教學時數

- 8小時

活動 1 了解特殊四邊形對角線的性質。

4-3 特殊四邊形與梯形

1. 特殊四邊形　2. 梯形

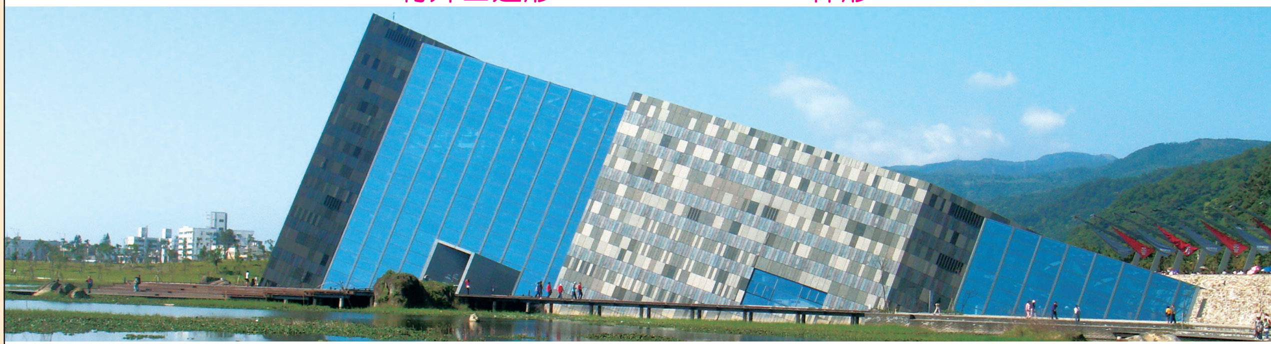


圖 4-20

生活中處處可以看到蘊含四邊形的建築，例如：宜蘭縣 蘭陽博物館（圖 4-20）是利用長方形組合的效果，設計出美麗的建築外觀。這一節，我們先利用對角線來介紹特殊四邊形的性質，再介紹梯形的性質。

1 特殊四邊形

箏形（鳶形）

兩組鄰邊等長的四邊形稱為箏形，在 2-2 節曾用線對稱說明，箏形有一條對角線垂直平分另一條對角線。接下來，將利用三角形的全等概念說明此性質。

如圖 4-21，箏形 $ABCD$ 中，若 $\overline{AB}=\overline{AD}$，$\overline{CB}=\overline{CD}$，$O$ 為兩條對角線 $\overline{AC}$、$\overline{BD}$ 的交點，則 $\overline{AC}$ 會垂直平分 $\overline{BD}$。

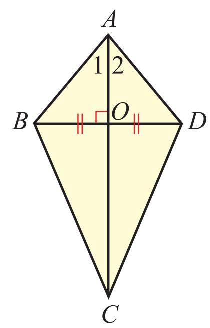


圖 4-21

說明 (1) $\because$ $\overline{AB}=\overline{AD}$，$\overline{BC}=\overline{CD}$，$\overline{AC}=\overline{AC}$（公用邊），

$\therefore \triangle ABC\cong\triangle ADC$（$SSS$ 全等性質），

得 $\angle 1=\angle 2$（對應角相等）。

(2) $\because$ $\overline{AB}=\overline{AD}$，$\angle 1=\angle 2$，$\overline{AO}=\overline{AO}$（公用邊），

$\therefore \triangle AOB\cong\triangle AOD$（$SAS$ 全等性質）。

可得 $\overline{OB}=\overline{OD}$（對應邊相等），$\angle AOB=\angle AOD$（對應角相等），

又 $\angle AOB+\angle AOD=180^\circ$，所以 $\angle AOB=\angle AOD=90^\circ$。

(3) 由 $\overline{OB}=\overline{OD}$，$\angle AOB=90^\circ$，得 $\overline{AC}$ 垂直平分 $\overline{BD}$。

教學眉批

- 此處利用三角形的全等概念了解箏形的對角線性質。

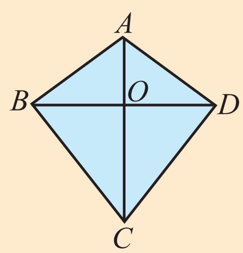
基礎

備課教學資源

- 補救教學．計算 Basic 4-3
- 免試加強類題本 4-3

會考觀測站－基礎演練題　搭配課文

- 如圖，箏形 $ABCD$ 中，$\overline{AB}=\overline{AD}$，$O$ 是對角線 $\overline{AC}$、$\overline{BD}$ 的交點。若 $\overline{AB}=15$，$\overline{AC}=25$，且 $ABCD$ 的周長是 70，求 $\overline{BD}$ 的長。24

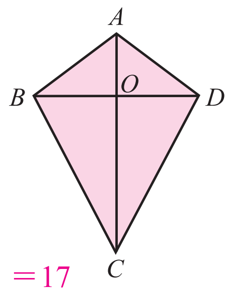


放大 **隨堂練習** 配合習作 P62 基礎題 1

教學眉批

解

如圖，箏形 $ABCD$ 中，$\overline{AB}=\overline{AD}=10$，$\overline{CB}=\overline{CD}$，$\overline{BD}=16$，$\overline{AC}=21$，$O$ 為兩條對角線 $\overline{AC}$、$\overline{BD}$ 的交點，求箏形 $ABCD$ 的周長。



$\because ABCD$ 為箏形，$\overline{AC}$ 垂直平分 $\overline{BD}$，$\therefore \overline{BO}=\overline{OD}=8$

利用畢氏定理 $\overline{AB}^2=\overline{AO}^2+\overline{BO}^2$，得 $\overline{AO}=\sqrt{10^2-8^2}=6$，

$\overline{CO}=\overline{AC}-\overline{AO}=21-6=15$，$\overline{BC}=\sqrt{\overline{BO}^2+\overline{CO}^2}=\sqrt{8^2+15^2}=17$

所以箏形 $ABCD$ 的周長 $=2\times(\overline{AB}+\overline{BC})=2\times(10+17)=54$

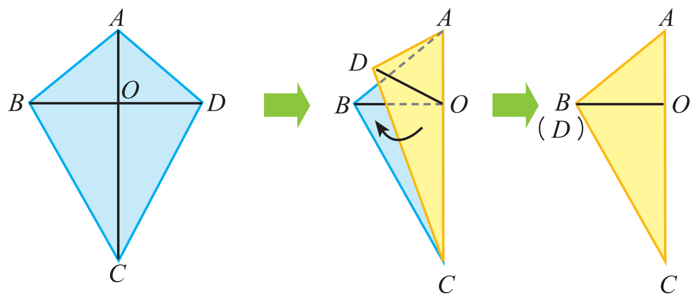
了解箏形的對角線性質後，接下來將學習如何利用對角線判別一個四邊形為箏形。

■ 以前的幾何教學大部分都是利用三角形的全等來證明特殊四邊形對角線的性質，但本書利用線對稱的概念來說明。

箏形的判別

動態圖解 如果一個四邊形的一條對角線垂直平分另一條對角線，則這個四邊形是否是箏形呢？

如圖 4-22，已知四邊形 $ABCD$ 中，對角線 $\overline{AC}$ 垂直平分 $\overline{BD}$，O 為兩條對角線 $\overline{AC}$、$\overline{BD}$ 的交點。



沿著 $\overline{AC}$ 對摺，因為 $\overline{AC}$ 垂直平分 $\overline{BD}$，B 點與 D 點重合，所以 $\overline{AC}$ 是對稱軸，即 $\overline{AB}=\overline{AD}$，$\overline{CB}=\overline{CD}$。

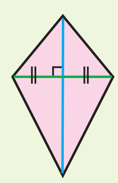
圖 4-22

因為 $\overline{AB}=\overline{AD}$，$\overline{CB}=\overline{CD}$，所以四邊形 $ABCD$ 為箏形。

由上面可知：**一條對角線垂直平分另一條對角線的四邊形是箏形。**

放大 **箏形的對角線**

1. 箏形的一條對角線垂直平分另一條對角線。
2. 一條對角線垂直平分另一條對角線的四邊形是箏形。

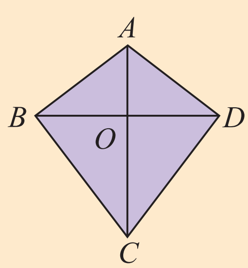


基礎

會考觀測站－基礎演練題 搭配隨堂

■ 如圖，箏形 $ABCD$ 中，$\overline{AB}=\overline{AD}=15$，$\overline{CB}=\overline{CD}=20$，$O$ 為兩條對角線 $\overline{AC}$、$\overline{BD}$ 的交點，且 $\overline{BD}=24$，求箏形 $ABCD$ 的面積。

300



教學眉批

- 利用線對稱概念介紹菱形對角線性質。

菱形

四邊皆等長的四邊形稱為菱形，在 2-2 節曾用線對稱說明，**菱形的兩條對角線互相垂直平分**。接下來將利用三角形的全等概念說明此性質。

如圖 4-23，菱形 $ABCD$ 中，O 為兩對角線 $\overline{AC}$、$\overline{BD}$ 的交點，則 $\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 互相垂直平分。

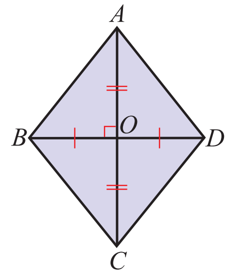


圖 4-23

說明 (1) $\because$ 菱形也是平行四邊形，

$\therefore \overline{BO}=\overline{DO}$，$\overline{AO}=\overline{CO}$。

（平行四邊形的對角線互相平分）

(2) 在 $\triangle ABO$ 與 $\triangle ADO$ 中，

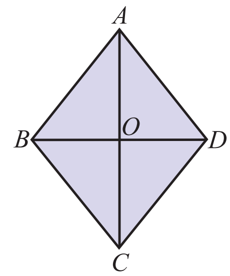
$\because \overline{AB}=\overline{AD}$，$\overline{BO}=\overline{DO}$，$\overline{AO}=\overline{AO}$，

$\therefore \triangle ABO \cong \triangle ADO$（$SSS$ 全等性質），

可得 $\angle AOB=\angle AOD$（對應角相等），

又 $\angle AOB+\angle AOD=180^\circ$，故 $\angle AOB=\angle AOD=90^\circ$。

由(1)、(2)可知 $\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 互相垂直平分。



課轉Q 關鍵提問

- 請說明什麼是畢氏定理。

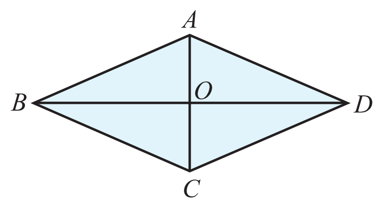
答：任意一個直角三角形，其兩股長的平方和等於斜邊長的平方。

放大 提問

隨堂練習 配合習作 P62 基礎題 2

解

如圖，菱形 $ABCD$ 的周長為 100，兩條對角線交於 O 點，且 $\overline{BD}=48$，求 $\overline{AC}$ 的長。



$\because$ 菱形的四邊等長

$\therefore \overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DA}=100\div4=25$

又菱形的兩條對角線互相垂直平分

$\overline{BO}=\overline{OD}=\frac{1}{2}\overline{BD}=24$

利用畢氏定理 $\overline{AB}^2=\overline{AO}^2+\overline{BO}^2$，

得 $\overline{AO}=\sqrt{\overline{AB}^2-\overline{BO}^2}=\sqrt{25^2-24^2}=7$

$\overline{AC}=2\times\overline{AO}=14$

加強

會考觀測站－加強演練題 搭配課文

1. 已知一菱形的兩對角線長分別爲 6 與 12，求其周長與面積。
   周長爲 $12\sqrt{5}$，面積爲 36
2. 已知一菱形的面積爲 80，其中一條對角線長爲 16，則另一條對角線長爲多少？
   10

了解菱形的對角線性質後，接下來將學習如何利用對角線判別一個四邊形為菱形。

菱形的判別

如果一個四邊形的兩條對角線互相垂直平分，則這個四邊形是否是菱形呢？

如圖 4-24，已知四邊形 $ABCD$ 中，對角線 $\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 互相垂直平分，O 為兩條對角線 $\overline{AC}$、$\overline{BD}$ 的交點。

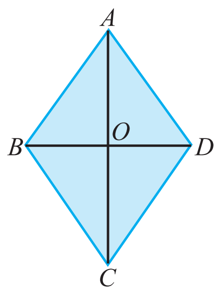
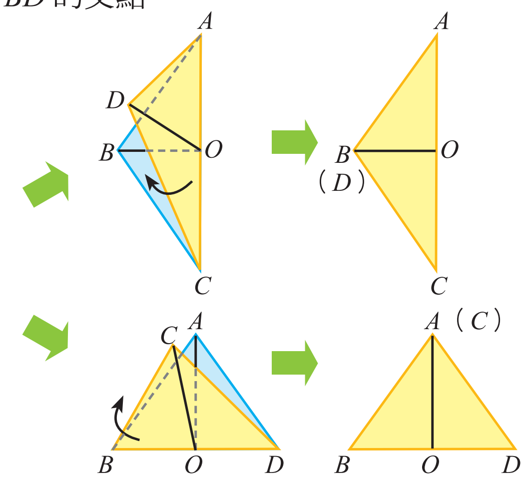


圖 4-24



沿著 $\overline{AC}$ 對摺，因為 $\overline{AC}$ 垂直平分 $\overline{BD}$，B 點與 D 點重合，所以 $\overline{AC}$ 是對稱軸，即 $\overline{AB}=\overline{AD}$，$\overline{CB}=\overline{CD}$。

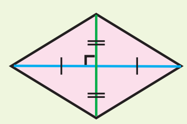
同理，沿著 $\overline{BD}$ 對摺，因為 A 點與 C 點重合，所以 $\overline{BD}$ 是對稱軸，即 $\overline{AB}=\overline{BC}$，$\overline{CD}=\overline{DA}$。

因此 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DA}$，所以四邊形 $ABCD$ 為菱形。

由上面可知：**兩條對角線互相垂直平分的四邊形是菱形。**

放大 **菱形的對角線**

1. 菱形的兩條對角線互相垂直平分。
2. 兩條對角線互相垂直平分的四邊形是菱形。

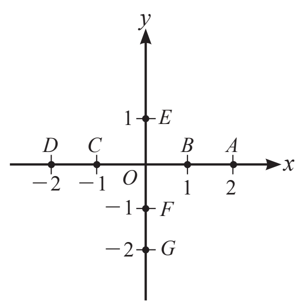


放大 **隨堂練習**

解 如圖，在坐標平面上，有 $A(2,0)$、$B(1,0)$、$C(-1,0)$、$D(-2,0)$、$E(0,1)$、$F(0,-1)$、$G(0,-2)$ 七個點，則：

(1) 四邊形 $BEDF$ 是何種四邊形？箏形（鳶形）

(2) 四邊形 $AEDF$ 是何種四邊形？菱形



基礎

教學眉批

- 利用線對稱概念讓學生了解：
  (1) 一條對角線垂直平分另一條對角線的四邊形是箏形。
  (2) 兩條對角線互相垂直平分的四邊形是菱形。
- 利用線對稱概念會比利用三角形的全等容易了解。
- 從對角線的垂直、平分與等長來判斷特殊四邊形

箏形
一條對角線垂直平分另一條對角線。

↓

菱形
兩條對角線互相垂直平分。

長方形
兩條對角線互相平分且等長。

↓

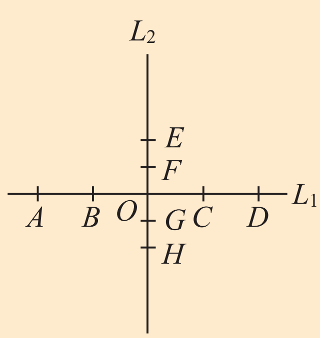
正方形
兩條對角線互相垂直平分且等長。

- 此題隨堂練習結合直角坐標與圖形對稱來命題。

會考觀測站－基礎演練題 搭配隨堂

1. 菱形 $ABCD$ 的面積為 96，對角線 $\overline{BD}=12$，則另一條對角線 $\overline{AC}=$ 16 。

2. 如圖，$L_1 \perp L_2$ 並交於 O 點，在 L_1 上取 $\overline{AB}=\overline{BO}=\overline{OC}=\overline{CD}=2$，在 L_2 上取 $\overline{EF}=\overline{FO}=\overline{OG}=\overline{GH}=1$，判別下列四邊形分別是何種四邊形？
(A) $AEDH$ (B) $AFDG$ (C) $BFCH$
(A) 菱形 (B) 菱形 (C) 箏形



教學眉批

- 利用畢氏定理說明長方形的對角線性質，這個方法比以前利用全等三角形的方法簡單容易懂。
- 利用長方形的對角線性質介紹直角三角形斜邊中點的性質。不須先介紹直角三角形的外心在斜邊中點。

基會試題

- 102 基測 第 14 題

長方形（矩形）

四個內角皆為直角的四邊形稱為長方形，接下來，我們將介紹長方形的對角線性質。

如圖 4-25，四邊形 $ABCD$ 為長方形，

若 $\overline{AD}=\overline{BC}=a$，$\overline{AB}=\overline{DC}=b$，

$\because \angle ABC=\angle BCD=90^\circ$，

$\overline{AC}^2=\overline{BC}^2+\overline{AB}^2=a^2+b^2$，

$\overline{BD}^2=\overline{BC}^2+\overline{DC}^2=a^2+b^2$，

$\therefore \overline{AC}^2=\overline{BD}^2$，因此 $\overline{AC}=\overline{BD}$。

又長方形 $ABCD$ 也是平行四邊形，

$\therefore \overline{OA}=\overline{OC}$，$\overline{OB}=\overline{OD}$（對角線互相平分），

故長方形的兩條對角線等長且互相平分。

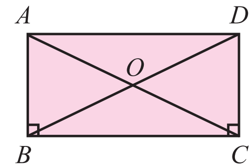
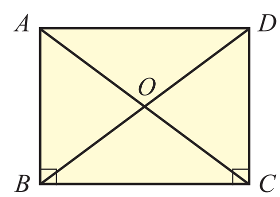


圖 4-25

放大 隨堂練習 基會

解

如圖，長方形 $ABCD$ 中，$\overline{AC}$ 和 $\overline{BD}$ 相交於 O 點。若 $\overline{OA}=5$，$\overline{AB}=6$，求 $\triangle ABD$ 的面積。



$\overline{AB}=\overline{DC}=6$，

又 $\because \overline{OA}=\overline{OC}$，$\overline{OB}=\overline{OD}$（對角線互相平分），

$\therefore \overline{AC}=2\times\overline{OA}=10$。

由畢氏定理得

$\overline{AD}=\overline{BC}=\sqrt{10^2-6^2}=8$，

$\triangle ABD$ 的面積 $=\dfrac{8\times 6}{2}=24$。

如圖 4-26，由長方形 $ABCD$ 的對角線等長且互相平分，可得 $\overline{AO}=\overline{OC}=\overline{BO}=\overline{OD}$。

在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ABC=90^\circ$，所以 O 點為直角三角形 ABC 斜邊的中點，且 O 點到三頂點 A、B、C 等距離。

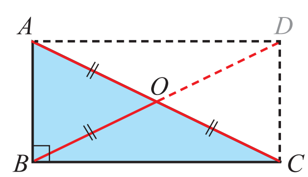


圖 4-26

加強

會考觀測站－加強演練題　搭配課文

1. 已知一長方形周長為 12，且其兩對角線長的和為 $4\sqrt{5}$，求其面積。

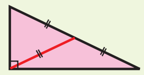
   8

2. 有一直角三角形 ABC，$\overline{AB}=6$，$\overline{BC}=8$，$\angle B=90^\circ$，又 D 為 $\overline{AC}$ 的中點，求 $\overline{BD}$ 的長。

   5

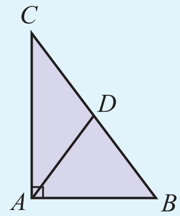
直角三角形斜邊中點性質

直角三角形斜邊中點到三頂點的距離相等。



放大 例 1 **直角三角形斜邊中點** 配合習作 P63 基礎題 3

如圖，$\triangle ABC$ 中，$\angle BAC=90^\circ$，D 是 $\overline{BC}$ 的中點，若 $\overline{BC}=10$，$\overline{AB}=6$，求 $\triangle ADC$ 的周長。



解 $\because \triangle ABC$ 中，$\angle BAC=90^\circ$，

$\therefore \triangle ABC$ 為直角三角形，

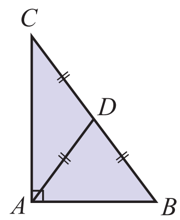
$\overline{BC}=10$，$\overline{AB}=6$，

$\overline{AC}=\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{100-36}=\sqrt{64}=8$，

$\because D$ 是斜邊 $\overline{BC}$ 的中點，

$\therefore \overline{DA}=\overline{DB}=\overline{DC}=\frac{1}{2}\overline{BC}=5$，

$\triangle ADC$ 的周長$=\overline{DA}+\overline{AC}+\overline{DC}=5+8+5=18$。



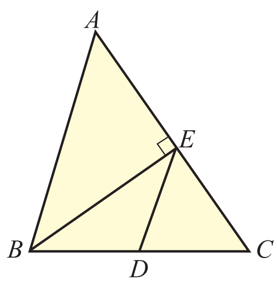
放大 隨堂練習

解 如圖，$\triangle ABC$ 中，D 是 $\overline{BC}$ 的中點，$\overline{BE}\perp\overline{AC}$，$E$ 是垂足。若 $\overline{BC}=10$，求 $\overline{DE}$ 的長。

$\because \triangle BCE$ 為直角三角形，D 是 $\overline{BC}$ 的中點

$\therefore$ 由直角三角形斜邊中點性質得知

$\overline{DE}=\overline{BD}=\overline{DC}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 10=5$



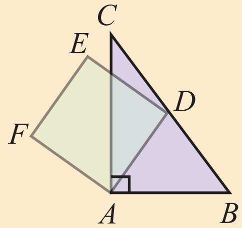
精熟

教學眉批

- 之所以在本單元納入直角三角形斜邊中點性質，是因為課綱中的八下指標有提及。敘述如下所示：
  8-s-12
  能理解特殊的三角形與特殊的四邊形的性質。
  說明：利用矩形之兩條對角線等長且互相平分，來理解直角三角形之斜邊中點到三頂點等距。
- 做隨堂練習時，教師可提示學生要利用直角三角形斜邊中點性質。

會考觀測站－精熟演練題 搭配例 1

- 如圖，$\triangle ABC$ 為直角三角形，$\angle CAB=90^\circ$，D 是 $\overline{BC}$ 的中點，以 $\overline{AD}$ 為一邊，作正方形 $ADEF$。若 $\overline{AB}=6$，$\overline{AC}=8$，求正方形 $ADEF$ 的面積。
  25



了解長方形的對角線性質後，接下來將學習如何利用對角線判別一個四邊形為長方形。

放大 **長方形的判別**

如果一個四邊形的兩條對角線等長且互相平分，則這個四邊形是否是長方形呢？

提問 如圖 4-27，四邊形 $ABCD$ 中，O 為對角線 $\overline{AC}$、$\overline{BD}$ 的交點，已知 $\overline{AC}=\overline{BD}$，且 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=\overline{OD}$。

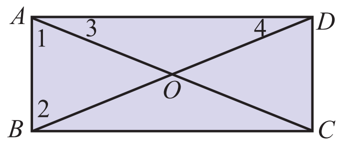


圖 4-27

(1)在△AOB 中，

$\because \overline{OA}=\overline{OB}$，$\therefore \angle 1=\angle 2$。

(2)在△AOD 中，

$\because \overline{OA}=\overline{OD}$，$\therefore \angle 3=\angle 4$。

(3)在△ABD 中，$\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4=180^\circ$，

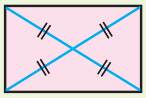
由此可知$\angle BAD=\angle 1+\angle 3=90^\circ$，

同理，$\angle ABC$、$\angle BCD$ 和$\angle CDA$ 都是 90 度，

故四邊形 $ABCD$ 為長方形。

放大 **長方形的對角線**

1. 長方形的兩條對角線等長且互相平分。
2. 兩條對角線等長且互相平分的四邊形是長方形。



隨堂練習

四邊形 $ABCD$ 中，對角線 $\overline{AC}$、$\overline{BD}$ 交於 O 點，利用特殊四邊形對角線的性質，判別下列哪一個敘述是長方形。

(A) $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=\overline{OD}=7$，$\angle AOB=55^\circ$。

(B) $\overline{OA}=\overline{OC}=8$，$\overline{OB}=\overline{OD}=6$，$\angle AOB=90^\circ$。

(A)

加強

教學眉批

- 利用三角形內角和 180° 與等腰三角形的性質說明兩條對角線互相平分且等長的四邊形是長方形。
- 此方法比利用全等證明會讓學生更容易理解。

課轉Q 關鍵提問

- 在圖 4-27 中，$\angle AOD$ 會和哪個角相等？
  答：$\angle BOC$。

- 在設計類似隨堂練習題目時，選項要特別注意，避免有包含關係的選項。

會考觀測站－加強演練題 搭配課文

1. 長方形 $ABCD$ 中，$\overline{AB}=8$，$\overline{BC}=15$，且 $\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 交於 O 點，則 $\overline{AO}+\overline{BO}=$？
   17
2. 某四邊形的兩條對角線互相垂直平分且等長，已知其對角線長爲 2，求該四邊形的面積與周長。
   面積爲 2，周長爲 $4\sqrt{2}$。

正方形

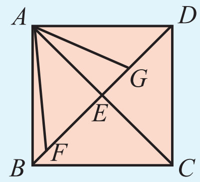
因為正方形的四邊長相等且四個內角都是直角，所以可視為長方形，亦可視為菱形，所以正方形的**兩條對角線等長且互相垂直平分**。

教學眉批

▪ 正方形是長方形也是菱形，具備二者之對角線性質，不再另外證明。

放大提問 例2 **正方形對角線的應用**

如圖，正方形 $ABCD$ 中，$\overline{AE}=5$，$\overline{BF}=1$，$\overline{GD}=3$，求△AFG 的面積。



解 ∵正方形 $ABCD$ 的對角線 $\overline{AC}$、$\overline{BD}$ 等長且互相垂直平分，

$\therefore \overline{BE}=\overline{AE}=\overline{DE}=5$，

$\overline{EF}=\overline{BE}-\overline{BF}=5-1=4$，

$\overline{GE}=\overline{DE}-\overline{DG}=5-3=2$，

$\overline{FG}=\overline{EF}+\overline{EG}=4+2=6$，

△AFG 的面積$=\frac{1}{2}\times\overline{FG}\times\overline{AE}=\frac{1}{2}\times6\times5=15$。

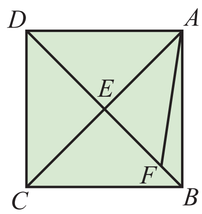
關鍵提問

▪ 請問 $\overline{AB}=$？正方形 $ABCD$ 的面積是多少？
答：$5\sqrt{2}$，50。

放大 隨堂練習

解 如圖，四邊形 $ABCD$ 是正方形，$\overline{AB}=8\sqrt{2}$，對角線 $\overline{AC}$、$\overline{BD}$ 交於 E 點，F 點在 $\overline{BE}$ 上，且 $\overline{EF}:\overline{FB}=3:1$，求：

(1) $\overline{BD}$ 的長。 (2) $\overline{EF}$ 的長。 (3) $\overline{AF}$ 的長。



(1) $\overline{BD}=\sqrt{\overline{AB}^2+\overline{AD}^2}=\sqrt{(8\sqrt{2})^2+(8\sqrt{2})^2}=16$

(2) ∵正方形 $ABCD$ 的對角線 $\overline{AC}$、$\overline{BD}$ 互相垂直平分且等長

$\therefore \overline{BE}=\overline{ED}=\frac{1}{2}\overline{BD}=8$

$\overline{EF}=\frac{3}{4}\overline{BE}=6$

(3) △AEF 為直角三角形，$\overline{AE}=\overline{EC}=\overline{BE}=\overline{ED}=8$，$\overline{EF}=6$

$\overline{AF}=\sqrt{\overline{AE}^2+\overline{EF}^2}=\sqrt{8^2+6^2}=10$

教學眉批

▪ 提示學生區別各種特殊四邊形對角線的性質。

加強

會考觀測站 — 加強演練題 搭配例 2

1. 若四邊形 $ABCD$ 的兩條對角線等長，且互相垂直與平分，若 $\overline{AB}=10$，求四邊形 $ABCD$ 的面積。
   100
2. 已知一四邊形的四邊長均為 1，且兩對角線等長，求其對角線長。
   $\sqrt{2}$

教學眉批

了解正方形的對角線性質後，接下來，將學習如何利用對角線判別一個四邊形為正方形。

● 正方形的判別

如果一個四邊形的兩條對角線等長且互相垂直平分，則這個四邊形是否為正方形呢？

如圖 4-28，已知四邊形 $ABCD$ 的對角線 $\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 互相垂直平分且等長。

(1)因為對角線互相垂直平分，所以四邊形 $ABCD$ 是菱形，其四邊等長。

(2)因為對角線 $\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 等長且互相平分，所以四邊形 $ABCD$ 也是長方形，其四個內角都是直角。

由於四邊形 $ABCD$ 的四邊等長，且四個內角都是直角，因此四邊形 $ABCD$ 為正方形。

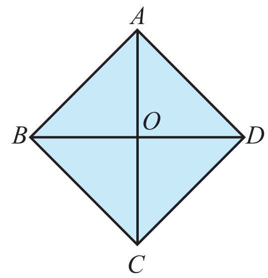
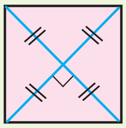


圖 4-28

放大

正方形的對角線

1. 正方形的兩條對角線等長且互相垂直平分。
2. 兩條對角線等長且互相垂直平分的四邊形是正方形。



■ 提示學生區別各種特殊四邊形對角線的性質。

放大 解

隨堂練習

配合習作 P63 基礎題 4

在下面的四邊形中，判別它們的兩條對角線具有哪些性質。
（將該圖形具有的性質在下表的欄位中打✓）

四邊形 / 對角線性質	平行四邊形	箏形	菱形	長方形	正方形
互相平分	✓		✓	✓	✓
等長				✓	✓
互相垂直		✓	✓		✓

基礎

備課教學資源

■ 隨堂輕鬆考第 35 回

會考觀測站－基礎演練題 搭配隨堂

1. 回答下列問題：
(1)長方形的兩條對角線會互相＿平分＿且＿等長＿。
(2)菱形的兩條對角線會互相＿平分＿且＿垂直＿。
(3)＿正方＿形的兩條對角線會互相平分、垂直且等長。

（D）2. 如果想檢驗一個平行四邊形是不是一個長方形，至少要檢驗多少個內角是直角？
(A)4個 (B)3個 (C)2個 (D)1個

對角線長求面積

如圖，$\overline{AC}$、$\overline{BD}$ 為四邊形 $ABCD$ 的兩對角線，已知 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$ 於 O 點，那麼我們如何利用對角線 $\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 求四邊形 $ABCD$ 的面積呢？方法如下：

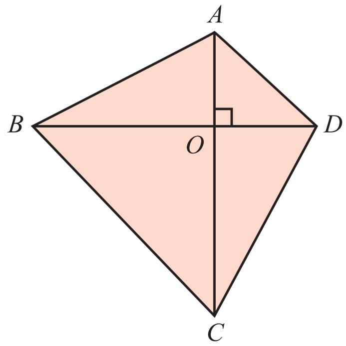
四邊形 $ABCD$ 的面積

$=\triangle BAD$ 的面積$+\triangle BCD$ 的面積

$$=\frac{1}{2}\times\overline{BD}\times\overline{OA}+\frac{1}{2}\times\overline{BD}\times\overline{OC}$$

$$=\frac{1}{2}\times\overline{BD}\times(\ \overline{OA}+\overline{OC}\ )$$

$$=\frac{1}{2}\times\overline{BD}\times\overline{AC}$$



由上可得，當四邊形的兩對角線互相垂直時，其面積為兩對角線長乘積的一半。我們知道箏形、菱形與正方形的兩對角線皆互相垂直，因此它們的面積皆等於兩對角線長乘積的一半。

> **教學眉批**
> ■ 從箏形、菱形與正方形的對角線互相垂直的性質亦可推得，任意四邊形的對角線若互相垂直，其面積也是兩條對角線長乘積的 $\frac{1}{2}$。

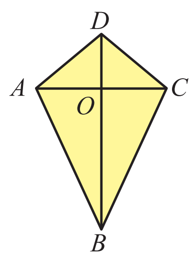
放大 **特殊四邊形面積公式**

箏形、菱形與正方形的面積皆等於兩條對角線長乘積的二分之一。

放大 **隨堂練習**

解 如圖，箏形 $ABCD$ 中，若對角線 $\overline{AC}=12$，$\overline{BD}=18$，求箏形 $ABCD$ 的面積。

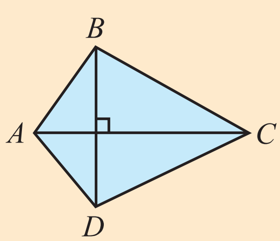
箏形 $ABCD$ 的面積$=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BD}=\frac{1}{2}\times12\times18=108$



加強

會考觀測站－加強演練題 搭配課文

■ 如圖，四邊形 $ABCD$ 中，$\overline{AC}\perp\overline{BD}$。
若 $\overline{AC}=12$，$\overline{BD}=10$，求 $ABCD$ 的面積。
60



活動 2 從幾何圖形的判別性質，判別圖形的包含關係。

教學眉批

- 圖形的包含關係在教學時點到為止即可，避免出現集合的運算等觀念。

特殊四邊形的關係

前面學過箏形、菱形、長方形、正方形，這些特殊四邊形彼此間有什麼關係呢？

放大 例 3 特殊四邊形的關係

下列各敘述是否正確？

(1)若四邊形 $ABCD$ 是長方形，則四邊形 $ABCD$ 一定是正方形。

(2)若四邊形 $ABCD$ 是正方形，則四邊形 $ABCD$ 一定是菱形。

解 (1)因為長方形的四個邊長不一定相等，

所以長方形不一定是正方形。

(2)因為正方形的四個邊等長，

所以正方形是菱形。

放大 解 隨堂練習

下列各敘述何者正確？(A)

(A)若四邊形 $ABCD$ 是正方形，則四邊形 $ABCD$ 一定是長方形。

(B)若四邊形 $ABCD$ 是菱形，則四邊形 $ABCD$ 一定是正方形。

(C)若四邊形 $ABCD$ 是平行四邊形，則四邊形 $ABCD$ 一定是菱形。

- 圖 4-29 包含關係的圖形不須加入梯形、箏形等一起討論。

提問

平行四邊形、菱形、長方形與正方形的關係如下：

(1)菱形、長方形與正方形都是平行四邊形。

(2)正方形是菱形的一種，也是長方形的一種。

它們的關係如圖 4-29。

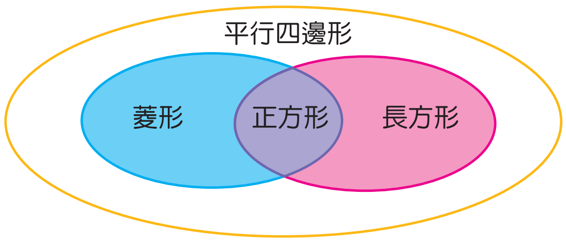


圖 4-29

課轉Q 關鍵提問

- 平行四邊形是長方形的一種嗎？
答：否。
- 長方形是平行四邊形的一種嗎？
答：是。

基礎

備課教學資源

- 隨堂輕鬆考第 36 回

會考觀測站－基礎演練題 搭配例 3

- 下列各敘述是否正確？
(1)若四邊形 $ABCD$ 是箏形，則四邊形 $ABCD$ 一定是平行四邊形。
(2)若四邊形 $ABCD$ 是長方形，則四邊形 $ABCD$ 一定是菱形。
(3)若四邊形是正方形，則四邊形 $ABCD$ 一定是平行四邊形。
(1)錯 (2)錯 (3)對

2 梯形

對應能力指標 8-s-15、8-s-19

梯形的基本性質

梯形是一組對邊平行，另一組對邊不平行的四邊形，其中平行的一組對邊分別稱為上底與下底，不平行的一組對邊稱為腰。若梯形的兩腰等長，稱此梯形為等腰梯形。

如圖 4-30，梯形 $ABCD$ 中，$\overline{AB} // \overline{CD}$，因此 $\overline{AB}$ 為上底，$\overline{CD}$ 為下底，$\overline{AD}$、$\overline{BC}$ 為梯形的腰。若 $\overline{AD}=\overline{BC}$，則梯形 $ABCD$ 為等腰梯形。

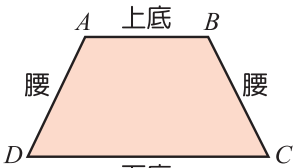
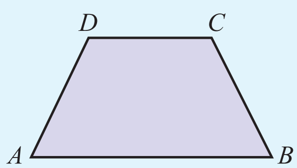


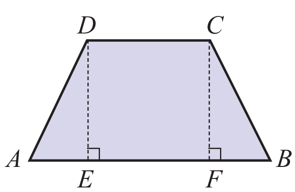
圖 4-30

放大 例 4 等腰梯形兩底角相等 基會

如圖，等腰梯形 $ABCD$ 中，$\overline{AB} // \overline{CD}$，$\overline{AB} > \overline{CD}$，$\overline{AD}=\overline{BC}$，說明 $\angle A=\angle B$，$\angle C=\angle D$。



解 如圖，分別過 C、D 兩點作梯形的高 $\overline{DE}$、$\overline{CF}$。



在 $\triangle DAE$ 和 $\triangle CBF$ 中，

$\because$ $\overline{AD}=\overline{BC}$（已知），

$\overline{DE}=\overline{CF}$（兩平行線間距離相等），

$\angle AED=\angle BFC=90^\circ$，

$\therefore \triangle DAE \cong \triangle CBF$（$RHS$ 全等性質），

故 $\angle A=\angle B$（對應角相等）。

$\because$ $\overline{AB} // \overline{CD}$，

$\therefore \angle ADC+\angle A=180^\circ$，$\angle DCB+\angle B=180^\circ$（同側內角互補），

$\angle ADC=180^\circ-\angle A$

$=180^\circ-\angle B$（$\angle A=\angle B$）

$=\angle DCB$

故 $\angle ADC=\angle DCB$，因此 $\angle C=\angle D$。

基會

活動 3 了解等腰梯形，並理解其內角及對角線的關係。

教學眉批

- 由等腰梯形可知「一組對邊平行，另一組對邊相等的四邊形」並非平行四邊形的判別方法，因為這樣的四邊形可能為等腰梯形或平行四邊形。
- 利用畢氏定理計算直角三角形邊長。
- 例題 4 中，利用兩平行線間的距離處處相等的性質說明高 $\overline{DE}=\overline{CF}$。高的圖示可以下列方式引導學生：「如果要用三角形的全等說明 $\angle A=\angle B$，該如何做才會有兩個分別包含 $\angle A$ 與 $\angle B$ 而看似全等的三角形呢？」

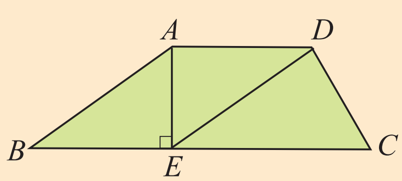
基會試題

- 103 會考第 3 題

103 會考第 3 題 搭配課文

（(C)）■ 如圖，梯形 $ABCD$ 中，$\overline{AD} // \overline{BC}$，$E$ 點在 $\overline{BC}$ 上，且 $\overline{AE} \perp \overline{BC}$。若 $\overline{AB}=10$，$\overline{BE}=8$，$\overline{DE}=6\sqrt{3}$，則 $\overline{AD}$ 的長度為何？

(A) 8　(B) 9　(C) $6\sqrt{2}$　(D) $6\sqrt{3}$



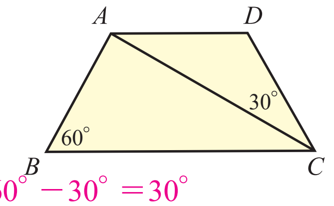
教學眉批

- 例題 5 中，教師可試著以下列方式引導學生：「分別包含 $\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 的三角形有哪些？哪兩個看似全等？它們是否有足夠的全等條件？」
- 例題 5 中，課本選擇 $\triangle ABD$ 和 $\triangle BAC$ 說明。若選 $\triangle ADC$ 與 $\triangle BCD$ 亦可。
- 例題 5 中，兩個三角形有重疊，對於圖形學習較弱的學生，教師可分開圖示說明。

放大 **隨堂練習**

解

如圖，等腰梯形 $ABCD$ 中，$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$，$\angle B=60^\circ$，$\angle ACD=30^\circ$，求：(1) $\angle ACB$。 (2) $\angle D$。

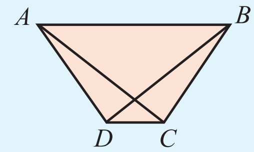


(1) $\angle ACB=\angle DCB-\angle ACD$
$=\angle B-30^\circ$（等腰梯形 $\angle DCB=\angle B$）$=60^\circ-30^\circ=30^\circ$

(2) $\angle D=180^\circ-\angle DCB$（同側內角互補）$=180^\circ-60^\circ=120^\circ$

放大 例 5 **等腰梯形對角線等長**

如圖，等腰梯形 $ABCD$ 中，$\overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}$，$\overline{AD}=\overline{BC}$，連接 $\overline{AC}$、$\overline{BD}$ 兩條對角線，說明 $\overline{AC}=\overline{BD}$。



說明 解

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle BAC$ 中，

$\because$ $\overline{AD}=\overline{BC}$（已知），

$\angle BAD=\angle ABC$（等腰梯形兩底角相等），

$\overline{AB}=\overline{AB}$（公用邊），

$\therefore$ $\triangle ABD\cong\triangle BAC$（$SAS$ 全等性質）。

故 $\overline{AC}=\overline{BD}$（對應邊相等）。

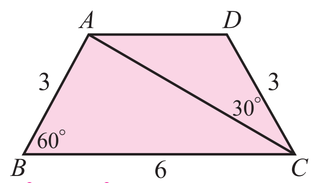
放大 **等腰梯形的性質**

等腰梯形的兩組底角分別相等，兩條對角線等長。

放大 **隨堂練習**

解

如圖，等腰梯形 $ABCD$ 中，$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$，$\angle B=60^\circ$，$\angle ACD=30^\circ$，且知 $\overline{AB}=\overline{CD}=3$，$\overline{BC}=6$，求 $\overline{AD}$ 與 $\overline{BD}$ 的長。



$\angle ACB=\angle DCB-\angle DCA=\angle ABC-\angle DCA=60^\circ-30^\circ=30^\circ$

$\angle BAC=180^\circ-\angle ABC-\angle ACB=180^\circ-60^\circ-30^\circ=90^\circ$

$\because\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$，$\therefore\angle DAC=\angle ACB=30^\circ$

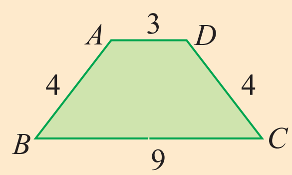
$\overline{AD}=\overline{CD}=3$（$\angle DAC=\angle DCA$）

$\overline{BD}=\overline{AC}=\sqrt{\overline{BC}^2-\overline{AB}^2}=\sqrt{6^2-3^2}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}$

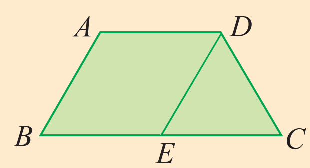
基礎

會考觀測站－基礎演練題 搭配課文

1. 等腰梯形 $ABCD$ 中，$\overline{AB}=\overline{CD}=4$，$\overline{AD}=3$，$\overline{BC}=9$，求等腰梯形 $ABCD$ 的面積。$6\sqrt{7}$



2. 如圖，等腰梯形 $ABCD$ 中，$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$，$\overline{BC}=2\,\overline{AD}$，$\overline{DE}\,/\!/\,\overline{AB}$，$\overline{AB}=16$ 公分，$\angle C=60^\circ$，求 $\triangle DEC$ 的周長與等腰梯形 $ABCD$ 的面積。
$\triangle DEC$ 的周長為 48 公分
等腰梯形 $ABCD$ 的面積為 $192\sqrt{3}$ 平方公分



放大 例 6 等腰梯形性質的應用 基會

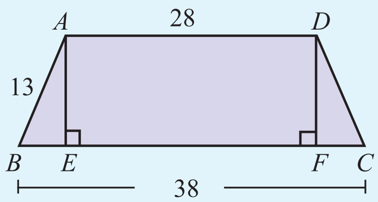
配合習作 P64 基礎題 5

如圖，等腰梯形 $ABCD$ 中，$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$，$\overline{AB}=13$，$\overline{AD}=28$，$\overline{BC}=38$，且 $\overline{AE}$ 與 $\overline{DF}$ 分別垂直 $\overline{BC}$ 於 E、F 兩點，求：

(1) $\overline{BE}$ 的長。

(2) $\overline{AE}$ 的長。

(3) 等腰梯形 $ABCD$ 的面積。



解 (1) ∵四邊形 $ABCD$ 為等腰梯形，$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$，且 $\overline{AE}\perp\overline{BC}$，$\overline{DF}\perp\overline{BC}$。

∴$\overline{AB}=\overline{DC}$，$\angle AEB=\angle DFC=90^\circ$，

$\overline{AE}=\overline{DF}$（平行線間的距離處處相等），

故 $\triangle ABE\cong\triangle DCF$（$RHS$ 全等性質），

即 $\overline{BE}=\overline{CF}$（對應邊相等）。

又 $\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{EF}+\overline{CF}$，

其中 $\overline{EF}=\overline{AD}=28$（長方形對邊等長），

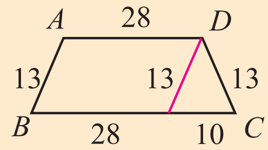
∴ $38=\overline{BE}+28+\overline{BE}$，$\overline{BE}=5$。

(2) $\overline{AE}=\sqrt{\overline{AB}^2-\overline{BE}^2}=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12$。

(3) 梯形 $ABCD$ 的面積 $=(28+38)\times12\div2=396$。

教學眉批

- 例題 6 利用兩個高解題，也可以利用作平行四邊形的方式解題，示意圖如下：

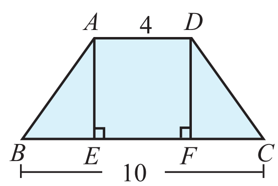


基會試題

- 93 基測 II 第 19 題

放大 隨堂練習

解 如圖，等腰梯形 $ABCD$ 的面積為 28，且 $\overline{AD}=4$，$\overline{BC}=10$，求：(1) $\overline{AE}$ 的長。　(2) $\overline{AB}$ 的長。



(1) $\dfrac{(\overline{AD}+\overline{BC})\times\overline{AE}}{2}=28$，

$\dfrac{(4+10)\times\overline{AE}}{2}=28$，$\overline{AE}=4$

(2) $\overline{BE}=(\overline{BC}-\overline{EF})\div2$（因為 $\triangle ABE\cong\triangle DCF$，$\overline{BE}=\overline{CF}$）

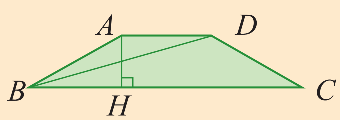
$=(\overline{BC}-\overline{AD})\div2$（矩形對邊相等）$=(10-4)\div2=3$

$\overline{AB}=\sqrt{\overline{AE}^2+\overline{BE}^2}$（$\triangle ABE$ 為直角三角形）$=\sqrt{4^2+3^2}=5$

精熟

會考觀測站－精熟演練題　搭配例 6

- 如圖，等腰梯形 $ABCD$ 中，$\overline{AH}=7$，$\overline{BC}=36$，$\overline{AD}=12$，則對角線 $\overline{BD}$ 的長為__25__。



活動 4 了解梯形兩腰中點的連線段。

教學眉批

- 以前在介紹梯形兩腰中點連線段的性質，大部分都是以幾何全等的性質證明。本書利用圖形旋轉再利用平行證明。這個方法比較簡單容易了解。

- 依據教育部101年6月29日臺國(二)字第1010121215B號函盡量避免使用「梯形中線」乙詞，因此將「梯形中線」修改為「梯形兩腰中點的連線段」。
- 教師可使用備課用書後附的附件 14 於課堂操作。

基會試題

- 94 基測 I 第 28 題
- 96 基測 I 第 2 題

動畫 GGB 基會

如圖 4-31，梯形 $ABCD$ 中，$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$，且 E、F 分別為兩腰 $\overline{AB}$、$\overline{DC}$ 的中點。接下來，我們利用附件 14 來探討 $\overline{EF} \,/\!/\, \overline{BC}$ 且 $\overline{EF} = \dfrac{1}{2}(\overline{AD} + \overline{BC})$。

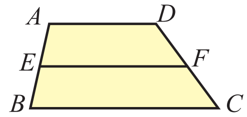


圖 4-31

操作

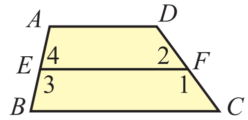


圖 4-32

$\overline{EF}$ 為梯形 $ABCD$ 兩腰中點的連線段。

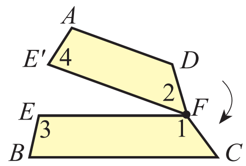


圖 4-33

沿 $\overline{EF}$ 剪開，並以 F 點為旋轉中心，將四邊形 $AE'FD$ 依順時針方向旋轉。

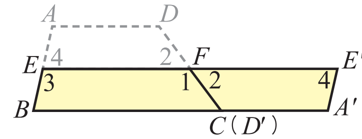


圖 4-34

直到 $\overline{DF}$ 與 $\overline{FC}$ 疊合。

圖 4-34 中，我們可以得到四邊形 $BEE'A'$ 為平行四邊形：

說明

❶ ∵ $\angle 1 + \angle 2 = 180°$，

∴ E、F、E' 三點在同一直線上。

❷ 在圖 4-32 中，$\angle C + \angle D = 180°$（理由：$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$），

因此圖 4-34 中，$\angle FCB + \angle FD'A' = 180°$，

∴ B、C、A' 三點在同一直線上。

❸ 在圖 4-34 中，$\angle 3 + \angle 4 = 180°$，∴ $\overline{BE} \,/\!/\, \overline{E'A'}$（理由：同側內角互補），

又 E 是 $\overline{AB}$ 的中點，∴ $\overline{BE} = \overline{EA} = \overline{E'A'}$。

❹ ∵ $\overline{BE} \,/\!/\, \overline{E'A'}$ 且 $\overline{BE} = \overline{E'A'}$，

∴ 四邊形 $BEE'A'$ 是平行四邊形（理由：一組對邊平行且相等）。

結論

在圖 4-34 中，因為四邊形 $BEE'A'$ 是一個平行四邊形，所以 $\overline{EE'} \,/\!/\, \overline{BA'}$，

即 $\overline{EF} \,/\!/\, \overline{BC}$。

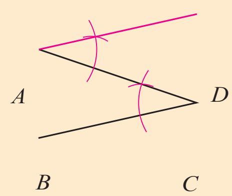
又因為 $\overline{EE'} = \overline{BA'}$，因此 $2\overline{EF} = \overline{EE'} = \overline{BA'} = \overline{AD} + \overline{BC}$，

故 $\overline{EF} = \dfrac{1}{2}(\overline{AD} + \overline{BC})$。

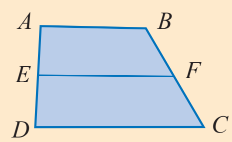
基礎

會考觀測站－基礎演練題　搭配課文

1. 如圖，利用尺規作圖畫出等腰梯形 $ABCD$ 的對稱軸。
作法：作 $\overline{AD}$ 的中垂線，即為所求。



2. 如圖，梯形 $ABCD$ 中，$\overline{EF}$ 為梯形兩腰中點連線段的長，$\overline{CD} = 10$，且四邊形 $EFCD$ 的周長比四邊形 $ABFE$ 的周長多 4，求 $\overline{AB}$ 的長。6



放大

梯形兩腰中點連線段的性質

1. 梯形兩腰中點的連線段會與上、下底平行。
2. 梯形兩腰中點連線段的長＝$\dfrac{（上底＋下底）}{2}$。

利用梯形兩腰中點連線段的長也可求得梯形面積：

梯形面積＝$\dfrac{（上底＋下底）\times 高}{2}$＝$\dfrac{（上底＋下底）}{2}\times 高$

＝梯形兩腰中點連線段的長×高

放大

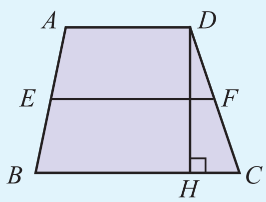
例 7 梯形兩腰中點的連線段 基會

配合習作 P64 基礎題 6

如圖，梯形 $ABCD$ 中，$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$，$\overline{EF}$ 為梯形兩腰中點的連線段，$\overline{DH}\perp\overline{BC}$，且 $\overline{AD}=6$，$\overline{EF}=8$，$\overline{DH}=7$。求：

(1) 梯形 $ABCD$ 的面積。

(2) $\overline{BC}$ 的長。



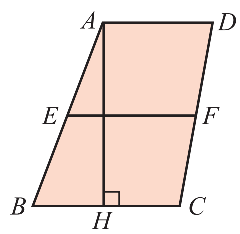
解 (1) 梯形面積＝梯形兩腰中點連線段的長×高＝$\overline{EF}\times\overline{DH}=8\times7=56$。

(2) ∵（上底＋下底）＝2×梯形兩腰中點連線段的長，

∴ $6+\overline{BC}=2\times8$，$\overline{BC}=16-6=10$。

放大 **隨堂練習**

解 如圖，梯形 $ABCD$ 中，$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$，$\overline{EF}$ 為梯形兩腰中點的連線段，$\overline{AH}\perp\overline{BC}$，且 $\overline{AD}=6$，$\overline{AH}=10$，梯形 $ABCD$ 的面積為 70，求：(1) $\overline{EF}$ 的長。 (2) $\overline{BC}$ 的長。



(1) 梯形 $ABCD$ 的面積

＝梯形兩腰中點連線段的長×高

$70=\overline{EF}\times10$，$\overline{EF}=7$

(2) ∵（上底＋下底）＝2×梯形兩腰中點連線段的長

∴ $6+\overline{BC}=2\times7$

$\overline{BC}=14-6=8$

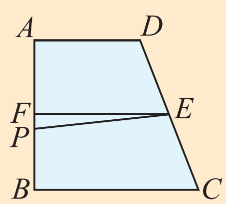
基會

! 基會試題
- 94 基測 II 第 25 題
- 99 基測 I 第 31 題

99 基測 I 第 31 題 搭配例 7

(Ⓓ) ■ 如圖，梯形 $ABCD$ 的兩底長爲 $\overline{AD}=6$，$\overline{BC}=10$，梯形兩腰中點連線段的長爲 $\overline{EF}$，且 $\angle B=90^\circ$。若 P 爲 $\overline{AB}$ 上的一點，且 $\overline{PE}$ 將梯形 $ABCD$ 分成面積相同的兩區域，則 $\triangle EFP$ 與梯形 $ABCD$ 的面積比爲何？

(A) 1：6 (B) 1：10 (C) 1：12 (D) 1：16



備課教學資源
- 隨堂輕鬆考第 37 回
- 免試基礎講堂 4-3
- 免試精熟本 4-3

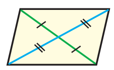
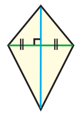
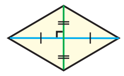
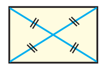
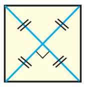
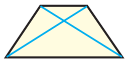
活化體驗站

趣味數學

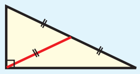
- 老師：「2 Q ＋ Q ＝？」
  學生：「3 Q。」
  老師：「不客氣。」

重點回顧

放大 ① 特殊四邊形的性質：

		平行四邊形	箏形（鳶形）	菱形	長方形（矩形）	正方形	等腰梯形
圖形							
邊	對邊平行	✓		✓	✓	✓	
	對邊等長	✓		✓	✓	✓	
	四邊等長			✓		✓	
角	對角相等	✓		✓	✓	✓	
	四角相等				✓	✓	
對角線	互相平分	✓		✓	✓	✓	
	互相垂直		✓	✓		✓	
	等長				✓	✓	✓

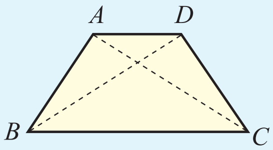
放大 ② 直角三角形斜邊中點到三頂點的距離相等。



放大 ③ 特殊四邊形的面積：

箏形、菱形與正方形的面積皆等於兩條對角線長乘積的二分之一。

放大 ④ 等腰梯形的性質：



1. 若梯形的兩腰等長，稱此梯形為等腰梯形。
2. 等腰梯形的性質：

   ①兩組底角分別相等；②兩條對角線等長。

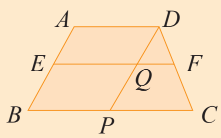
放大 ⑤ 梯形兩腰中點連線段與面積的性質：

1. 梯形兩腰中點的連線段會與上、下底平行。
2. 梯形兩腰中點連線段的長＝$\dfrac{（上底＋下底）}{2}$。
3. 梯形面積＝$\dfrac{（上底＋下底）\times 高}{2}=\dfrac{（上底＋下底）}{2}\times 高$

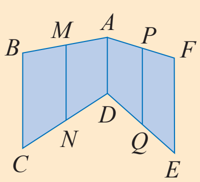
   ＝梯形兩腰中點連線段的長×高

基礎

會考觀測站－基礎演練題　搭配例 7



1. 如圖，梯形 $ABCD$ 兩腰中點連線段的長 $\overline{EF}=12$，$\overline{DP}\,/\!/\,\overline{AB}$ 交 $\overline{EF}$ 於 Q 點，已知 $\overline{PC}=8$，求 $\overline{AD}$ 的長。8

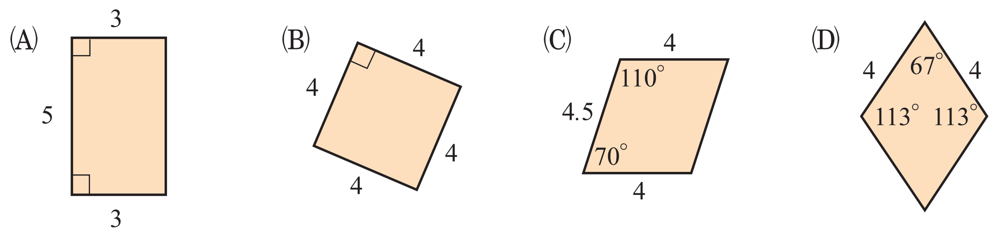


2. 如圖，$\overline{MN}$ 與 $\overline{PQ}$ 分別爲梯形 $ABCD$ 和梯形 $ADEF$ 兩腰中點連線段的長，已知 $\overline{MN}+\overline{PQ}=8$，$\overline{BC}+\overline{EF}=10$，求 $\overline{AD}$ 的長。3

4-3自我評量

放大 解

1 在下面的四邊形中，根據所給定的邊角數據，判別它們的兩條對角線具有哪些性質。(將該圖形具有的性質在下表的欄位中打✓) 課 P196 隨堂



	(A)	(B)	(C)	(D)
互相平分	✓	✓	✓	✓
等長	✓	✓		
互相垂直		✓		✓

放大 解

2 已知四邊形 $ABCD$ 中，O 為四邊形 $ABCD$ 兩條對角線的交點，$\overline{AB}=6$，$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=\overline{OD}=5$，求四邊形 $ABCD$ 的面積。 課 P194 隨堂

∵四邊形 $ABCD$ 的兩條對角線 $\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 平分且等長

$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=\overline{OD}=5$

$\overline{AC}=\overline{OA}+\overline{OC}=5+5=\overline{OB}+\overline{OD}=\overline{BD}$

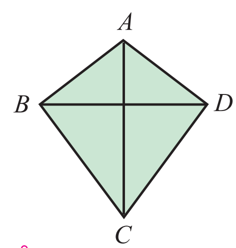
∴四邊形 $ABCD$ 為長方形。

則 $\overline{BC}=\sqrt{10^2-6^2}=8$，四邊形 $ABCD$ 的面積為 $6\times8=48$。

答：48。

放大 解

3 如圖，箏形 $ABCD$ 中，$\overline{AB}=\overline{AD}=6$，$\overline{BC}=\overline{CD}=8$，$\angle ABC=\angle ADC=90^\circ$，求 $\overline{BD}$。 課 P189、197



$\overline{AC}=\sqrt{\overline{AD}^2+\overline{CD}^2}=\sqrt{6^2+8^2}=10$

$\frac{6\times8}{2}\times2=\frac{10\times\overline{BD}}{2}$

$48=5\times\overline{BD}$

$\overline{BD}=\frac{48}{5}$

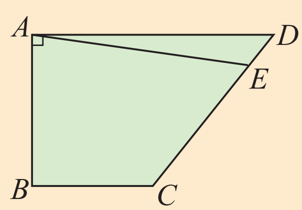
答：$\frac{48}{5}$。

基會

101 基測第 29 題 搭配自評第 2 題

((C)) ▪ 如圖，梯形 $ABCD$ 中，$\angle DAB=\angle ABC=90^\circ$，$E$ 點在 $\overline{CD}$ 上，且 $\overline{DE}:\overline{EC}=1:4$。若 $\overline{AB}=5$，$\overline{BC}=4$，$\overline{AD}=8$，則四邊形 $ABCE$ 的面積為何？

(A) 24 (B) 25 (C) 26 (D) 27



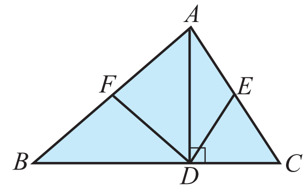
基會試題
- 100 基測 II 第 32 題
- 101 基測第 29 題

備課教學資源
- 會考100分 4-3
- 會考基礎卷 4-3
- 會考精熟卷 4-3
- 段考精選試題 4-3

教學眉批

- 第 4 題：利用直角三角形斜邊中點的性質進行解題。
- 第 5 題：可利用等腰梯形的兩個高，進行解題。

放大 **4** 如圖，$\triangle ABC$ 中，$\overline{AD}\perp\overline{BC}$，$E$、$F$ 分別是 $\overline{AC}$、$\overline{AB}$ 的中點。若 $\overline{AB}=10$，$\overline{BC}=12$，$\overline{AC}=8$，求 $\overline{DF}-\overline{DE}$。 課 P193 隨堂



解

$\because\ \overline{AD}\perp\overline{BC}$

$\therefore\triangle ABD$ 與 $\triangle ACD$ 皆為直角三角形

由直角三角形斜邊中點性質得知

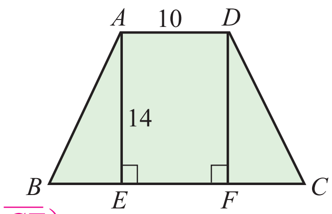
$\overline{DF}=\overline{AF}=\overline{FB}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}=5$

$\overline{DE}=\overline{AE}=\overline{EC}=\dfrac{1}{2}\overline{AC}=4$

$\overline{DF}-\overline{DE}=5-4=1$

答：1。

放大 **5** 如圖，等腰梯形 $ABCD$ 的面積為 238，且 $\overline{AD}=10$，$\overline{AE}=14$，求：(1) $\overline{BC}$ 的長。(2) $\overline{BE}$ 的長。(3) $\overline{AB}$ 的長。 課 P201 例 6



解

(1) 梯形 $ABCD$ 面積 $=\dfrac{(\overline{AD}+\overline{BC})\times\overline{AE}}{2}=238$

$\dfrac{(10+\overline{BC})\times 14}{2}=238$，$\overline{BC}=24$

(2) $\overline{BE}=(\overline{BC}-\overline{EF})\div 2$（因為 $\triangle ABE\cong\triangle DCF$，$\overline{BE}=\overline{CF}$）

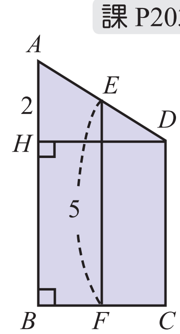
$=(\overline{BC}-\overline{AD})\div 2$（矩形對邊相等）$=(24-10)\div 2=7$

(3) $\overline{AB}=\sqrt{\overline{AE}^2+\overline{BE}^2}$（$\triangle ABE$ 為直角三角形）$=\sqrt{14^2+7^2}=7\sqrt{5}$

答：(1) 24 (2) 7 (3) $7\sqrt{5}$。

放大 **6** 如圖，梯形 $ABCD$ 中，$\overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}$，兩腰中點連線段的長 $\overline{EF}=5$，$\angle B=90^\circ$，$\overline{DH}\perp\overline{AB}$ 於 H 點，$\overline{AH}=2$，求： 課 P203 例 7

(1) $\overline{CD}$ 的長。(2) 若 $ABCD$ 的面積為 15，求 $\overline{BC}$ 的長。



解

(1) 設 $\overline{CD}=x$

所以 $\overline{AB}=\overline{AH}+\overline{BH}=2+\overline{CD}$（矩形對邊相等）

$=2+x$

則 $\overline{EF}=(\overline{AB}+\overline{CD})\div 2$

$5=(2+x+x)\div 2$

$x=4$

所以 $\overline{CD}=4$。

(2) 梯形 $ABCD$ 的面積 $=\overline{EF}\times\overline{BC}$

$15=5\times\overline{BC}$

$\overline{BC}=3$

答：(1) 4 (2) 3。

基礎

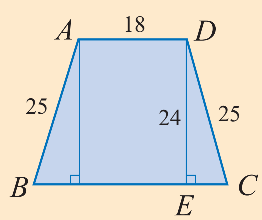
備課教學資源

- 會考100分第 4 章
- 會考基礎卷第 4 章
- 會考精熟卷第 4 章
- 隨堂輕鬆考第 38、39 回

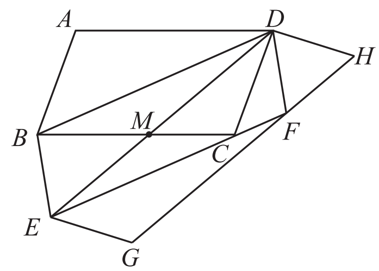
會考觀測站－基礎演練題 搭配自評第 4 題

- 如圖，等腰梯形 $ABCD$ 中，$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$，$\overline{AB}=\overline{CD}=25$，$\overline{AD}=18$，$\overline{DE}=24$，求梯形 $ABCD$ 的面積。

600



放大 ★如圖，四邊形 $ABCD$、$BEFD$、$EGHD$ 均為平行四邊形，其中 C、F 兩點分別在 $\overline{EF}$、$\overline{GH}$ 上，$\overline{DE}$ 與 $\overline{BC}$ 交於 M 點。若△DFH、△CDF、△EFG 的面積分別為 21、14、35，求下列各題：



(1) △CDE 的面積。

解 ∵四邊形 $EGHD$ 為平行四邊形

∴△DEF 的面積

＝△DFH 的面積＋△EFG 的面積

＝21＋35＝56

故△CDE 的面積

＝△DEF 的面積－△CDF 的面積

＝56－14＝42

答：42。

放大 (2) △ABD 的面積。

解 ∵四邊形 $ABCD$ 為平行四邊形

∴△ABD 的面積＝△CDB 的面積

$=\frac{1}{2}$ 平行四邊形 $BEFD$ 的面積

＝△DEF 的面積

＝56

答：56。

★表示為仿會考或特招題

解答P210

精熟

教學眉批

- 評分指引與得分範例請參考 P252、P253。

活化體驗站 趣味數學

- 這次段考的成績出爐了！
大雄：「我考 0 分…」
胖虎：「怎麼辦，我也考 0 分，我們兩個同分，老師會不會以為我們作弊呀？」

會考觀測站－精熟演練題　搭配自我挑戰

- 在此題自我挑戰中，△BMD 的面積減去△EMC 的面積為多少？

△BMD－△EMC
＝(△BCD－△CDM)－(△CDE－△CDM)
＝△BCD－△CDE
＝56－42＝14