

班級： 座號： 姓名：

1. 下列有關四邊形對角線的敘述，何者正確？

- (A) 平行四邊形的對角線互相平分且等長 ~~X~~
- (B) 長方形與正方形的對角線互相垂直 ~~X~~
- (C) 對角線互相垂直的四邊形必為菱形 ~~X~~
- (D) 菱形的對角線互相垂直 ~~X~~

答： D

2. 判斷下列各四邊形的性質，正確的打「○」，錯誤的打「X」

- (1) (○) 正方形的面積可用對角線相乘再除以2
- (2) (X) 長方形的兩條對角線互相垂直平分 ~~X~~
- (3) (X) 平行四邊形兩條對角線等長 ~~X~~
- (4) (X) 平行四邊形兩條對角線互相垂直 ~~X~~
- (5) (○) 菱形的兩組對角分別相等
- (6) (○) 菱形的兩組對邊互相平行
- (7) (○) 菱形的兩條對角線互相垂直平分
- (8) (X) 等腰梯形的兩組對邊互相平行 ~~X~~
- (9) (X) 等腰梯形的兩條對角線互相平分 ~~X~~
- (10) (X) 等腰梯形的任一條對角線可將其面積平分 ~~X~~
- (11) (X) 梯形的兩條對角線互相垂直 ~~X~~
- (12) (X) 等腰梯形的對角相等 ~~X~~
- (13) (○) 等腰梯形的兩鄰角度數會相等或互補

3. 判斷各四邊形的包含關係，正確打「○」，錯誤打「X」

- (1) (○) 正方形是菱形的一種
- (2) (X) 長方形是正方形的一種 ~~X~~
- (3) (X) 平行四邊形是菱形的一種 ~~X~~
- (4) (X) 平行四邊形是長方形的一種 ~~X~~
- (5) (○) 菱形具有平行四邊形的所有性質
- (6) (X) 菱形是正方形的一種 ~~X~~
- (7) (X) 等腰梯形是菱形的一種 ~~X~~

4. 如下圖，菱形 ABCD 中，已知 AC = 30 公分、BE = 35 公分、DE = 5 公分，則(1) AE = ? (2) 菱形 ABCD 面積 = ?

(1) $AO = CO = \frac{30}{2} = 15$ (2) $\frac{1}{2} \times 30 \times 40 = 600 (cm^2)$

$BD = 5 + 35 = 40$

$\Rightarrow BO = DO = \frac{40}{2} = 20$

$\Rightarrow EO = 20 - 5 = 15$

$AE = \sqrt{15^2 + 15^2} = 15\sqrt{2} (cm)$

5. 如下圖，菱形 ABCD 的面積為 96，且 BD = 16，求 AB。

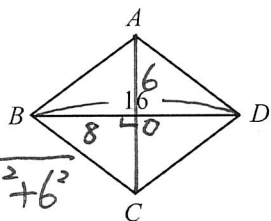
$\frac{1}{2} \times 16 \times AC = 96$

$AC = 12$

$\Rightarrow AO = \frac{1}{2} AC = 6$

$BO = \frac{1}{2} BD = 8$

$AB = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$



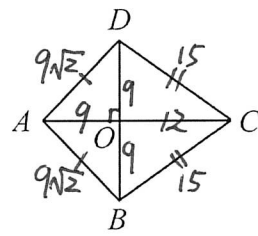
6. 如右圖，等腰梯形 ABCD 中，對角線 AC 與 BD 的交點為 O，且等腰梯形周長為 $30 + 18\sqrt{2}$ ，BC = 15，BD = 18，求 AC。

$AB = AD = \frac{30 + 18\sqrt{2} - 15 - 15}{2} = 9\sqrt{2}$

$AO = \sqrt{(9\sqrt{2})^2 - 9^2} = 9$

$CO = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12$

$\Rightarrow AC = 9 + 12 = 21$



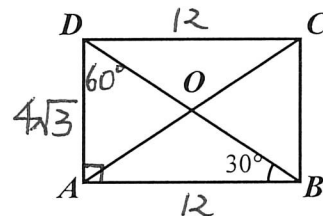
7. 如右圖，長方形 ABCD 中，已知 AB = 12 公分，∠ABO = 30°，則(1) AC = ? (2) △ABD 的面積 = ?

(1) - 等分 = $\frac{12}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3}$

$\Rightarrow AD = 4\sqrt{3}$

$BD = 4\sqrt{3} \times 2 = 8\sqrt{3}$

$\Rightarrow AC = BD = 8\sqrt{3} (cm)$



(2) $\Delta ABD = \frac{1}{2} \times 12 \times 4\sqrt{3} = 24\sqrt{3} (cm^2)$

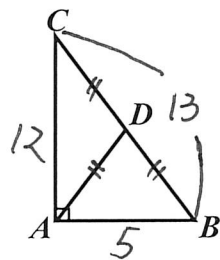
如圖，△ABC 中，∠BAC = 90°，D 是 BC 的中點，若 BC = 13，AB = 5，求 △ADC 的周長

∵ D 為斜邊中點

$\therefore DA = DB = DC = \frac{13}{2}$

$AC = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$

$\Rightarrow \frac{13}{2} + \frac{13}{2} + 12 = 25$



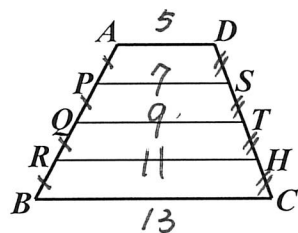
9. 如圖，梯形 ABCD 中，AD // BC，P、Q、R 等分 AB，AD // PS // QT // RH // BC。若 AD = 5，BC = 13，則 PS + QT + RH = ?

$QT = \frac{5 + 13}{2} = 9$

$PS = \frac{5 + 9}{2} = 7$

$RH = \frac{9 + 13}{2} = 11$

$\Rightarrow 7 + 9 + 11 = 27$



10. 如圖，梯形 ABCD 中，AD // BC，AP = PQ = QR = RB，DS = ST = TH = HC。若 AD = 8，BC = 20，則(1) PS = ? (2) 梯形 PQTS 面積：梯形 QRHT 面積 = ?

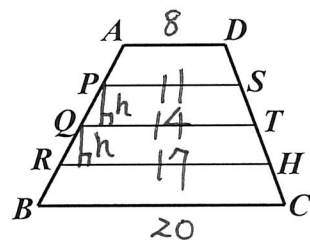
(1) $QT = \frac{8 + 20}{2} = 14$

$PS = \frac{8 + 14}{2} = 11$

(2) $RH = \frac{14 + 20}{2} = 17$

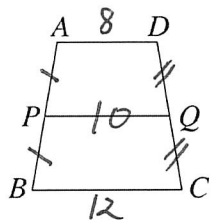
設兩梯形高皆 h

$\Delta PQTS : \Delta QRHT = \frac{(11+14) \times h}{2} : \frac{(14+17) \times h}{2} = 25 : 31$



11. 如圖，梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， \overline{PQ} 為梯形兩腰中點連線段的長， $\overline{AD} = 8$ ， $\overline{BC} = 12$ ，且四邊形 $ADQP$ 的周長為 24，求四邊形 $PBCQ$ 的周長。

$$\overline{PQ} = \frac{8+12}{2} = 10$$



$$\Rightarrow \overline{AP} + \overline{DQ} = 24 - 18 = 6$$

$$\because \overline{AP} = \overline{BP} \quad \overline{DQ} = \overline{CQ}$$

$$\therefore \overline{BP} + \overline{CQ} = \overline{AP} + \overline{DQ} = 6 \quad \rightarrow \text{PBCQ 周長} = 10 + 12 + 6 = 28$$

12. 若一梯形的上底是其兩腰中點連線段的長的一半，下底為 15，求其兩腰中點連線段的長。

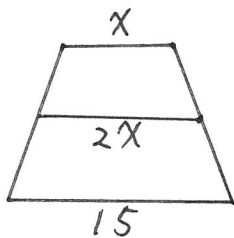
設上底 x ，中線長 $2x$

$$\frac{x+15}{2} = 2x$$

$$x+15 = 4x$$

$$3x = 15$$

$$x = 5$$



$$2 \times 5 = 10$$

13. 梯形兩底長的比為 1:4，若高為 6 公分，面積為 75 平方公分，求梯形的兩底長各為多少？

設兩底為 $1r$ cm, $4r$ cm

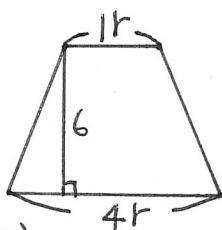
$$\frac{(1r+4r) \times 6}{2} = 75$$

$$15r = 75$$

$$r = 5$$

$$1 \times 5 = 5(\text{cm})$$

$$4 \times 5 = 20(\text{cm})$$



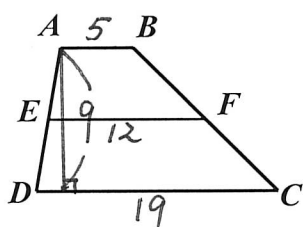
14. 梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ， \overline{EF} 為梯形中線。若 $\overline{AB} = 5$ cm， $\overline{EF} = 12$ cm，梯形的高為 9 cm，

求 (1) $\overline{CD} = ?$ (2) 梯形 $ABCD$ 的面積

$$(1) \frac{5+\overline{CD}}{2} = 12$$

$$5+\overline{CD} = 24$$

$$\Rightarrow \overline{CD} = 19(\text{cm})$$



$$(2) 12 \times 9 = 108(\text{cm}^2)$$

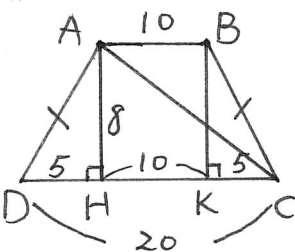
$$\text{另: } \frac{(5+19) \times 9}{2} = 108(\text{cm}^2)$$

15. 有一個等腰梯形上底為 10 公分，下底為 20 公分，高為 8 公分，求此等腰梯形的對角線長？

作 $\overline{AH} \perp \overline{CD}$, $\overline{BK} \perp \overline{CD}$

$$\Rightarrow \overline{HK} = \overline{AB} = 10$$

$$\overline{DH} = \overline{CK} = \frac{20-10}{2} = 5$$



$$\overline{AC} = \sqrt{8^2 + 15^2} = \sqrt{289} = 17(\text{cm})$$

16. 等腰梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AB} = \overline{CD}$ ， $\overline{AD} = 4$ ， $\overline{BC} = 10$ ， $\overline{BD} = 8$ ，求此梯形面積

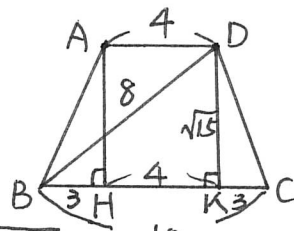
作 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$, $\overline{DK} \perp \overline{BC}$

$$\Rightarrow \overline{HK} = \overline{AD} = 4$$

$$\overline{BH} = \overline{CK} = \frac{10-4}{2} = 3$$

$$\Rightarrow \overline{BK} = 3+4=7 \quad \Rightarrow \overline{DK} = \sqrt{8^2 - 7^2} = \sqrt{15}$$

$$\Rightarrow \frac{(4+10) \times \sqrt{15}}{2} = 7\sqrt{15}$$



17. 梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = \overline{CD} = 15$ ， $\overline{AD} = 7$ ， $\overline{AH} = 12$ ，且 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ ，求梯形面積

作 $\overline{DK} \perp \overline{BC}$

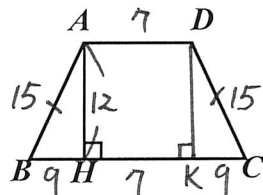
$$\Rightarrow \overline{HK} = \overline{AD} = 7$$

$$\overline{CK} = \overline{BH} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9$$

$$\Rightarrow \overline{BC} = 9+7+9=25$$

$$\frac{(7+25) \times 12}{2}$$

$$= 32 \times 6 = 192$$



18. 如圖，梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，若 $\overline{AB} = \overline{CD} = 17$ ， $\overline{AD} = 10$ ， $\overline{BC} = 26$ ，求梯形面積

作 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$, $\overline{DK} \perp \overline{BC}$

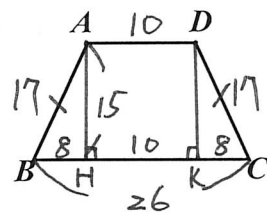
$$\Rightarrow \overline{HK} = \overline{AD} = 10$$

$$\overline{BH} = \overline{CK} = \frac{26-10}{2} = 8$$

$$\Rightarrow \overline{AH} = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15$$

$$\frac{(10+26) \times 15}{2}$$

$$= 18 \times 15 = 270$$



19. 如下右圖， $ABCD$ 為等腰梯形，其中 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， E 、 F 分別為 \overline{AB} 、 \overline{CD} 之中點，且 $\overline{AD} = \overline{CD}$ ，若 $\overline{AD} = 8$ ， $\overline{EF} = 14$ ，則 $ABCD$ 之面積為多少？

$$\frac{8+\overline{BC}}{2} = 14$$

$$8+\overline{BC} = 28$$

$$\overline{BC} = 20$$

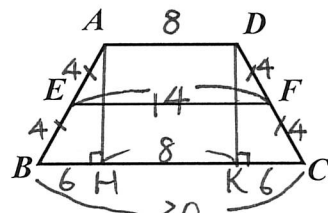
作 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$, $\overline{DK} \perp \overline{BC}$

$$\Rightarrow \overline{HK} = \overline{AD} = 8$$

$$\overline{BH} = \overline{CK} = \frac{20-8}{2} = 6$$

$$\overline{AH} = \sqrt{8^2 - 6^2} = 2\sqrt{7}$$

$$\Rightarrow \frac{(8+20) \times 2\sqrt{7}}{2} = 28\sqrt{7}$$



20. 如右圖，等腰梯形的上底為 5 公分，下底為 13 公分，對角線長為 $3\sqrt{13}$ 公分，則等腰梯形的面積為多少平方公分？

作 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$, $\overline{DK} \perp \overline{BC}$

$$\Rightarrow \overline{HK} = \overline{AD} = 5$$

$$\overline{BH} = \overline{CK} = \frac{13-5}{2} = 4$$

$$= 4$$

$$\Rightarrow \overline{CH} = 5+4=9$$

$$\overline{AH} = \sqrt{(3\sqrt{13})^2 - 9^2} = \sqrt{36} = 6$$

$$= 6$$

$$\frac{(5+13) \times 6}{2}$$

$$= 54(\text{cm}^2)$$

