國九上 數學 週末作業 2-1 點、線、圓(1) 108/10/26

班級： 座號： 姓名：

半徑 $=\frac{8}{2}=4$

1. 已知圓 O 的直徑為 8，且有 A、B、C、D、E 五點，若 $\overline{OA}=3$，$\overline{OB}=4$，$\overline{OC}=5$，$\overline{OD}=8$，$\overline{OE}=10$，則：
 (1) 在圓外的點是：C, D, E 。
 (2) 在圓上的點是：B 。
 (3) 在圓內的點是：A 。

2. 已知圓 O 的直徑為 12 公分，而圓心 O 到直線 L、M、N、H 的距離分別為 4 公分、5 公分、6 公分、10 公分，則此四條直線與圓 O 的關係為：
 (1) 與圓 O 不相交：H 。
 (2) 是圓 O 的切線：N 。
 (3) 是圓 O 的割線：L, M 。

半徑 $=\frac{12}{2}=6$

3. 已知坐標平面上 $A(2.5, 5)$、$B(-5, 4)$、$C(6, 0)$ 三點。若圓 O 的圓心是原點 O，半徑為 6，判別 A、B、C 三點與圓 O 的位置關係

$\sqrt{36}$

$\because \overline{AO}=\sqrt{2.5^2+5^2}=\sqrt{31.25}<6$

$\therefore$ A在圓內 #

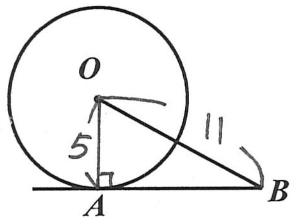
$\because \overline{BO}=\sqrt{(-5)^2+4^2}=\sqrt{41}>6$

$\therefore$ B在圓外 #

$\because \overline{CO}=\sqrt{6^2+0^2}=\sqrt{36}=6$

$\therefore$ C在圓上 #

4. 如圖，若直線 AB 為圓 O 的切線，切點為 A，且圓 O 半徑為 5，$\overline{OB}=11$，則 $\overline{AB}=$？



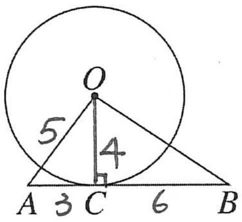
連 $\overline{AO} \Rightarrow \overline{AO}=5$

$\overline{AB}=\sqrt{11^2-5^2}$

$=\sqrt{96}$

$=4\sqrt{6}$ #

5. 如圖，直線 AB 為圓 O 的切線，切點為 C，若 $\overline{OA}=5$，$\overline{AC}=3$，$\overline{BC}=6$，則 $\overline{OB}$=?



連 $\overline{OC}$

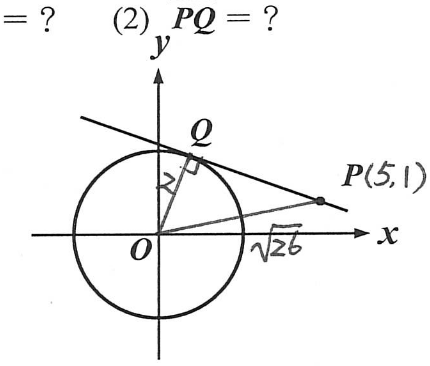
$\overline{OC}=\sqrt{5^2-3^2}=4$

$\overline{OB}=\sqrt{4^2+6^2}$

$=\sqrt{52}$

$=2\sqrt{13}$ #

6. 如圖，圓心為原點 O，半徑為 2，P 點坐標(5,1)，又直線 PQ 為切線，切點為 Q，則 (1) $\overline{OP}=$？ (2) $\overline{PQ}=$？



連 $\overline{PO}$, $\overline{QO}$

(1) $\overline{PO}=\sqrt{(5-0)^2+(1-0)^2}$

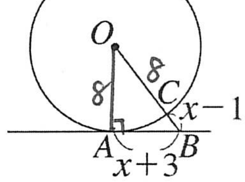
$=\sqrt{26}$ #

(2) $\overline{OQ}=2$

$\Rightarrow \overline{PQ}=\sqrt{(\sqrt{26})^2-2^2}$

$=\sqrt{22}$ #

7. 如圖，直線 AB 為圓 O 的切線，切點為 A，$\overline{OB}$ 交圓 O 於 C，若半徑為 8，$\overline{AB}=x+3$，$\overline{BC}=x-1$，則 x=?



連 $\overline{OA} \Rightarrow \overline{OA}=\overline{OC}=8$

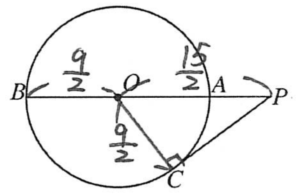
$\Rightarrow \overline{OB}=8+x-1=x+7$

$8^2+(x+3)^2=(x+7)^2$

$64+\cancel{x^2}+6x+9=\cancel{x^2}+14x+49$

$24=8x \Rightarrow x=3$ #

8. 如圖，$\overline{PC}$ 切圓 O 於 C，$\overline{PB}$ 交圓 O 於 A、B，若 $\overline{PB}=12$，且圓 O 的直徑為 9，則 $\overline{PC}=$？



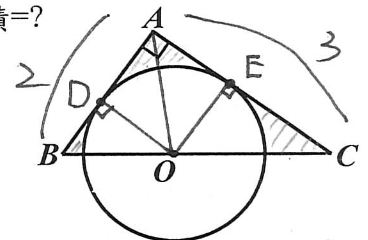
連 $\overline{OC} \Rightarrow \overline{OC}=\overline{OA}=\overline{OB}=\frac{9}{2}$

$\overline{PO}=12-\frac{9}{2}=\frac{15}{2}$

$\overline{PC}=\sqrt{(\frac{15}{2})^2-(\frac{9}{2})^2}$

$=\sqrt{\frac{144}{4}}=\frac{12}{2}=6$ #

9. 如圖，在直角 $\triangle ABC$ 的斜邊上取一點 O，以 O 為圓心，r 為半徑作一個圓，使圓 O 與 $\overline{AB}$、$\overline{AC}$ 均相切，若 $\overline{AB}=2$，$\overline{AC}=3$，則 (1) r=? (2) 斜線面積=?



(1) 連 $\overline{OD}$, $\overline{OE}$

$\Rightarrow \overline{OD}=\overline{OE}=r$

連 $\overline{OA}$

$\because \triangle ABC=\triangle AOB+\triangle AOC$

$\therefore \frac{1}{\cancel{2}}\times 2\times 3=\frac{1}{\cancel{2}}\times 2\times r+\frac{1}{\cancel{2}}\times 3\times r$

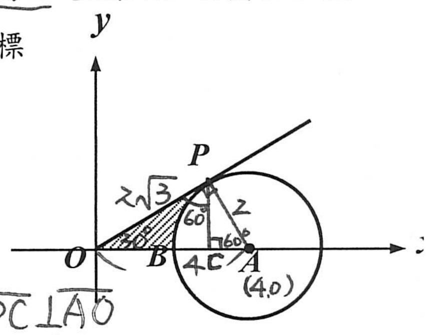
$6=5r \Rightarrow r=\frac{6}{5}$ #

(2) 斜線 $=\triangle ABC-$ 半圓

$=\frac{1}{2}\times 3\times 2-(\frac{6}{5})^2\pi$

$=3-\frac{36}{25}\pi$ #

10. 下圖中的圓，圓心 $A(4,0)$，半徑為 2，直線 OP 切圓於 P 點，求(1) 斜線部分的面積 (2) P 點坐標



(1) 連 $\overline{AP} \Rightarrow \overline{AP}=2$

又 $\overline{AO}=4$

$\Rightarrow \overline{PO}=\sqrt{4^2-2^2}$

$=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

$\because \overline{AP}:\overline{PO}:\overline{AO}$

$=2:2\sqrt{3}:4$

$=1:\sqrt{3}:2$

$\therefore \angle POA=30^\circ$, $\angle PAO=60^\circ$

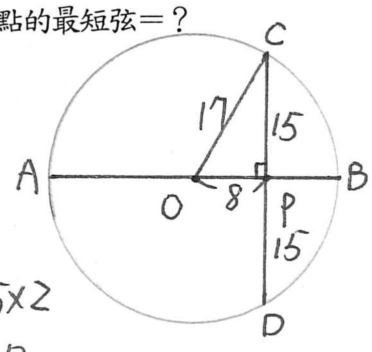
斜線 $=\frac{1}{2}\times 2\times 2\sqrt{3}-2\times 2\times \pi\times\frac{\cancel{60}^{1}}{\cancel{360}_{6}}=2\sqrt{3}-\frac{2}{3}\pi$ #

(2) 作 $\overline{PC}\perp\overline{AO}$

$\overline{PC}=\frac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

$\overline{CO}=\sqrt{3}\times\sqrt{3}=3 \Rightarrow P(3,\sqrt{3})$ #

11. 圓 O 半徑 17，圓內一點 P，若 $\overline{OP}=8$，則
 (1) 過 P 點的最長弦＝？ (2) 過 P 點的最短弦＝？



(1) 如圖

過P最長弦為直徑

$\Rightarrow \overline{AB}=17\times 2=34$ #

(2) 連 $\overline{CO} \Rightarrow \overline{CO}=17$

$\overline{CP}=\sqrt{17^2-8^2}=15$

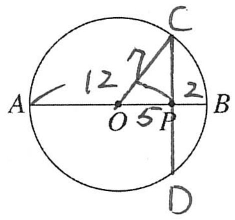
$\Rightarrow \overline{CD}=15\times 2$

$=30$ #

12. 如圖，P 為圓內一定點，直徑 $\overline{AB}$ 通過 P，已知 $\overline{AP}=12$，$\overline{BP}=2$，則：

(1) 過 P 點的各弦中，最長的是多少？

(2) 過 P 點的各弦中，最短的是多少？



(1) $\overline{AB}=12+2=14$ #

(2) $\overline{CO}=\frac{12+2}{2}=7$

$\overline{OP}=7-2=5$

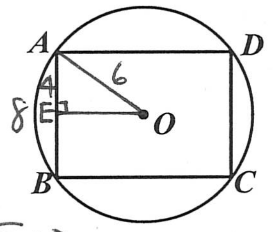
$\Rightarrow \overline{CP}=\sqrt{7^2-5^2}$

$=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$

$\overline{CD}=2\sqrt{6}\times 2$

$=4\sqrt{6}$ #

13. 如圖，$ABCD$ 為圓 O 的內接矩形，若圓 O 的直徑為 12，$\overline{AB}=8$，求矩形 $ABCD$ 的面積



如圖，$\overline{OA}=\frac{12}{2}=6$

$\overline{AE}=\frac{1}{2}\overline{AB}=4$

$\Rightarrow \overline{OE}=\sqrt{6^2-4^2}$

$=\sqrt{20}$

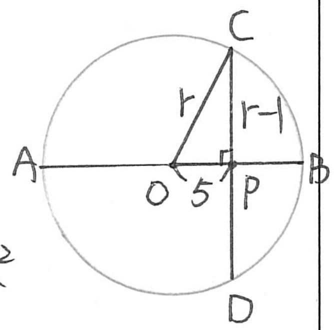
$=2\sqrt{5}$

$\overline{AD}=2\sqrt{5}\times 2$

$=4\sqrt{5}$

面積 $=4\sqrt{5}\times 8=32\sqrt{5}$ #

14. 設 P 為圓 O 內一點，且 $\overline{OP}=5\,cm$，若過 P 之最長弦與最短弦相差 $2\,cm$，求圓 O 半徑



設圓O半徑為 r cm

連 $\overline{OC}\Rightarrow\overline{OC}=r$

$\because \overline{CD}=\overline{AB}-2$

$=2r-2$

$\therefore \overline{CP}=\frac{2r-2}{2}$

$=r-1$

$5^2+(r-1)^2=r^2$

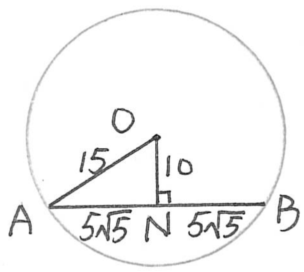
$25+\cancel{r^2}-2r+1=\cancel{r^2}$

$26=2r$

$r=13$

A: 13cm

15. 若 $\overline{AB}$ 是圓 O 上一弦，$\overline{ON}$ 為其弦心距，且 $\overline{ON}=10$ 公分，圓 O 的半徑為 15 公分，則 $\overline{AB}=$？



如圖，$\overline{AN}=\sqrt{15^2-10^2}$

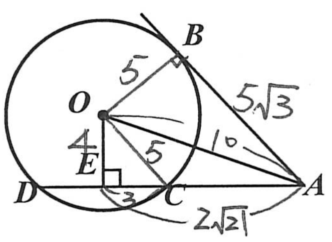
$=\sqrt{125}$

$=5\sqrt{5}$

$\Rightarrow \overline{AB}=5\sqrt{5}\times 2=10\sqrt{5}\,(cm)$ #

16. 如圖，$\overline{AB}$ 切圓 O 於 B，$\overline{OE}\perp\overline{AD}$，若圓 O 的半徑為 5，$\overline{OA}=10$，$\overline{OE}=4$，求

(1) $\overline{AB}$　(2) $\overline{AC}$



(1) 連 $\overline{OB}\Rightarrow\overline{OB}=5$

$\overline{AB}=\sqrt{10^2-5^2}=\sqrt{75}=5\sqrt{3}$ #

(2) 連 $\overline{OC}\Rightarrow\overline{OC}=5$

$\overline{CE}=\sqrt{5^2-4^2}=3$

$\overline{AE}=\sqrt{10^2-4^2}$

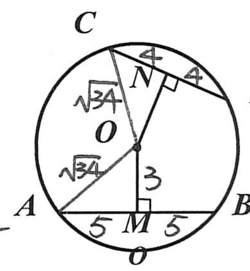
$=\sqrt{84}=2\sqrt{21}$

$\overline{AC}=\overline{AE}-\overline{CE}$

$=2\sqrt{21}-3$ #

17. 如圖，$\overline{AB}=10$、$\overline{CD}=8$，$\overline{AB}$ 的弦心距 $\overline{OM}=3$，求

(1) 圓 O 半徑　(2) $\overline{CD}$ 的弦心距 $\overline{ON}$



(1) 連 $\overline{OA}$

$\overline{AM}=\frac{10}{2}=5$

$\Rightarrow \overline{OA}=\sqrt{5^2+3^2}$

$=\sqrt{34}$

$\Rightarrow$ 半徑 $=\sqrt{34}$ #

(2) 連 $\overline{OC}$

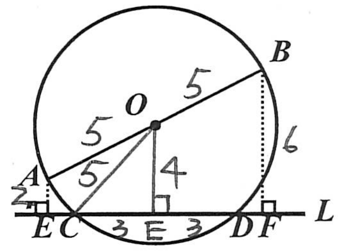
$\Rightarrow \overline{OC}=\overline{OA}=\sqrt{34}$

$\overline{CN}=\frac{8}{2}=4$

$\Rightarrow \overline{ON}=\sqrt{(\sqrt{34})^2-4^2}$

$=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$ #

18. 如圖，圓 O 直徑 $\overline{AB}=10$，A、B 到 L 的距離分別為 2、6，則 L 截圓 O 的弦 $\overline{CD}=$？



如圖，$\overline{OE}$ 為 □ABFE 中線

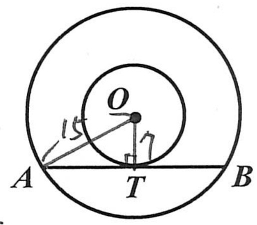
$\therefore \overline{OE}=\frac{2+6}{2}=4$

$\because \overline{OC}=\frac{10}{2}=5$

$\therefore \overline{CE}=\sqrt{5^2-4^2}=3$

$\Rightarrow \overline{CD}=3\times 2=6$ #

19. 兩同心圓，大圓的弦 $\overline{AB}$ 與小圓相切於 T，大圓半徑 15，小圓半徑 7，則 $\overline{AB}=$？



連 $\overline{OT}\Rightarrow\overline{OT}=7$

連 $\overline{OA}\Rightarrow\overline{OA}=15$

$\overline{AT}=\sqrt{15^2-7^2}$

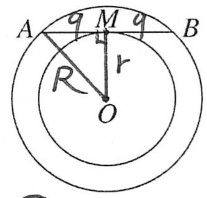
$=\sqrt{176}$

$=4\sqrt{11}$

$\overline{AB}=2\overline{AT}$

$=8\sqrt{11}$ #

20. 兩同心圓中，$\overline{AB}$ 為大圓的弦，且與小圓相切於 M。若 $\overline{AB}=18$，則兩圓間環形區域面積=?



如圖，設 $\overline{OM}=r$，$\overline{OA}=R$

$\because \overline{AM}=\frac{18}{2}=9$

$\therefore R^2=r^2+9^2$

$R^2-r^2=81$

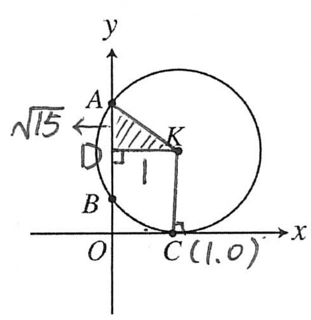
環形 = 大圓 − 小圓

$=R^2\pi-r^2\pi$

$=(R^2-r^2)\pi$

$=81\pi$ #

21. 如右圖，圓 K 與 x 軸相切於 $C(1,0)$，交 y 軸於 $A(0,4+\sqrt{15})$、$B(0,4-\sqrt{15})$，則圓 K 的面積為多少？



如圖，$\overline{AB}=(4+\sqrt{15})-(4-\sqrt{15})$

$=4+\sqrt{15}-4+\sqrt{15}$

$=2\sqrt{15}$

$\Rightarrow \overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\sqrt{15}$

又 $\overline{KD}=\overline{CO}=1$

$\Rightarrow \overline{AK}=\sqrt{(\sqrt{15})^2+1^2}$

$=\sqrt{16}=4$

$4\times 4\times\pi$

$=16\pi$ #