九年級第 6 次數學(五)平時考

範圍：2－2 圓心角、圓周角與弦切角

___年___班 座號___
姓名：___________

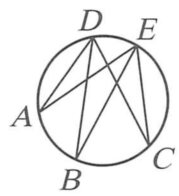
基礎學力題

題目皆取材自課本、習作，為段考需具備的基本能力，請仔細作答！

一、選擇題：每題 4 分，共 40 分

（A）1. 在同一平面上，圓 O 的直徑 $\overline{AB}$ 及一點 P，若 $\angle APB=100^\circ$，則 P 點位置在何處？
(A)在圓 O 內部　(B)在圓 O 上
(C)在圓 O 外部　(D)不確定

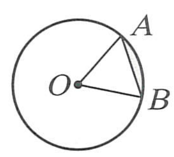
（C）2. 如右圖，若 $\angle DAE=20^\circ$，則 $\angle DBE+\angle DCE=$？



(A) 20°
(B) 30°
(C) 40°
(D) 60°

2. $\because \angle DAE=\frac{1}{2}\overset{\frown}{DE}=20^\circ$　$\therefore \overset{\frown}{DE}=40^\circ$
故 $\angle DBE+\angle DCE=\frac{1}{2}\overset{\frown}{DE}+\frac{1}{2}\overset{\frown}{DE}=\overset{\frown}{DE}=40^\circ$

★（D）3. 如右圖，圓 O 中，$\angle AOB=60^\circ$，$\overline{OA}=6$，則灰色部分的面積為多少平方單位？

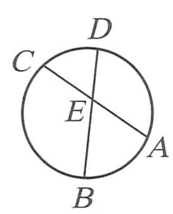


3. $\because$ $\triangle AOB$ 為正三角形
$\therefore$ 灰色部分面積 $=6^2\times\pi\times\frac{60}{360}-\frac{\sqrt{3}}{4}\times6^2$
$=6\pi-9\sqrt{3}$（平方單位）

(A) $3\pi-4\sqrt{3}$
(B) $4\pi-6\sqrt{3}$
(C) $5\pi-8\sqrt{3}$
(D) $6\pi-9\sqrt{3}$

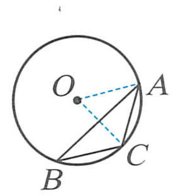
4. $\because \angle AEB=\frac{1}{2}(\overset{\frown}{AB}+\overset{\frown}{CD})$
$=\frac{1}{2}(98^\circ+40^\circ)=69^\circ$
$\therefore \angle AED=180^\circ-69^\circ=111^\circ$

（C）4. 如右圖，$\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 兩弦相交於 E 點，若 $\overset{\frown}{AB}=98^\circ$，$\overset{\frown}{CD}=40^\circ$，則 $\angle AED=$？



(A) 100°　(B) 101°
(C) 111°　(D) 121°

★（D）5. 如右圖，$\overline{AC}$ 為圓 O 的一弦，若 $\angle ABC=30^\circ$，半徑為 10，則 $\overline{AC}=$？



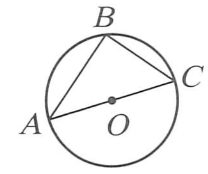
5. 連接 $\overline{OA}$、$\overline{OC}$
$\because \angle ABC=\frac{1}{2}\overset{\frown}{AC}=30^\circ$
$\therefore \overset{\frown}{AC}=60^\circ$
又 $\angle AOC=\overset{\frown}{AC}=60^\circ$
$\therefore$ $\triangle AOC$ 為正三角形
$\therefore \overline{AC}=10$

(A) 5
(B) 6
(C) 8
(D) 10

6. (A)平行弦截等弧；(B)等弦對等弧；(C)平行四邊形對角相等，又圓內接四邊形對角互補；(D)圓內接四邊形對角互補

（D）6. 下列敘述何者錯誤？
(A)圓內接梯形必為等腰梯形
(B)圓內接菱形必為正方形
(C)圓內接平行四邊形必為長方形
(D)圓內接四邊形任一組對角必相等

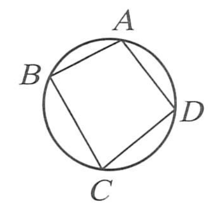
（D）7. 如右圖，$\overline{AC}$ 為圓 O 的直徑，若 $\overline{AB}=8$，$\overline{BC}=6$，則 $\triangle ABC$ 的周長為何？



7. $\because$ $\overline{AC}$ 為直徑　$\therefore \angle B=90^\circ$
又 $\overline{AC}=\sqrt{6^2+8^2}=10$
$\therefore$ $\triangle ABC$ 周長 $=6+8+10=24$

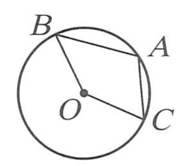
(A) 12　(B) 16
(C) 18　(D) 24

（D）8. 如右圖，$ABCD$ 為圓內接四邊形，若 $\angle A=100^\circ$，$\angle D=92^\circ$，則下列何者錯誤？



(A) $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=360^\circ$
(B) $\angle B=88^\circ$
(C) $\angle C=80^\circ$
(D) $\overline{AC}$ 垂直平分 $\overline{BD}$

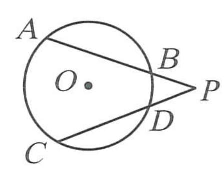
★（B）9. 如右圖，若 $\angle BAC=110^\circ$，O 為圓心，則 $\angle B+\angle C=$？



(A) 100°
(B) 110°
(C) 120°
(D) 130°

9. $\because \angle BAC=\frac{1}{2}(360^\circ-\overset{\frown}{BAC})=110^\circ$
$\therefore \overset{\frown}{BAC}=140^\circ$，$\angle BOC=140^\circ$
故 $\angle B+\angle C=360^\circ-140^\circ-110^\circ=110^\circ$

（B）10. 如右圖，$\overleftrightarrow{AB}$ 與 $\overleftrightarrow{CD}$ 交於圓 O 外一點 P，若 $\overset{\frown}{AC}=110^\circ$，$\overset{\frown}{BD}=30^\circ$，則 $\angle P=$？



(A) 30°
(B) 40°
(C) 50°
(D) 60°

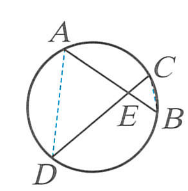
10. $\angle P=\frac{1}{2}(\overset{\frown}{AC}-\overset{\frown}{BD})=\frac{1}{2}(110^\circ-30^\circ)=40^\circ$

二、2. 連接 $\overline{AD}$、$\overline{BC}$
$\because \angle A=\angle C$，$\angle AED=\angle CEB$
$\therefore$ $\triangle AED\sim\triangle CEB$（AA 相似性質）
$\overline{AE}:\overline{CE}=\overline{DE}:\overline{BE}$
則 $\overline{AE}\times\overline{BE}=\overline{CE}\times\overline{DE}$
$9\times4=3\times\overline{DE}$，$\overline{DE}=12$

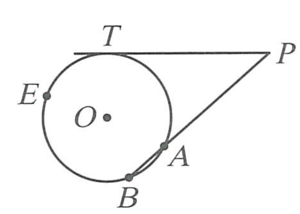
二、非選擇題：每格 4 分，共 40 分

1. 直徑或半圓所對的圓周角為＿90＿度。

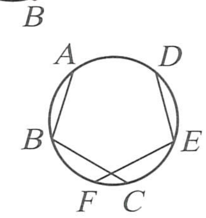
2. 如右圖，已知 $\overline{AB}$、$\overline{CD}$ 為圓內之兩弦，且相交於 E，若 $\overline{AE}=9$，$\overline{BE}=4$，$\overline{CE}=3$，則 $\overline{DE}=$＿12＿。



★ 3. 如右圖，若 P 為圓 O 外一點，$\overleftrightarrow{PT}$ 切圓 O 於 T，若 $\overset{\frown}{BET}=200^\circ$，$\overset{\frown}{AT}=120^\circ$，則 $\angle APT=$＿40＿度。

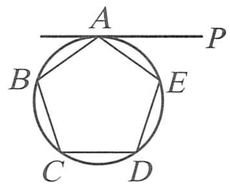


★ 4. 如右圖，若 $\overset{\frown}{AD}=80^\circ$，$\overset{\frown}{CF}=30^\circ$，則 $\angle ABC+\angle DEF=$＿205＿度。

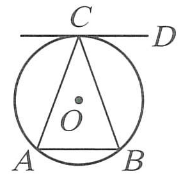


4. $\angle ABC+\angle DEF$
$=\frac{1}{2}\overset{\frown}{ADC}+\frac{1}{2}\overset{\frown}{DAF}=\frac{1}{2}(\overset{\frown}{ADC}+\overset{\frown}{DAF})$
$=\frac{1}{2}(360^\circ+80^\circ-30^\circ)=205^\circ$

5. 如右圖，$ABCDE$ 為圓內接正五邊形，若直線 AP 為切線，則 $\angle PAE=$ ＿36＿度。 5. $\angle PAE=\frac{1}{2}\overset{\frown}{AE}=\frac{1}{2}\times\frac{360^\circ}{5}=36^\circ$

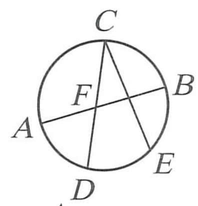


6. 如右圖，若 $\overline{AB}$ 為圓 O 內一弦，直線 CD 為切線交圓 O 於 C，且 $\overline{CD}\,/\!/\,\overline{AB}$，$\overset{\frown}{AB}=80^\circ$，則 $\angle BCD=$ ＿70＿度。

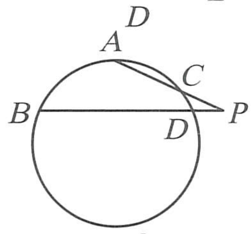


7. 如右圖，若 $\overline{AB}$ 為直徑，且 $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{DE}=\overset{\frown}{BE}$，$\overset{\frown}{AC}:\overset{\frown}{BC}=3:2$，則 $\angle DCE+\angle AFD=$ ＿96＿度。

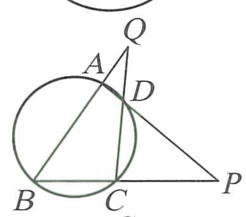
8. 設 $\overline{BD}=x$，則 $5\times(5+7)=4\times(4+x)$ $\Rightarrow \overline{BD}=11$



8. 如右圖，圓的兩割線 $\overleftrightarrow{PA}$、$\overleftrightarrow{PB}$，交於圓外一點 P，若 $\overline{PC}=5$，$\overline{AC}=7$，$\overline{PD}=4$，則 $\overline{BD}=$ ＿11＿。

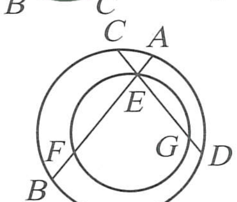


9. 如右圖，若 A、B、C、D 四點共圓，若 $\angle B=55^\circ$，$\angle Q=30^\circ$，則 $\angle P=$ ＿40＿度。



★10. 右圖為內離的兩圓，已知大圓內兩弦 $\overline{AB}$、$\overline{CD}$ 的交點 E 剛好在小圓上，若 $\overset{\frown}{FG}=156^\circ$，$\overset{\frown}{AC}=25^\circ$，則 $\overset{\frown}{BD}$ 度數為 ＿131＿度。

9. $\because \angle DCP=55^\circ+30^\circ=85^\circ$，$\angle CDP=55^\circ$ $\therefore \angle P=180^\circ-(85^\circ+55^\circ)=40^\circ$

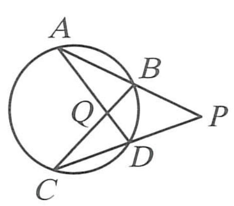


精熟實力題

將課本、習作基礎概念連接並延伸
為全國教育會考做好準備，加油！

每題 5 分，共 20 分

★1. 如右圖，圓內之兩弦 $\overline{AB}$、$\overline{CD}$ 的延長線交於圓外一點 P，$\overline{AD}$、$\overline{BC}$ 交於 Q，若 $\angle P=46^\circ$，$\angle AQC=100^\circ$，求 $\angle BCD=$？



【解】

$\because \angle AQC=\frac{1}{2}(\overset{\frown}{AC}+\overset{\frown}{BD})=100^\circ$

$\Rightarrow \overset{\frown}{AC}+\overset{\frown}{BD}=200^\circ$……①

又 $\angle P=\frac{1}{2}(\overset{\frown}{AC}-\overset{\frown}{BD})=46^\circ$

$\Rightarrow \overset{\frown}{AC}-\overset{\frown}{BD}=92^\circ$ ……②

①式－②式得 $2\overset{\frown}{BD}=108^\circ$，$\overset{\frown}{BD}=54^\circ$（給 3 分）

$\therefore \angle BCD=\frac{1}{2}\overset{\frown}{BD}=27^\circ$（給 5 分）

答：27°

二、6. $\because \overline{CD}\,/\!/\,\overline{AB}$ $\therefore \angle BCD=\angle ABC$

$\therefore \overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{AC}=\frac{1}{2}(360^\circ-80^\circ)=140^\circ$

故 $\angle BCD=\frac{1}{2}\overset{\frown}{BC}=70^\circ$

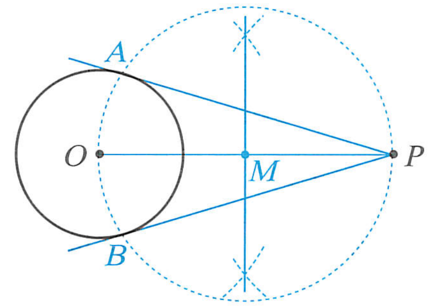
10. $\because \angle FEG=\frac{1}{2}\overset{\frown}{FG}=78^\circ=\angle AEC$

又 $\angle AEC=\frac{1}{2}(\overset{\frown}{AC}+\overset{\frown}{BD})$

$\therefore 78^\circ=\frac{1}{2}(25^\circ+\overset{\frown}{BD})$，$\overset{\frown}{BD}=131^\circ$

2. 如下圖，P 為圓 O 外的一點，利用尺規作圖，畫出通過 P 點且與圓 O 相切的直線。

【作法】

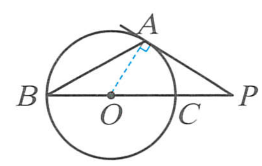


(1) 連接 $\overline{OP}$，並取 $\overline{OP}$ 中點 M

(2) 以 M 點為圓心，$\overline{OM}$ 長為半徑畫圓，交圓 O 於 A、B 兩點

(3) 連接 $\overleftrightarrow{PA}$ 與 $\overleftrightarrow{PB}$，則 $\overleftrightarrow{PA}$ 與 $\overleftrightarrow{PB}$ 即為所求

3. 如右圖，$\overleftrightarrow{PA}$ 切圓 O 於 A 點，割線 $\overleftrightarrow{PB}$ 通過圓心 O，若 $\angle APC=32^\circ$，求 $\angle PAB=$？



【解】連接 $\overline{OA}$，則 $\angle OAP=90^\circ$

$\because \angle AOC=180^\circ-90^\circ-32^\circ=58^\circ$（給 2 分）

$\therefore \angle BAO=\angle ABO=58^\circ\div 2=29^\circ$

$\therefore \angle PAB=90^\circ+29^\circ=119^\circ$（給 5 分）

答：119°

二、7. 設 $\overset{\frown}{AC}=3r^\circ$，$\overset{\frown}{BC}=2r^\circ$（$r\neq 0$）

$\because 3r+2r=180$，$r=36$ $\therefore \overset{\frown}{AC}=108^\circ$，$\overset{\frown}{BC}=72^\circ$

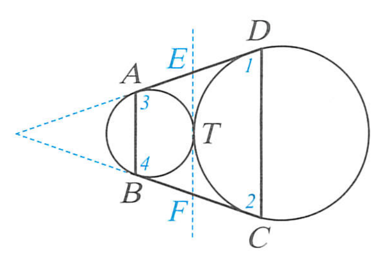
又 $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{DE}=\overset{\frown}{BE}=60^\circ$

$\therefore \angle DCE+\angle AFD=\frac{1}{2}\overset{\frown}{DE}+\frac{1}{2}(\overset{\frown}{AD}+\overset{\frown}{BC})$

$=\frac{1}{2}\times 60^\circ+\frac{1}{2}\times(60^\circ+72^\circ)$

$=30^\circ+66^\circ=96^\circ$

4. 如右圖，兩圓外切於 T 點，半徑分別為 5、10，$\overline{AD}$、$\overline{BC}$ 為兩圓的外公切線，A、B、C、D 四點為切點，求 $\overline{AB}+\overline{CD}=$？



【解】分別延長 $\overline{AD}$、$\overline{BC}$，並過 T 點作兩圓的內公切線分別交 $\overline{AD}$、$\overline{BC}$ 於 E、F 點

$\because$ 兩外公切線段長相等，夾等弧的弦切角相等

$\therefore \overline{AD}=\overline{BC}$，$\angle 1=\angle 2$，$\angle 3=\angle 4$（給 2 分）

又 $\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4=360^\circ$（四邊形內角和）

$\Rightarrow \angle 1+\angle 3=180^\circ$ $\Rightarrow \overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}$

$\Rightarrow$ 四邊形 $ABCD$ 為等腰梯形（給 3 分）

又 $\overline{AE}=\overline{ET}=\overline{ED}$ $\Rightarrow E$ 為 $\overline{AD}$ 中點，同理 F 為 $\overline{BC}$ 中點

$\Rightarrow \overline{EF}$ 為等腰梯形 $ABCD$ 兩腰中點的連線段

且 $\overline{EF}=\overline{AD}$ $\Rightarrow \overline{EF}=\overline{AD}=2\sqrt{5\times 10}=10\sqrt{2}$

$\Rightarrow \overline{AB}+\overline{CD}=2\times 10\sqrt{2}=20\sqrt{2}$（給 5 分）

答：$20\sqrt{2}$