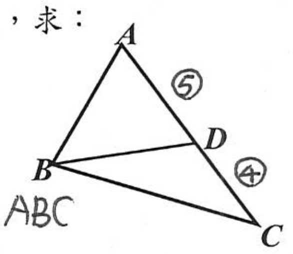
國九上 數學周末作業 1-1 比例線段(1)　108/9/12

班級:　　　座號:　　　姓名:

1. 如右圖，$\triangle ABC$ 中，$\overline{AD}:\overline{CD}=5:4$，求：

(1) $\triangle ABD$ 與 $\triangle DBC$ 的面積比

(2) $\triangle ABD$ 與 $\triangle ABC$ 的面積比

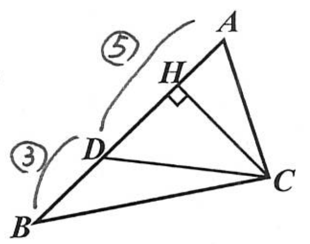


(1) $\triangle ABD:\triangle DBC$
$=\overline{AD}:\overline{CD}$
$=5:4$ #

(2) $\triangle ABD:\triangle ABC$
$=\overline{AD}:\overline{AC}$
$=5:(5+4)=5:9$ #

2. 如右圖，$\triangle ABC$ 中，若 $\triangle ADC$ 的面積為 15，$\triangle CDB$ 的面積為 9，且 $\overline{CH}\perp\overline{AB}$ 於 H，求：

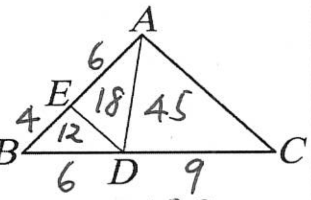
(1) $\overline{AD}:\overline{BD}=$？　(2) $\overline{AD}:\overline{AB}=$？



(1) $\overline{AD}:\overline{BD}$
$=\triangle ADC:\triangle CDB$
$=15:9$
$=5:3$ #

(2) $\overline{AD}:\overline{AB}$
$=5:(5+3)$
$=5:8$ #

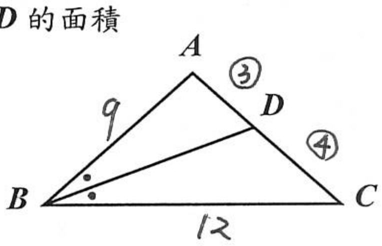
3. 如圖，$\triangle$ABC 中，$\overline{BE}=4$，$\overline{AE}=\overline{BD}=6$，$\overline{CD}=9$，若 $\triangle$BDE 面積為 12 平方單位，則 $\triangle$ABC 面積為多少平方單位？



$\because \triangle BDE:\triangle ADE=\overline{BE}:\overline{AE}$
$\therefore 12:\triangle ADE=4:6$
$\Rightarrow \triangle ADE=18$　$\Rightarrow \triangle ABD=12+18=30$
$\because \triangle ABD:\triangle ACD=\overline{BD}:\overline{CD}$
$\therefore 30:\triangle ACD=6:9$　$\Rightarrow \triangle ACD=45$　$\Rightarrow \triangle ABC=30+45=75$ #

4. 如右圖，$\triangle ABC$ 中，$\overline{BD}$ 平分 $\angle ABC$ 且交 $\overline{AC}$ 於 D，若 $\overline{AB}=9$，$\overline{BC}=12$，$\triangle ABC$ 的面積為 35 平方單位，求

(1) $\overline{AD}:\overline{DC}$　(2) $\triangle ABD$ 的面積

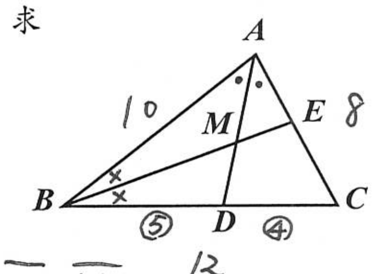


(1) $\overline{AD}:\overline{DC}$
$=\overline{BA}:\overline{BC}$
$=9:12$
$=3:4$ #

(2) $\triangle ABD$
$=35\times\frac{3}{7}$
$=15$ #

5. 如右圖，$\triangle ABC$ 中，$\overline{AD}$ 平分 $\angle BAC$，$\overline{BE}$ 平分 $\angle ABC$，若 $\overline{AB}=10$，$\overline{AC}=8$，$\overline{BC}=12$，求

(1) $\overline{BD}$　(2) $\overline{AM}:\overline{MD}$

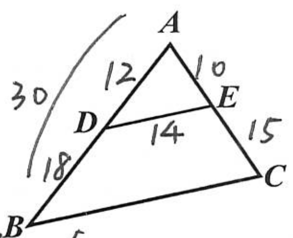


(1) $\overline{BD}:\overline{CD}$
$=\overline{AB}:\overline{AC}$
$=10:8$
$=5:4$

$\overline{BD}=12\times\frac{5}{9}$
$=\frac{20}{3}$ #

(2) $\overline{AM}:\overline{MD}=\overline{BA}:\overline{BD}$
$=10:\frac{20}{3}=3:2$ #

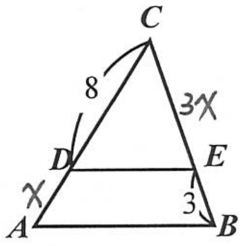
6. 如圖，$\triangle ABC$ 中，D、E 分別為 $\overline{AB}$、$\overline{AC}$ 上一點，且 $\overline{DE}\,//\,\overline{BC}$，若 $\overline{AD}=12$，$\overline{AB}=30$，$\overline{CE}=15$，$\overline{DE}=14$，求 $\overline{AE}=$？ $\overline{BC}=$？



$\overline{DB}=30-12=18$
$12:18=\overline{AE}:15$
$3\overline{AE}=30$
$\overline{AE}=10$ #

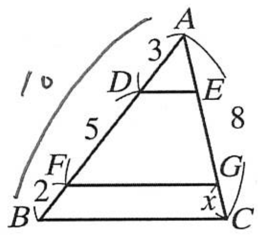
$\overline{DE}:\overline{BC}$
$=\overline{AD}:\overline{AB}$
$14:\overline{BC}=12:30$
$2\overline{BC}=70$　$\Rightarrow \overline{BC}=35$ #

7. 如圖，$\triangle ABC$ 中 $\overline{DE}\,//\,\overline{AB}$，已知 $\overline{CD}=8$，$\overline{CE}=3\overline{AD}$，$\overline{BE}=3$，求 $\overline{CE}=$？



設 $\overline{AD}=x$　$\overline{CE}=3x$
$8:x=3x:3$
$3x^2=24$
$x^2=8$
$x=2\sqrt{2}$
$\Rightarrow \overline{CE}=3\times2\sqrt{2}$
$=6\sqrt{2}$ #

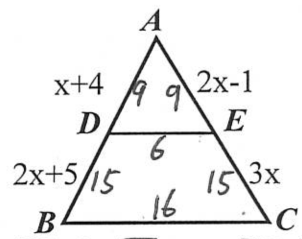
6. 如圖，在 $\triangle ABC$ 中，$\overline{DE}\,//\,\overline{FG}\,//\,\overline{BC}$，則 $x=$？



$\overline{AB}=3+5+2=10$
$\because \overline{FG}\,//\,\overline{BC}$
$\therefore \overline{FB}:\overline{AB}=\overline{GC}:\overline{AC}$
$\Rightarrow 2:10=x:8$
$10x=16$　$\Rightarrow x=\frac{8}{5}$ #

9. $\triangle ABC$ 中 $\overline{DE}\,//\,\overline{BC}$，且 $\overline{DE}=6$

求 (1) $x=$？　(2) $\triangle ABC$ 的周長

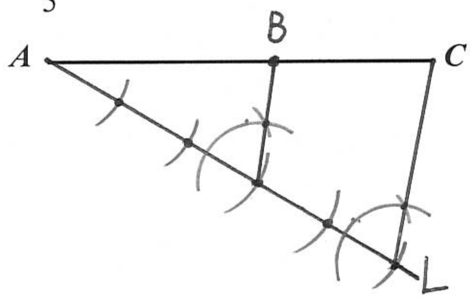


(1) $x+4:2x+5=2x-1:3x$
$(2x+5)(2x-1)=3x(x+4)$
$4x^2+8x-5=3x^2+12x$
$x^2-4x-5=0$
$(x-5)(x+1)=0$
$x=5$ or -1(不合)

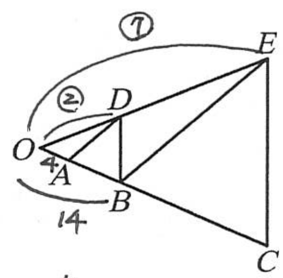
(2) $\overline{AD}=9$，$\overline{DB}=15$，$\overline{AE}=9$
$\overline{EC}=15$
$6:\overline{BC}=9:24$　$\Rightarrow \overline{BC}=16$
$\Rightarrow 24+16+24=64$ #

10. 已知 $\overline{AC}$，利用尺規作圖在 $\overline{AC}$ 上找一點 B，使得 $\overline{AB}=\frac{3}{5}\overline{AC}$　(不必寫出作法)

$\overline{AB}=\frac{3}{5}\overline{AC}$
$\Rightarrow \overline{AB}:\overline{AC}=3:5$



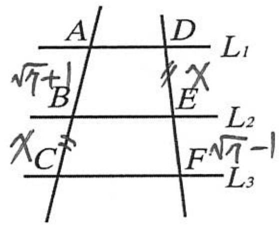
11. 如圖，$\overline{AD}\,//\,\overline{BE}$，$\overline{BD}\,//\,\overline{EC}$，且 $\overline{OD}:\overline{OE}=2:7$，若 $\overline{OA}=4$，則 $\overline{OB}=$？ $\overline{OC}=$？



$\because \overline{AD}\,//\,\overline{BE}$
$\therefore 4:\overline{OB}=2:7$
$2\overline{OB}=28$
$\overline{OB}=14$ #

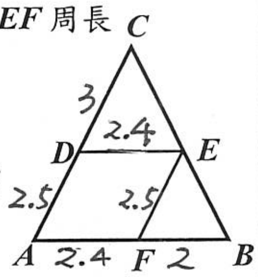
$\because \overline{BD}\,//\,\overline{EC}$
$\therefore 14:\overline{OC}=2:7$
$2\overline{OC}=98$　$\Rightarrow \overline{OC}=49$ #

12. 如圖，$L_1\,//\,L_2\,//\,L_3$，$\overline{BC}=\overline{DE}$，$\overline{AB}=\sqrt{7}+1$，$\overline{EF}=\sqrt{7}-1$，則 $\overline{BC}=$？



設 $\overline{BC}=\overline{DE}=x$
$(\sqrt{7}+1):x=x:(\sqrt{7}-1)$
$x^2=(\sqrt{7})^2-1^2=6$
$x=\sqrt{6}$　$\Rightarrow \overline{BC}=\sqrt{6}$ #

13.如圖，$\triangle ABC$中$\overline{DE}\,//\,\overline{AB}$，$\overline{EF}\,//\,\overline{AC}$ 若$\overline{CD}=3$，$\overline{CA}=5.5$，$\overline{BF}=2$，求平行四邊形$ADEF$周長



$\because \overline{CD}:\overline{DA}=\overline{AE}:\overline{EB}=\overline{AF}:\overline{BF}$

$\therefore 3:2.5=\overline{AF}:2$

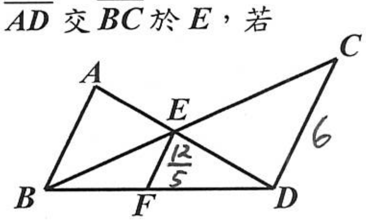
$2.5\overline{AF}=6$

$\overline{AF}=\frac{12}{5}=2.4$

$(2.5+2.4)\times 2$

$=9.8$ #

14.如圖，已知$\overline{AB}\,//\,\overline{CD}\,//\,\overline{EF}$，且$\overline{AD}$交$\overline{BC}$於$E$，若$\overline{CD}=6$，$\overline{EF}=\frac{12}{5}$，求$\overline{AB}=$?



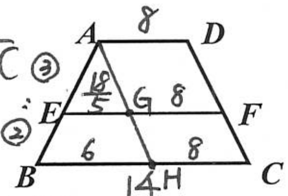
$\frac{1}{\overline{AB}}+\frac{1}{6}=\frac{5}{12}$

$\frac{1}{\overline{AB}}=\frac{5}{12}-\frac{2}{12}$

$=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$

$\Rightarrow \overline{AB}=4$ #

15.如圖，梯形$ABCD$，$\overline{AD}\,//\,\overline{BC}$，$\overline{EF}\,//\,\overline{BC}$，$\overline{AE}:\overline{EB}=3:2$，且$\overline{AD}=8$，$\overline{BC}=14$，求$\overline{EF}=$?



$\overline{EF}=\frac{2\times 8+3\times 14}{3+2}$

$=\frac{58}{5}$ #

另解：過A作$\overline{AH}//\overline{DC}$ 交$\overline{EF}$於G

$\Rightarrow \overline{GF}=\overline{HC}=\overline{AD}=8$

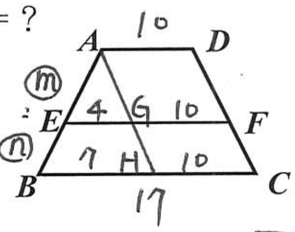
$\Rightarrow \overline{BH}=14-8=6$

$\overline{EG}:6=3:5$

$\overline{EG}=\frac{18}{5}$

$\Rightarrow \overline{EF}=8+\frac{18}{5}=\frac{58}{5}$ #

16. 如圖，梯形$ABCD$，$\overline{AD}\,//\,\overline{BC}$，$\overline{EF}\,//\,\overline{BC}$，若$\overline{AD}=10$，$\overline{BC}=17$，且$\overline{EF}=14$，求$\overline{AE}:\overline{EB}=$?



設$\overline{AE}:\overline{EB}=m:n$

$\overline{EF}=\frac{10n+17m}{m+n}=14$

$14m+14n=10n+17m$

$3m=4n$

$\Rightarrow m:n=4:3 \Rightarrow \overline{AE}:\overline{EB}=4:3$ #

另解：如圖

$\overline{GF}=\overline{HC}=\overline{AD}=10$

$\Rightarrow \overline{EG}=14-10=4$

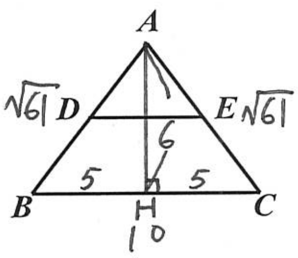
$\overline{BH}=17-10=7$

$\overline{AE}:\overline{AB}=\overline{EG}:\overline{BH}$

$=4:7$

$\Rightarrow \overline{AE}:\overline{EB}=4:3$ #

17.如圖，等腰三角形ABC中，$\overline{AB}=\overline{AC}=\sqrt{61}$，$\overline{BC}=10$，$D$、$E$分別為$\overline{AB}$、$\overline{AC}$的中點，求$\triangle ADE$的周長及面積



$\triangle ADE$周長

$=\frac{1}{2}\triangle ABC$周長

$=\frac{1}{2}(2\sqrt{61}+10)$

$=\sqrt{61}+5$ #

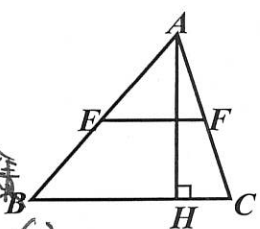
$\overline{AH}=\sqrt{(\sqrt{61})^2-5^2}$

$=\sqrt{36}=6$

$\triangle ADE$面積$=\frac{1}{4}\triangle ABC$面積

$=\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}\times 10\times 6=\frac{15}{2}$ #

18.$\triangle ABC$的面積為$63cm^2$，且E、F分別為$\overline{AB}$、$\overline{AC}$中點，高$\overline{AH}=9cm$，求 (1) $\overline{EF}=$? (2) $\triangle AEF$ 面積



(1) $\overline{EF}\times 9=63$

$\overline{EF}=7(cm)$ #

另解：$\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times 9=63$

$\overline{BC}=14$

$\Rightarrow \overline{EF}=\frac{1}{2}\times 14=7(cm)$ #

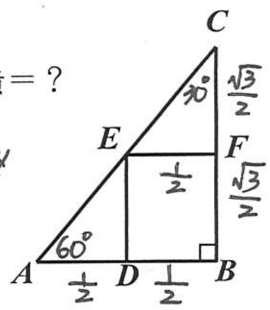
(2) $\triangle AEF$面積

$=\frac{1}{4}\triangle ABC$面積

$=\frac{1}{4}\times 63=\frac{63}{4}(cm^2)$ #

19.直角$\triangle ABC$，$\angle B=90^\circ$，$\angle A=60^\circ$，D、E、F分別為$\overline{AB}$、$\overline{AC}$、$\overline{BC}$中點，若$\overline{AB}=1$，則

(1) 矩形$BDEF$面積=？ (2) $\triangle CEF$面積=？



(1) $\because \overline{AB}:\overline{BC}=1:\sqrt{3}$

$\therefore 1:\overline{BC}=1:\sqrt{3}$

$\Rightarrow \overline{BC}=\sqrt{3}$

$\overline{EF}=\overline{BD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}$

$\overline{ED}=\overline{BF}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{4}$ #

(2) $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

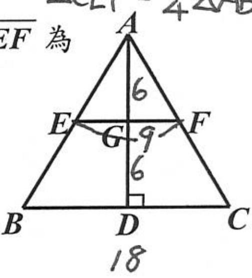
$=\frac{\sqrt{3}}{8}$ #

另解：利用$\square BDEF=\frac{1}{2}\triangle ABC$

$\triangle CEF=\frac{1}{4}\triangle ABC$

20.等腰$\triangle ABC$，$\overline{AB}=\overline{AC}$，$\overline{AD}\perp\overline{BC}$，且$\overline{EF}$為兩邊中點連線。若$\overline{BC}=18$，$\overline{AG}=6$，求

(1) $\triangle AEF$ 面積 (2) 四邊形$BDGE$面積



(1) $\overline{EF}=\frac{1}{2}\times 18=9$

$\Rightarrow \frac{1}{2}\times 9\times 6$

$=27$ #

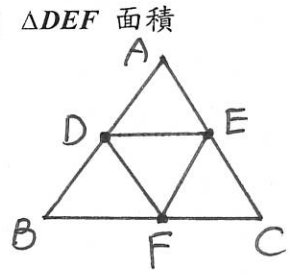
(2) $\overline{EG}=\frac{9}{2}$，$\overline{BD}=9$

$\overline{GD}=\overline{AG}=6$

$\Rightarrow \frac{(\frac{9}{2}+9)\times 6}{2}=\frac{81}{2}$ #

21.正三角形ABC的周長36，其中D、E、F分別為$\overline{AB}$、$\overline{AC}$、$\overline{BC}$的中點，求 (1) $\triangle DEF$ 周長 (2) $\triangle DEF$ 面積

$\Rightarrow$邊$=12$



(1) $\triangle DEF$周長

$=\frac{1}{2}\triangle ABC$周長

$=\frac{1}{2}\times 36$

$=18$ #

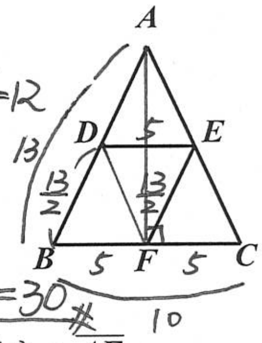
(2) $\triangle DEF$面積

$=\frac{1}{4}\triangle ABC$面積

$=\frac{1}{4}\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times 12^2$

$=9\sqrt{3}$ #

22.等腰$\triangle ABC$，$\overline{AB}=\overline{AC}=13$，$\overline{BC}=10$，$D$、$E$、$F$分別為$\overline{AB}$、$\overline{AC}$、$\overline{BC}$的中點，求(1) 四邊形$DEFB$周長 (2) 四邊形$DEFB$面積



(1) $\overline{DE}=\overline{BF}=\frac{10}{2}=5$

$\overline{EF}=\overline{DB}=\frac{13}{2}$

$\Rightarrow (5+\frac{13}{2})\times 2$

$=23$ #

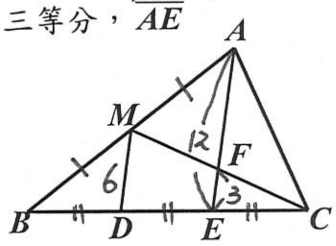
(2) $\overline{AF}=\sqrt{13^2-5^2}=12$

▱$DEFB$面積

$=\frac{2}{4}\triangle ABC$面積

$=\frac{2}{4}\times\frac{1}{2}\times 10\times 12=30$ #

23.如圖，M為$\overline{AB}$中點，D、E將$\overline{BC}$三等分，$\overline{AE}$交$\overline{CM}$於F，若$\overline{DM}=6$，求$\overline{AF}$



$\triangle ABE$中，M.D分別為$\overline{BA}$.$\overline{BE}$中點

$\Rightarrow \overline{MD}//\overline{AE}$，$\overline{MD}=\frac{1}{2}\overline{AE}$

$\Rightarrow \overline{AE}=6\times 2=12$

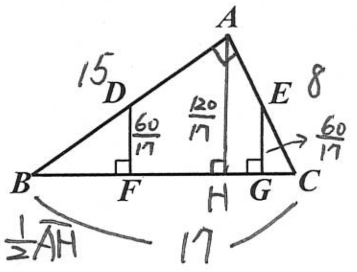
$\triangle CDM$中，E為$\overline{CD}$中點且$\overline{EF}//\overline{MD}$

$\Rightarrow$ F為$\overline{CM}$中點 $\Rightarrow \overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{MD}=3$

$\overline{AF}=12-3$

$=9$ #

24.如圖，D、E分別為$\triangle ABC$兩邊$\overline{AB}$、$\overline{AC}$的中點，$\overline{DF}\perp\overline{BC}$、$\overline{EG}\perp\overline{BC}$，$F$、$G$為垂足，若$\overline{AB}=15$、$\overline{AC}=8$，$\angle A=90^\circ$，求$\overline{DF}+\overline{EG}=$?



過A作$\overline{AH}\perp\overline{BC}$

$\overline{BC}=\sqrt{15^2+8^2}=17$

$\overline{AH}=\frac{15\times 8}{17}$

$=\frac{120}{17}$

$\because \overline{DF}=\overline{EG}=\frac{1}{2}\overline{AH}$

$=\frac{60}{17}$

$\therefore \frac{60}{17}\times 2=\frac{120}{17}$ #