC}=30$。

答：$\overline{BC}=30$，$\overline{CF}=20$。

⑤ 如圖，四邊形 $ABCD$ 是正方形，E、F 兩點分別在 $\overline{CD}$、$\overline{AD}$ 上，延長 $\overline{EF}$ 交 $\overleftrightarrow{BC}$ 於 G 點。若 $\overline{AB}=6$，$\overline{DE}=4$，$\overline{DF}=3$，求 $\triangle BFG$ 的面積。10 分　8 分



在 $\triangle DEF$ 與 $\triangle CEG$ 中，

$\because\angle DEF=\angle CEG$，$\angle FDE=\angle ECG=90^\circ$，

$\therefore\triangle DEF\sim\triangle CEG$（$AA$ 相似性質），

則 $\overline{DE}:\overline{CE}=\overline{DF}:\overline{CG}$

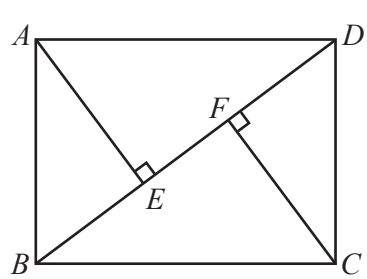
$4:(6-4)=3:\overline{CG}$

$\overline{CG}=1.5$

故 $\triangle BFG$ 的面積 $=(6+1.5)\times6\div2=22.5$。

答：22.5。

⑥ 如圖，$ABCD$ 為長方形，$\overline{AE}\perp\overline{BD}$，$\overline{CF}\perp\overline{BD}$，若 $\overline{AB}=30$，$\overline{AD}=40$，求 $\overline{BE}$、$\overline{EF}$。　10 分　8 分



$\overline{BD}=\sqrt{\overline{AB}^2+\overline{AD}^2}=\sqrt{30^2+40^2}=50$，

在 $\triangle ABD$ 中，$\because\angle BAD=90^\circ$，$\overline{AE}\perp\overline{BD}$，

$\therefore\overline{AB}^2=\overline{BE}\times\overline{BD}$

$30^2=\overline{BE}\times50$

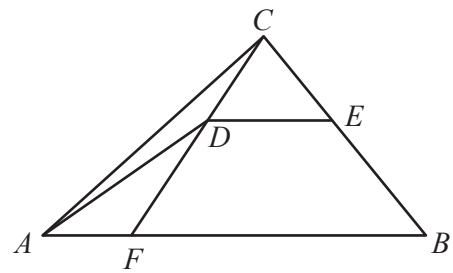
$\overline{BE}=18$

同理，$\overline{DF}=18$，

故 $\overline{EF}=\overline{BD}-\overline{BE}-\overline{DF}=50-18-18=14$。

答：$\overline{BE}=18$，$\overline{EF}=14$。

★ ⑦ 如圖，$\triangle ABC$ 中，$\overline{DE}\,//\,\overline{AB}$，$\overline{CF}$ 交 $\overline{AB}$ 於 F 點，若 $\overline{CE}=9$，$\overline{BE}=12$，$\triangle ACF$ 的面積為56，求 $\triangle ACD$ 的面積。 10分 8分



在 $\triangle BCF$ 中，

$\because \overline{DE}\,//\,\overline{FB}$，

$\therefore \overline{CE}:\overline{CB}=\overline{CD}:\overline{CF}$

$=9:(9+12)$

$=3:7$

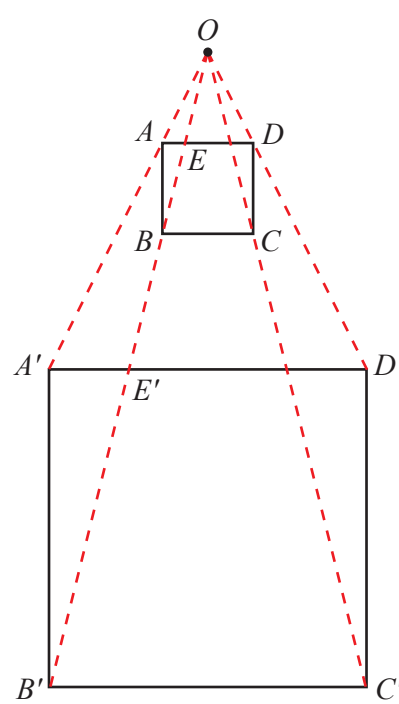
故 $\triangle ACD:\triangle ACF=\overline{CD}:\overline{CF}$

$\triangle ACD:56=3:7$

$\triangle ACD=24$。

答：24。

⑧ 如圖，以 O 點為縮放中心，將正方形 $ABCD$ 縮放成正方形 $A'B'C'D'$，且 $\overline{OB'}$ 分別與 $\overline{AD}$、$\overline{A'D'}$ 交於 E、E' 兩點，若 $\overline{OA}:\overline{AA'}=2:5$，$\triangle OAE$ 的面積為12，求四邊形 $AA'E'E$ 的面積。 10分 8分



$\because O$ 點為縮放中心，

$\therefore \triangle OA'E'$ 為 $\triangle OAE$ 的縮放圖，

則 $\triangle OA'E' \sim \triangle OAE$，

又 $\triangle OA'E':\triangle OAE=\overline{OA'}^2:\overline{OA}^2$

$\triangle OA'E':12=7^2:2^2$

$\triangle OA'E'=147$

故四邊形 $AA'E'E$ 的面積

$=\triangle OA'E'$ 的面積 $-\triangle OAE$ 的面積

$=147-12$

$=135$。

答：135。

數學閱讀練習 拍照

紫嫻是一位背包客，喜歡把旅途中美好的景色用拍照的方式記錄下來。有一次，她來到著名的大佛面前參觀，此時腦中產生了一個疑問：「有什麼方法可以知道這尊大佛究竟有多高呢？」

紫嫻思考了一下，終於想到方法了，她的想法是：「以兩手伸直張開的長度為單位，測量大佛的寬度，再量出相片中大佛的寬度和高度，就可知道這尊大佛的高度了。」

① 如果紫嫻以兩手伸直張開的長度 1.6 公尺為單位，測量到大佛的寬為 10 個單位長，再測量相片中大佛的寬為 12 公分、高為 15 公分，求此大佛的高度。 8 分

∵實際的大佛與相片中的大佛會相似，

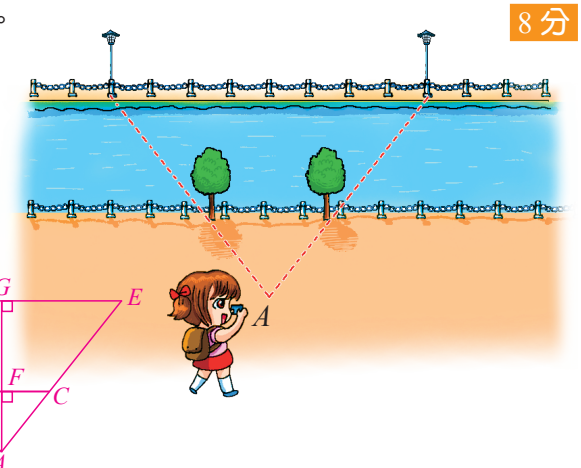
∴大佛實際的寬：相片中大佛的寬＝大佛實際的高：相片中大佛的高

（1.6×10）：0.12＝大佛實際的高：0.15

大佛實際的高＝20

答：20 公尺。

② 如果大佛的附近有一條河流，它的兩岸有一段是平行的，且對岸的岸邊每隔 40 公尺就設有一盞路燈。紫嫻站在離岸邊 10 公尺處的 A 點看著對岸，發現對岸相鄰的兩盞路燈恰好與此岸上的兩棵樹成一直線，這兩棵樹之間的距離為 16 公尺，求此河流的寬度。 8 分



如圖，作 $\overline{AG}\perp\overline{DE}$，

交 $\overline{BC}$、$\overline{DE}$ 於 F、G 兩點，

$\overline{DE}=40$，$\overline{BC}=16$，$\overline{AF}=10$，

∵$\overline{BC}\,/\!/\,\overline{DE}$，∴ $\triangle ABC\sim\triangle ADE$，

則 $\overline{BC}:\overline{DE}=\overline{AF}:\overline{AG}$

$16:40=10:\overline{AG}$

$\overline{AG}=25$

$\overline{FG}=25-10=15$，

故河流的寬度為 15 公尺。

答：15 公尺。