九年級第 5 次數學(五)平時考

範圍：2－1 點、線、圓

___年___班 座號___

姓名：______________ 工

基礎學力題

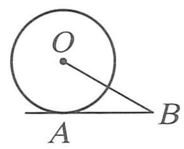
題目皆取材自課本、習作，為段考需具備的基本能力，請仔細作答！

一、選擇題：每題 4 分，共 40 分

(C) 1. 已知圓 O 的半徑為 10 公分，若直線 L 與圓心 O 的距離為 8 公分，則直線 L 與圓 O 有幾個交點？

(A) 0　(B) 1　(C) 2　(D) 3

(D) 2. 如右圖，直線 AB 切圓 O 於 A 點，已知 $\overline{OB}=18$，$\overline{AB}=10$，則圓 O 的面積為多少平方單位？



(A) 112π　(B) 156π　(C) 222π　(D) 224π

2. $\overline{OA}=\sqrt{18^2-10^2}=\sqrt{324-100}=\sqrt{224}$
圓 O 面積 $=\pi\times(\sqrt{224})^2=224\pi$（平方單位）

★(A) 3. 下列敘述何者錯誤？

(A)兩圓相外切時，連心線段長等於兩半徑差
(B)兩圓相切時，連心線必通過切點
(C)兩圓相交於 A、B 兩點，則連心線段 $\overline{O_1O_2}$ 必垂直平分公弦 $\overline{AB}$
(D)作圓上任意一弦之中垂線必通過圓心

(C) 4. 已知圓 O_1 半徑為 8，圓 O_2 半徑為 10，若 $\overline{O_1O_2}=18$，則此兩圓有 a 條外公切線，b 條內公切線，則 $a+b=$？

(A) 1　(B) 2　(C) 3　(D) 4

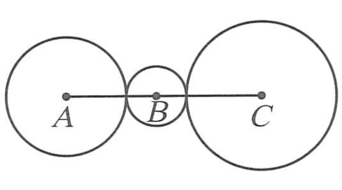
★(C) 5. 有大、小兩圓，已知兩圓外切時，連心線段長為 25，兩圓內切時，連心線段長為 7，則大、小兩圓的面積和為多少平方單位？

外切時，連心線段長＝半徑和
內切時，連心線段長＝半徑差的絕對值

(A) 335π　(B) 336π　(C) 337π　(D) 338π

5. 設大、小兩圓的半徑分別為 r_1、r_2
$\begin{cases} r_1+r_2=25 \\ r_1-r_2=7 \end{cases} \Rightarrow r_1=16，r_2=9$
∴大、小兩圓的面積和 $=256\pi+81\pi=337\pi$（平方單位）

(D) 6. 如右圖，三圓的圓心分別為 A、B、C，半徑分別為 4、2、5，且兩兩外切，則 $\overline{AC}=$？



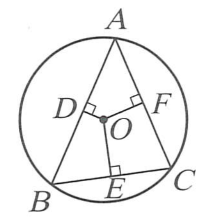
(A) 10　(B) 11　(C) 12　(D) 13

6. $\overline{AC}=4+2\times2+5=13$

★(C) 7. 已知圓 O 的半徑為 5，且圓心位於坐標平面上的 A $(-1，0)$，則此圓與下列哪一條直線只有一個交點？

(A) $x+4=0$　(B) $y=-7$　(C) $x-4=0$　(D) $y=4$

(C) 8. 如右圖，圓 O 為△ABC 的外接圓，且 $\overline{OD}\perp\overline{AB}$，$\overline{OE}\perp\overline{BC}$，$\overline{OF}\perp\overline{AC}$，若 $\overline{OE}>\overline{OF}>\overline{OD}$，則下列何者正確？

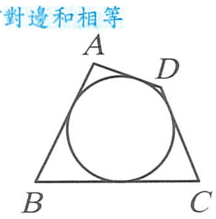


(A)$\angle A>\angle B>\angle C$
(B)$\angle B>\angle C>\angle A$
(C)$\angle C>\angle B>\angle A$
(D)$\angle A>\angle C>\angle B$

8. ∵同一圓中，弦愈長，則弦心距愈短
又 $\overline{OD}<\overline{OF}<\overline{OE}$　∴$\overline{AB}>\overline{AC}>\overline{BC}$
故$\angle C>\angle B>\angle A$（大邊對大角）

(C) 9. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 為圓外切四邊形，若 $\overline{AB}=4x+1$，$\overline{AD}=x^2-2$，$\overline{CD}=2x+4$，$\overline{BC}=3x+7$，則 $x=$？

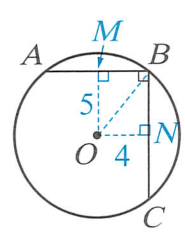
對邊和相等



(A) 1　(B) 2　(C) 3　(D) 4

9. ∵$\overline{AD}+\overline{BC}=\overline{AB}+\overline{CD}$
∴$x^2-2+3x+7=4x+1+2x+4$
$x^2+3x+5=6x+5$，$x^2-3x=0$
$x(x-3)=0$，$x=0$（不合）或 3

★(D) 10. 如右圖，$\overline{AB}$、$\overline{BC}$ 為圓 O 上的兩弦，且 $\overline{AB}\perp\overline{BC}$，若 $\overline{AB}$、$\overline{BC}$ 的弦心距分別為 5、4，則此圓面積為多少平方單位？

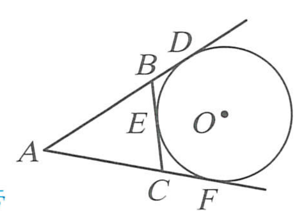


10. 連接 $\overline{OB}$，作 $\overline{OM}\perp\overline{AB}$，$\overline{ON}\perp\overline{BC}$
半徑 $=\overline{OB}=\sqrt{5^2+4^2}=\sqrt{41}$
圓面積 $=\pi\times(\sqrt{41})^2=41\pi$（平方單位）

(A) 11π　(B) 38π　(C) 39π　(D) 41π

二、非選擇題：每格 4 分，共 40 分

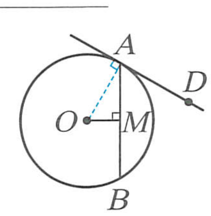
1. 如右圖，圓 O 分別與 $\overleftrightarrow{AD}$、$\overleftrightarrow{BC}$、$\overleftrightarrow{AF}$ 切於 D、E、F 三點，若△ABC 的周長為 30，則 $\overline{AD}=$ __15__。



1. ∵$\overline{AD}=\overline{AF}$，$\overline{BD}=\overline{BE}$，$\overline{CE}=\overline{CF}$
∴$\overline{AD}=\overline{AF}=\dfrac{30}{2}=15$

★ 2. 設圓 O_1、O_2 共有 2 條公切線，且兩圓的半徑分別為 6、9，則 $\overline{O_1O_2}$ 的長度範圍為 __$3<\overline{O_1O_2}<15$__。

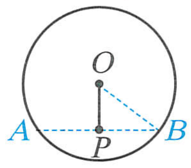
3. 如右圖，直線 AD 切圓 O 於 A 點，$\angle BAD=60°$，$\overline{OM}$ 為 $\overline{AB}$ 的弦心距，若 $\overline{OM}=4$，則 $\overline{AB}=$ __$8\sqrt{3}$__。



3. 連接 $\overline{OA}$，則 $\overline{OA}\perp\overline{AD}$
∵△OAM 為 $30°-60°-90°$特殊三角形
又 $\overline{OM}$ 垂直平分 $\overline{AB}$，$\overline{OM}=4$
∴$\overline{AM}=4\sqrt{3}$，$\overline{AB}=2\overline{AM}=8\sqrt{3}$

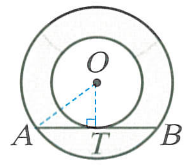
4. 若圓 A、圓 B 的圓心分別為 $A(-3，0)$、$B(-13，0)$ 兩點，且兩圓的半徑分別為 8 和 6，則此兩圓有 <u>2</u> 條公切線。

5. 如右圖，P 為圓 O 內一點，且 $\overline{OP}=6$，若圓 O 的周長為 20π，則過 P 點的最短弦長為 <u>16</u> 。



5. 設半徑為 r，$2\pi r=20\pi$，$r=10$
作 $\overline{AB}\perp\overline{OP}$，連接 $\overline{OB}$
$\overline{PB}=\sqrt{10^2-6^2}=8$ $\therefore \overline{AB}=2\times 8=16$

★ 6. 右圖為兩同心圓，若大圓的弦 $\overline{AB}$ 與小圓切於 T，已知 $\overline{AB}=16$，且小圓的半徑為 6，則環形區域面積為 <u>64π</u> 平方單位。

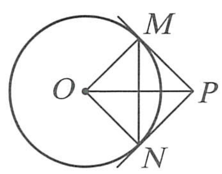


6. 連接 $\overline{OA}$、$\overline{OT}$，又 $\overline{AT}=16\div 2=8$，$\overline{OT}=6$
$\therefore \overline{OA}=\sqrt{8^2+6^2}=10$
故環形面積 $=\overline{OA}^2\pi-\overline{OT}^2\pi=100\pi-36\pi=64\pi$（平方單位）

7. 圓 O_1 半徑為 5，圓 O_2 半徑為 9，若兩圓外切時，則外公切線段長 = <u>$6\sqrt{5}$</u> 。

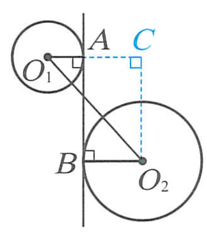
7. 兩圓外切時，外公切線段長 $=2\sqrt{兩半徑乘積}=2\sqrt{45}=6\sqrt{5}$

8. 如右圖，$\overleftrightarrow{PM}$、$\overleftrightarrow{PN}$ 切圓 O 於 M、N 兩點，若圓 O 的半徑為 6，$\angle OPM=45°$，則 $\overline{MN}=$ <u>$6\sqrt{2}$</u> 。



9. 已知圓 O_1、圓 O_2 的半徑分別為 R、r，且 $R:r=4:3$，若圓 O_1、圓 O_2 有 3 條公切線，且 $\overline{O_1O_2}=14$，則圓 O_1 的面積為 <u>64π</u> 平方單位。

★ 10. 如右圖，圓 O_1、圓 O_2 的半徑分別為 3、5，若 $\overline{O_1O_2}=12$，且 $\overleftrightarrow{AB}$ 為內公切線，其中 A、B 為切點，則 $\overline{AB}=$ <u>$4\sqrt{5}$</u> 。



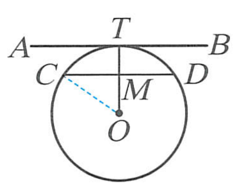
10. 過 O_2 作 $\overline{O_2C}\perp\overline{O_1A}$ 於 C
$\overline{AB}=\overline{O_2C}=\sqrt{\overline{O_1O_2}^2-\overline{O_1C}^2}$
$=\sqrt{12^2-(5+3)^2}=\sqrt{12^2-8^2}=4\sqrt{5}$

精熟實力題

將課本、習作基礎概念連接並延伸
為全國教育會考做好準備，加油！

▨每題 5 分，共 20 分

1. 如右圖，$\overline{CD}$ 是圓 O 的弦，$\overline{AB}$ 切圓 O 於 T，已知 $\overline{AB}\,//\,\overline{CD}$，$\overline{OT}$ 交 $\overline{CD}$ 於 M，若 $\overline{OM}=\overline{MT}$，$\overline{CD}=18$，求 $\overline{OT}=$？



【解】設 $\overline{OM}=\overline{MT}=x$，連接 $\overline{OC}$

$\because \overline{OT}\perp\overline{AB}$，又 $\overline{AB}\,//\,\overline{CD}$

$\therefore \overline{OM}$ 為 $\overline{CD}$ 的弦心距

⇨ $\overline{OM}$ 垂直且平分 $\overline{CD}$

則 $\overline{OC}=\overline{OT}=2x$，又 $\overline{CM}=9$（給 3 分）

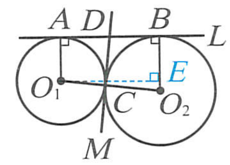
$\because \triangle COM$ 為直角三角形

$\therefore (2x)^2=x^2+9^2$，$x=3\sqrt{3}$

⇨ $\overline{OT}=2\times 3\sqrt{3}=6\sqrt{3}$（給 5 分）

答：$6\sqrt{3}$

2. 如右圖，圓 O_1、圓 O_2 外切於 C，外公切線 L 分別切兩圓於 A、B 兩點，過 C 作內公切線 M，交 $\overline{AB}$ 於 D，若圓 O_1 的半徑為 8，圓 O_2 的半徑為 10，求：



(1) $\overline{AB}=$？（3 分）

(2) $\overline{CD}=$？（2 分）

【解】(1) 過 O_1 作 $\overline{O_1E}\perp\overline{O_2B}$ 於 E

$\overline{AB}=\overline{O_1E}=\sqrt{\overline{O_1O_2}^2-\overline{O_2E}^2}$

$=\sqrt{(10+8)^2-(10-8)^2}$

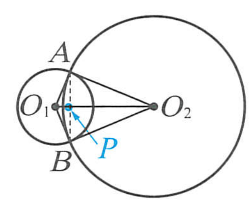
$=\sqrt{18^2-2^2}=8\sqrt{5}$

(2) $\overline{CD}=\overline{AD}=\overline{BD}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}=4\sqrt{5}$

答：(1) $8\sqrt{5}$；(2) $4\sqrt{5}$

二、9. $\because$ 有 3 條公切線 $\therefore$ 圓 O_1、O_2 外切
設 $R=4k$，$r=3k$（$k\neq 0$），則 $\overline{O_1O_2}=4k+3k=14$，$k=2$
$\therefore R=4\times 2=8$，故圓 O_1 面積 $=\pi\times 8^2=64\pi$（平方單位）

★ 3. 如右圖，圓 O_1、圓 O_2 交於 A、B 兩點，若圓 O_1 半徑為 5，圓 O_2 半徑為 12，且 $\overline{O_1O_2}=13$，求 $\overline{AB}=$？



【解】$\because 5^2+12^2=13^2$

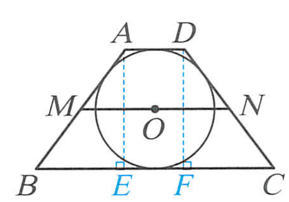
$\therefore \triangle O_1AO_2$ 為直角三角形

$\overline{PA}=\dfrac{5\times 12}{13}=\dfrac{60}{13}$（斜邊上的高）（給 3 分）

$\overline{AB}=2\overline{PA}=2\times\dfrac{60}{13}=\dfrac{120}{13}$（給 5 分）

答：$\dfrac{120}{13}$

4. 如右圖，圓 O 外切等腰梯形 $ABCD$，$\overline{AB}=\overline{CD}$，梯形兩腰中點的連線段 $\overline{MN}=5$，若圓 O 直徑為 4，求梯形上底 $\overline{AD}=$？



【解】分別過 A、D 作 $\overline{AE}$、$\overline{DF}$ 垂直 $\overline{BC}$

$\because$ 梯形兩腰中點的連線段 $\overline{MN}=5$

$\therefore \overline{AD}+\overline{BC}=5\times 2=10$（給 2 分）

又圓 O 外切等腰梯形 $ABCD$

⇨ $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}=10$，$\overline{AB}=\overline{CD}=10\div 2=5$

在直角 $\triangle ABE$ 中，$\overline{AB}=5$，$\overline{AE}=4$

$\therefore \overline{BE}=\overline{CF}=\sqrt{5^2-4^2}=3$

⇨ $\overline{AD}=(10-3\times 2)\div 2=2$（給 5 分）

答：2