教學時數

- 4小時

活動1 理解三角形任意兩邊之和大於第三邊，與任意兩邊之差的絕對值小於第三邊。

教學眉批

- 經由兩點間以直線的距離最短，推導出「三角形任意兩邊之和大於第三邊」。
- 再藉由等量公理與移項法則推導出「三角形任意兩邊之差的絕對值小於第三邊」。

3-4 三角形的邊角關係

1. 三角形三邊長的關係
2. 三角形的外角與內對角的大小關係
3. 大邊對大角
4. 大角對大邊
5. 樞紐定理

動畫 GGB 1 三角形三邊長的關係

對應能力指標 8-s-10

三角形的三邊長關係

你還記得國小時曾學過任意三角形三邊長的關係嗎？

如圖 3-26，a、b、c 表示$\triangle ABC$ 三內角$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 的對邊長。

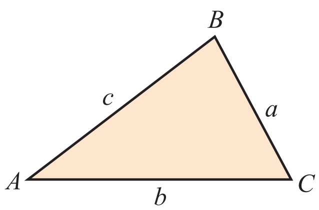


圖 3-26

因為兩點之間的距離以直線距離為最短，因此可以得到：

$$a+b>c \quad \cdots\cdots\cdots ①$$

$$b+c>a \quad \cdots\cdots\cdots ②$$

$$c+a>b \quad \cdots\cdots\cdots ③$$

即三角形任意兩邊長的和大於第三邊的長。

由①、③式分別可得 $a>c-b$，$a>b-c$，

即 $a>|b-c|$。

同理 $b>|c-a|$；

$c>|a-b|$。

也就是說，三角形任意兩邊長的差，其絕對值小於第三邊的長。

放大 三角形的三邊長關係

|任意兩邊長的差| ＜ 第三邊的長 ＜ 任意兩邊長的和。

加強

備課教學資源

- 補救教學．計算 Basic 3-4
- 免試加強類題本 3-4

會考觀測站－加強演練題 搭配課文

(D) ■ 三角形的三邊長為 2、3、a，則下列何數不可能為 a 的值？
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

放大 提問

例 1 三角形兩邊之和大於第三邊的應用 基會

配合習作 P45 基礎題 2

設一個三角形的三邊長分別是 2 公分、9 公分、a 公分。若 a 是整數，則滿足此條件的 a 共有多少個？

解 $9-2<a<9+2$ ← |任意兩邊長的差|＜第三邊的長＜任意兩邊長的和

所以 $7<a<11$。

因為 a 是整數，

所以 a 可以是 8、9、10，

因此滿足條件的 a 共有 3 個。

放大 **隨堂練習**

解 1. 已知兩條線段的長度分別為 5 公分、11 公分，則下列哪些線段長可做為三角形第三邊的長？(複選)

(A)6.9 公分　(B)15 公分　(C)20 公分　(D) $\frac{29}{3}$ 公分

設另一邊長為 a 公分，

$11-5<a<11+5$

所以 $6<a<16$

因此滿足條件的 a 有 6.9 公分、15 公分、$\frac{29}{3}$ 公分，

所以選 (A)(B)(D)

解 2. 設一個三角形的三邊長分別是 5 公分、7 公分、$(a-2)$公分，求 a 的範圍。

$7-5<a-2<7+5$

$2<a-2<12$

$4<a<14$

加強

教學眉批

- 利用「|任意兩邊長的差|＜第三邊的長＜任意兩邊長的和」的觀念做計算。

基會試題

- 91 基測 I 第 15 題

轉Q 關鍵提問

- 有三條線段，長度分別為 3 公分、7 公分、10 公分，可以圍成一個三角形嗎？為什麼？

答：不可以，因為 $3+7=10$，此兩邊長未大於第三邊長。

會考觀測站－加強演練題　搭配例 1

1. 設一個三角形的三邊長分別是 5 公分、9 公分、a 公分，求 a 的範圍。

$4<a<14$

2. 已知兩線段的長度分別為 3 公分、4 公分，下列哪一個線段長可以和這兩條線段圍成一個三角形？

5 公分、6.5 公分、$\sqrt{41}$ 公分、$\frac{50}{7}$ 公分

5 公分、6.5 公分、$\sqrt{41}$ 公分

教學眉批

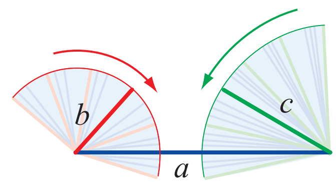
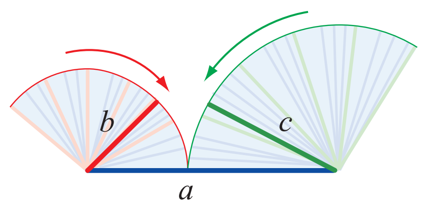
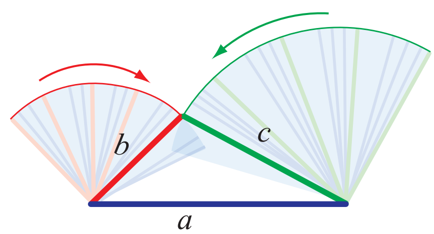
- 利用七條線段來討論何時可以形成一個三角形，並不失一般性。
  設 a 為最長的線段，分三種情形：
  (1) $b+c<a$
  (2) $b+c=a$
  (3) $b+c>a$
- 教師可使用備課用書後附的附件 11 於課堂操作。

三線段形成三角形的判別

前面的敘述讓我們理解三角形的三邊長關係，下面的操作過程則會讓我們理解，三條線段必須具備何種關係才能形成一個三角形。

我們先假設三條線段的長度為 a、b、c（長度為 a 的線段最長），如下表，分別討論先畫一條長度為 a 的線段，再分別以此線段的兩端點為圓心，b、c 長為半徑畫弧，操作過程及結果如下表：（可搭配附件 11 操作）

互動 GGB

長度關係	操作過程	結果
當 $b+c<a$		兩弧沒有交點，不能形成三角形。
當 $b+c=a$		兩弧的交點剛好在長度為 a 的線段上，不能形成三角形。
當 $b+c>a$		兩弧的交點不在長度為 a 的線段上，可以形成三角形。

三線段形成三角形的判別

已知三條線段，如果兩條較短線段長的和大於最長線段，則此三線段可以形成一個三角形。

加強

會考觀測站－加強演練題 搭配課文

- $\triangle ABC$ 中，若 $\overline{AB}=4$，$\overline{BC}=6$，且 $\overline{AC}$ 的長度為整數，求 $\overline{AC}$ 的可能值。
  3，4，5，6，7，8，9

放大 例 2 三線段形成三角形的判別 基會

配合習作 P45 基礎題 1

下列各組數中，哪幾組可以作為三角形的三邊長？

(1) 4、6、7　　(2) 4、7、3　　(3) 4、2、$\sqrt{7}$

解

(1) 由於 $4<6<7$，
且 $4+6>7$，
所以 4、6、7 可以作為三角形的三邊長。

(2) 由於 $3<4<7$，
且 $3+4=7$，
所以 4、7、3 不可以作為三角形的三邊長。

(3) 由於 $2<\sqrt{7}<4$，
且 $2+\sqrt{7}>4$，
所以 4、2、$\sqrt{7}$ 可以作為三角形的三邊長。

只須判別較小兩數的和是否大於最大的數。

放大 隨堂練習

解

下列各組數中，哪幾組可以作為三角形的三邊長？（複選）

(A) 5、6、7
(B) 10、20、30
(C) 4、5、$\sqrt{11}$

(A) 由於 $5<6<7$，且 $5+6>7$，
所以 5、6、7 可以作為三角形的三邊長。
(B) 由於 $10<20<30$，且 $10+20=30$，
所以 10、20、30 不可以作為三角形的三邊長。
(C) 由於 $\sqrt{11}<4<5$，且 $\sqrt{11}+4>5$，
所以 $\sqrt{11}$、4、5 可以作為三角形的三邊長。
故選 (A)(C)

數學小語錄

數學是科學不可動搖的基石，促進人類事業進步的豐富泉源。

—— 巴羅（Isaac Barrow，1630-1677）

教學眉批

- 利用「如果兩條較短線段長度的和大於最長線段的長度，就可以形成一個三角形」的觀念做計算。

基會試題

- 91 基測 I 第 24 題
- 94 基測 I 第 25 題
- 98 基測 I 第 27 題

加強

會考觀測站 — 加強演練題　搭配例 2

- 下列各組數中，哪幾組可以作爲三角形的三邊長？

(A) 0.2、0.3、0.4
(B) $\frac{1}{2}$、$\frac{1}{3}$、$\frac{1}{6}$
(C) $\sqrt{35}$、$\sqrt{45}$、$\sqrt{55}$
(D) $3a$、$4a$、$5a$ $(a>0)$

(A)(C)(D)

教學眉批

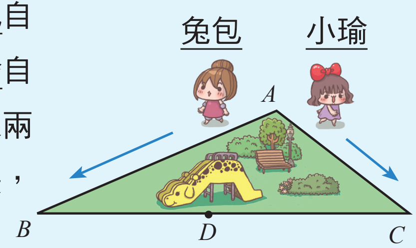
- 利用「三角形任意兩邊之和大於第三邊」的觀念做簡單的證明。
- 例題 3 另解：可令 $\overline{AB}=x$，$\overline{AC}=\overline{BD}=y$，$\overline{CD}=z$，則 $\overline{AB}+\overline{BD}=x+y=\overline{AB}+\overline{AC}$，$\overline{AC}+\overline{CD}=y+z=\overline{BC}$，又 $\overline{AB}+\overline{AC}>\overline{BC}$，故 $\overline{AB}+\overline{BD}>\overline{AC}+\overline{CD}$，兔包行走的距離較長。

基會試題

- 99 基測 I 第 34 題

放大 例 3 三角形兩邊之和大於第三邊的應用 基會

如右圖，有一個形狀為三角形的公園，兔包自 A 點經 B 點以逆時針方向繞公園行走，小瑜自 A 點經 C 點以順時針方向繞公園行走。如果兩人於 $\overline{BC}$ 上的 D 點相遇，且 $\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 等長，則誰行走的距離比較長？



解 兔包行走的距離是 $\overline{AB}+\overline{BD}=\overline{AB}+\overline{AC}$ ← $\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 等長

小瑜行走的距離是 $\overline{AC}+\overline{CD}=\overline{BD}+\overline{CD}$ ← $\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 等長

$=\overline{BC}$

$\triangle ABC$ 中，

$\overline{AB}+\overline{AC}>\overline{BC}$，← 三角形任意兩邊長的和大於第三邊的長

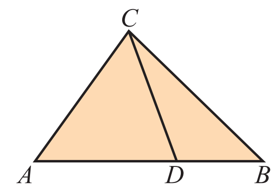
因此兔包行走的距離較長。

放大 隨堂練習

配合習作 P45 基礎題 3

解

如圖，$\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AD}=\overline{CD}$，在下面的空格中填入 >、= 或 <，以比較 $\overline{AB}$ 和 $\overline{BC}$ 的大小。



解

在 $\triangle BCD$ 中，

$\because$ $\overline{CD}+\overline{BD}$ __>__ $\overline{BC}$（三角形任意兩邊長的和大於第三邊的長），

又 $\overline{AD}=\overline{CD}$（已知），

$\therefore$ $\overline{AD}+\overline{BD}$ __>__ $\overline{BC}$，

即 $\overline{AB}$ __>__ $\overline{BC}$。

基會

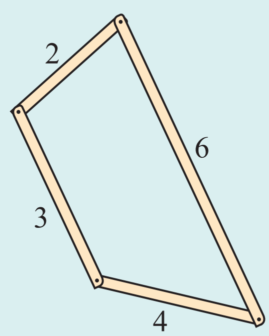
備課教學資源

- 隨堂輕鬆考第 27 回

99 基測 I 第 34 題 搭配例 3

(C) 如圖，用四個螺絲將四條不可彎曲的木條圍成一個木框，不計螺絲大小，其中相鄰兩螺絲的距離依序爲 2、3、4、6，且相鄰兩木條的夾角均可調整。若調整木條的夾角時不破壞此木框，則任兩螺絲的距離之最大值爲何？

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 10



放大 GGB 提問

2 三角形的外角與內對角的大小關係

對應能力指標 8-s-10

如圖 3-27，$\triangle ABC$ 為任意三角形，$\angle 1$ 是 $\angle ACB$ 的外角，因為 $\angle 1=\angle A+\angle B$。且 $\angle A$、$\angle B$ 的度數都是正數，所以 $\angle 1>\angle A$ 且 $\angle 1>\angle B$。也就是說，三角形的外角大於任一內對角。

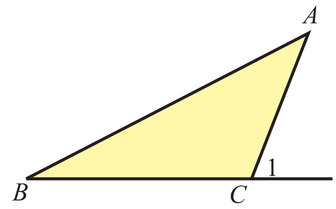
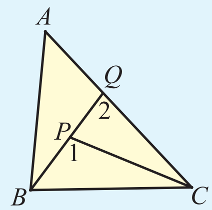


圖 3-27

放大 動畫

例 4 外角大於任一內對角 基會

如圖，$\triangle ABC$ 中，Q 點在 $\overline{AC}$ 上，P 點在 $\overline{BQ}$ 上，比較 $\angle 1$、$\angle 2$ 和 $\angle A$ 的大小關係。



解

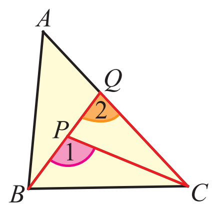
$\because$ $\angle 1$ 是 $\triangle CPQ$ 的外角，

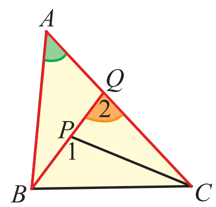
$\therefore$ $\angle 1>\angle 2$，

$\because$ $\angle 2$ 是 $\triangle AQB$ 的外角，

$\therefore$ $\angle 2>\angle A$，

因此 $\angle 1>\angle 2>\angle A$。





放大 隨堂練習

解

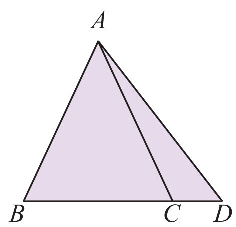
如圖，$\triangle ABC$ 為等腰三角形，$\overline{AB}=\overline{AC}$，$D$ 點在 $\overline{BC}$ 的延長線上，比較 $\angle B$、$\angle D$ 的大小關係，並說明其理由。

$\because$ $\overline{AB}=\overline{AC}$ $\therefore$ $\angle B=\angle ACB$

又 $\angle ACB$ 為 $\triangle ACD$ 的外角

$\therefore$ $\angle ACB>\angle D$

故 $\angle B>\angle D$（$\because$ $\angle B=\angle ACB$）



基礎

活動 2 理解三角形中，外角大於任一內對角。

教學眉批

- 學生在比較角度的大小時，常會忽略可以使用「外角大於任一內對角」此性質，教師可加強學生這方面的練習。

基會試題

- 96 基測 II 第 28 題

課轉Q **關鍵提問**

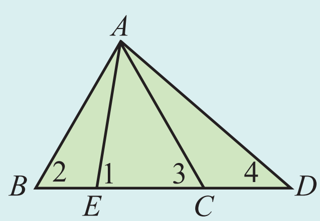
- 三角形的內角和是幾度呢？

答：180 度。

會考觀測站－基礎演練題 搭配例 4

(A)) ■ 如圖，$\triangle ABC$ 是正三角形，E 點在 $\overline{BC}$ 上，D 點在 $\overline{BC}$ 的延長線上，則下列何者的角度最大？

(A) $\angle 1$ (B) $\angle 2$ (C) $\angle 3$ (D) $\angle 4$



活動 3 理解三角形若有兩邊不相等，則大邊對大角，並摺紙方法與外角定理推得。

教學眉批

- 利用國小所教的摺紙方法與外角定理說明大邊對大角。

基會試題

- 102 基測第 30 題

動畫 GGB

3 大邊對大角

對應能力指標 8-*s*-10

在「2-2 垂直、平分與線對稱」已學過等腰三角形的兩個底角相等，但是一個三角形，若有兩個邊不等長，那麼這兩個邊所對的角哪個比較大呢？

如圖 3-28，利用色紙剪出△ABC，其中 $\overline{AC}>\overline{BC}$，那麼∠$B$ 和∠A 這兩個角哪個比較大呢？

動態圖解

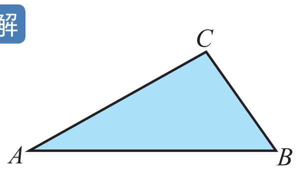


圖 3-28

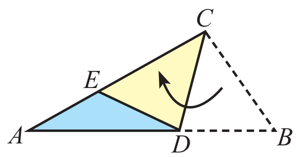


圖 3-29

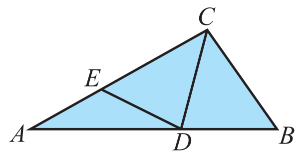


圖 3-30

如圖 3-29，因為 $\overline{AC}>\overline{BC}$，所以可以將 $\overline{BC}$ 摺到 $\overline{AC}$ 上，使得 B 點落在 $\overline{AC}$ 上的一點 E，且摺線 $\overline{CD}$ 與 $\overline{AB}$ 相交於 D 點。然後將色紙攤平，並畫出相關的線段及點，如圖 3-30。

因為∠CED 是△ADE 的外角，所以∠$CED>$∠A。

又因為∠$B=$∠CED，所以∠$B>$∠A。

也就是說，△ABC 中，若 $\overline{AC}>\overline{BC}$，則∠$B>$∠$A$。

放大

大邊對大角

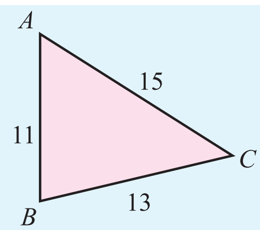
在一個三角形中，若有兩個邊不等長，則較長的邊所對的角比較大。

放大

例 5 大邊對大角 基會

配合習作 P46 基礎題 4

如圖，△ABC 中，$\overline{AB}$、$\overline{BC}$、$\overline{AC}$ 的長度分別是 11、13、15 ，比較∠A、∠B、∠C 的大小關係。



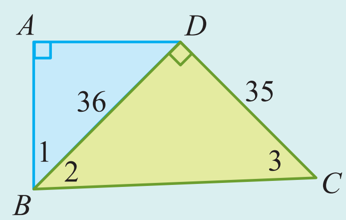
解 △ABC 中，∵ $\overline{AC}>\overline{BC}>\overline{AB}$，

∴∠$B>$∠$A>$∠C。← 大邊對大角

基礎

會考觀測站－基礎演練題 搭配例 5

- 如圖，∠$A=$∠$BDC=90^\circ$，$\overline{AB}=\overline{AD}$，$\overline{BD}=36$，$\overline{CD}=35$，比較∠1、∠2、∠3 的大小關係。
  ∠3＞∠1＞∠2



放大 隨堂練習

解 1. $\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}=6$，$\overline{BC}=7$，$\overline{AC}=8$，則 $\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 哪一個角最小？

$\angle C$

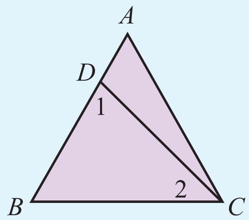
解 2. $\triangle PQR$ 中，$\overline{PQ}=11$，$\overline{QR}=8$，$\overline{PR}=8$，則 $\angle P$、$\angle Q$、$\angle R$ 哪一個角最大？

$\angle R$

教學眉批

放大 提問 例 6 大邊對大角的應用

如圖，$\triangle ABC$ 為正三角形，D 點在 $\overline{AB}$ 上，比較 $\angle 1$、$\angle 2$ 的大小關係。



■ 利用大邊對大角的性質做簡單的證明。

解 因為 D 點在 $\overline{AB}$ 上，所以 $\overline{AB} > \overline{BD}$。

又 $\overline{AB}=\overline{BC}$， ← $\triangle ABC$ 為正三角形

因此 $\overline{BC}>\overline{BD}$。

在 $\triangle DBC$ 中，

因為 $\overline{BC}>\overline{BD}$，所以 $\angle 1>\angle 2$。 ← 大邊對大角

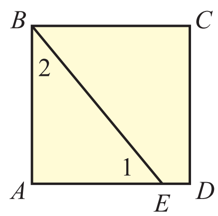
課轉Q 關鍵提問

■ 正三角形的每一個內角為幾度？

答：60 度。

解 隨堂練習

如圖，正方形 $ABCD$ 中，E 點在 $\overline{AD}$ 上，試比較 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 的大小關係。



解

$\because$ $\overline{AB}$ ___=___ $\overline{AD}$，

$\overline{AB}$ ___>___ $\overline{AE}$，

$\therefore \angle 1$ ___>___ $\angle 2$（理由：___大邊對大角___）。

基礎

會考觀測站－基礎演練題 搭配例 6

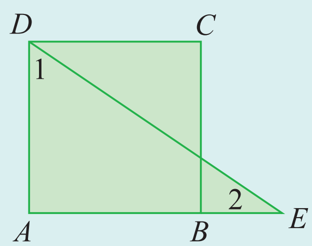
■ 如圖，$ABCD$ 為正方形。利用「大邊對大角」的性質說明 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 的大小關係。

說明：

$\overline{AE}>\overline{AB}=\overline{AD}$（$ABCD$ 為正方形），

在 $\triangle ADE$ 中，利用大邊對大角的性質

得 $\angle 1>\angle 2$（$\overline{AE}>\overline{AD}$）。



活動 4 理解三角形若有兩邊不相等，則大角對大邊，並以摺紙方法與外角定理推得。

教學眉批

- 利用國小所教過的摺紙方法說明大角對大邊。

動畫 GGB

4 大角對大邊

對應能力指標 8-s-10

前面已學過，在一個三角形中，若有兩邊不相等，則比較大的邊所對的角比較大。反過來說，在一個三角形中，若有兩個角不相等，那麼這兩個角所對的邊哪一個比較長？

如圖 3-31，利用色紙剪出△ABC ，其中∠A>∠B，那麼 $\overline{BC}$ 和 $\overline{AC}$ 哪一個邊比較長？

動態圖解

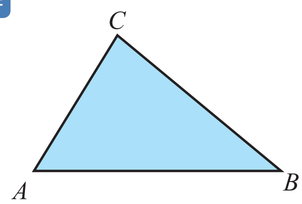


圖 3-31

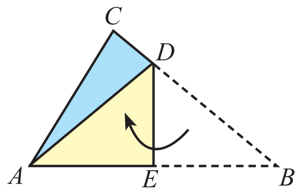


圖 3-32

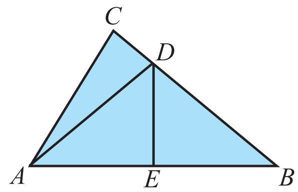


圖 3-33

如圖 3-32，將色紙摺疊，使 B 點與 A 點疊合時，則摺痕就是 $\overline{DE}$。然後將色紙攤平，並畫出相關的線段及點，如圖 3-33。

因為∠DAE=∠B，所以△DAB 為等腰三角形，因而 $\overline{AD}=\overline{BD}$ 。

在△ACD 中，因為 $\overline{AD}+\overline{DC}>\overline{AC}$（三角形任意兩邊長的和大於第三邊），所以 $\overline{BC}=\overline{BD}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{DC}>\overline{AC}$ 。

也就是說，△ABC 中，若∠A>∠B，則 $\overline{BC}>\overline{AC}$ 。

- 在此題隨堂練習中，教師也可由畢氏定理來說明，在直角三角形中，因為斜邊大於兩股，且斜邊所對的角是直角，故直角最大。

放大

大角對大邊

在一個三角形中，若有兩個角不相等，則較大的角所對的邊比較長。

放大 提問

隨堂練習

解

在 30° −60° −90° 的直角三角形中，哪一個角所對的邊最長？為什麼？

直角。

因為直角三角形的三個內角中，直角最大。

加強

轉Q 關鍵提問

- 請說明什麼是畢氏定理。

答：任意一個直角三角形，其兩股長的平方和等於斜邊長的平方。

會考觀測站－加強演練題 搭配例 7

（(A)）■ △ABC 中，∠A=40°，∠C=75°，則△ABC 的最大邊為何？

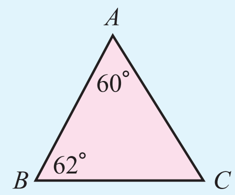
(A) $\overline{AB}$ (B) $\overline{AC}$ (C) $\overline{BC}$ (D) 不能確定

放大 例 7 大角對大邊 基會

配合習作 P46 基礎題 5

$\triangle ABC$ 中，$\angle A=60^\circ$，$\angle B=62^\circ$，

比較 $\overline{AB}$、$\overline{BC}$、$\overline{AC}$ 三邊長的大小關係。



解 因為三角形的內角和等於 180°，

所以 $\angle C=180^\circ-60^\circ-62^\circ=58^\circ$，

三個內角由大到小為 $\angle B>\angle A>\angle C$。

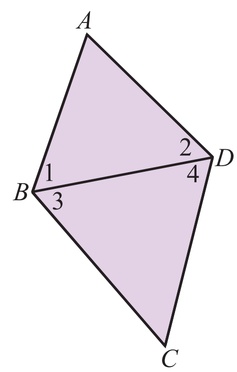
利用大角對大邊的性質，其對邊的長度由大到小為 $\overline{AC}>\overline{BC}>\overline{AB}$。

配合習作 P46 基礎題 6

放大 隨堂練習

如圖，四邊形 $ABCD$ 中，$\angle 1=60^\circ$，$\angle 2=55^\circ$，

$\angle 3=60^\circ$，$\angle 4=65^\circ$。



解 (1)比較 $\overline{AB}$、$\overline{DA}$ 和 $\overline{BD}$ 的大小關係，並說明其理由。

(1)因為 $\angle A=180^\circ-60^\circ-55^\circ=65^\circ$，

所以 $\overline{BD}>\overline{DA}>\overline{AB}$。

解 (2)比較 $\overline{BC}$、$\overline{CD}$ 和 $\overline{BD}$ 的大小關係，並說明其理由。

(2)因為 $\angle C=180^\circ-60^\circ-65^\circ=55^\circ$，所以 $\overline{BC}>\overline{CD}>\overline{BD}$。

解 (3)綜合(1)、(2)題，寫出 $\overline{AB}$、$\overline{BC}$、$\overline{CD}$、$\overline{DA}$ 和 $\overline{BD}$ 的大小關係。

(3) $\overline{BC}>\overline{CD}>\overline{BD}>\overline{DA}>\overline{AB}$。

基會試題
- 90 基測 II 第 5 題
- 91 基測 I 第 6 題
- 94 基測 I 第 29 題
- 99 基測 II 第 28 題
- 100 基測 I 第 32 題
- 103 會考第 20 題

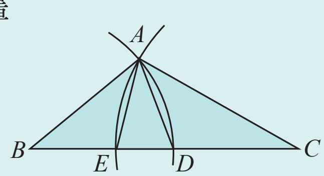
教學眉批
- 宜提醒學生，「大邊對大角」與「大角對大邊」的性質，必須在同一個三角形才能使用。

基會

103 會考第 20 題　搭配例 7

(D) ■ 如圖，有一 $\triangle ABC$，今以 B 為圓心，$\overline{AB}$ 長為半徑畫弧，交 $\overline{BC}$ 於 D 點。以 C 為圓心，$\overline{AC}$ 長為半徑畫弧，交 $\overline{BC}$ 於 E 點。若 $\angle B=40^\circ$，$\angle C=36^\circ$，則關於 $\overline{AD}$、$\overline{AE}$、$\overline{BE}$、$\overline{CD}$ 的大小關係，下列何者正確？

(A) $\overline{AD}=\overline{AE}$　(B) $\overline{AD}<\overline{AE}$　(C) $\overline{BE}=\overline{CD}$　(D) $\overline{BE}<\overline{CD}$



教學眉批

- 教學時，不需強調「樞紐定理」這個名詞。
- 教師在講解樞紐定理時，宜使用道具輔助，例如：時鐘的時針與分針、以雙手手肘爲定點所分成的前臂與後臂等，皆可當作樞紐定理的實例。
- 證明過程可參考教師手冊。

5 樞紐定理

觀察時鐘從 12 點 10 分到 12 點 20 分的過程，如圖 3-34，時鐘上兩針的夾角會慢慢增加，而時針頂端與分針頂端的距離也會慢慢增加；反過來說，在時針頂端與分針頂端的距離慢慢增加時，兩針的夾角也會慢慢增加。

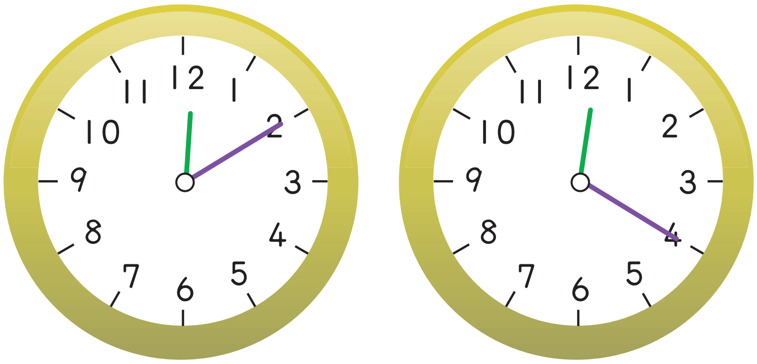


圖 3-34

GGB 畫出時鐘上的時針與分針所形成的兩個三角形（如圖 3-35），藉由上面的觀察結果可以發現：

在△ABC 與△DEF 中，已知 $\overline{AB}=\overline{DE}$，$\overline{AC}=\overline{DF}$，

(1)若 $\angle A<\angle D$，則 $\overline{BC}<\overline{EF}$。

(2)若 $\overline{BC}<\overline{EF}$，則 $\angle A<\angle D$。

圖 3-35

放大 **樞紐定理與逆樞紐定理**

當兩個三角形的兩個邊對應相等時：

(1) 樞紐定理：若兩邊的夾角不相等，則夾角愈大者，第三邊愈長。

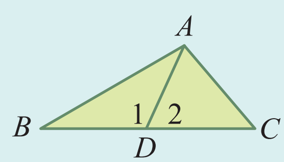
(2) 逆樞紐定理：若第三邊不相等，則第三邊愈長者，所對的夾角愈大。

基礎

會考觀測站－基礎演練題 搭配課文

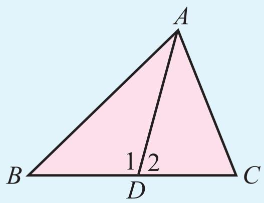
- 如圖，D 是 $\overline{BC}$ 的中點，$\overline{AB}>\overline{AC}$，比較∠1 和∠2 的大小關係。

$\angle 1>\angle 2$

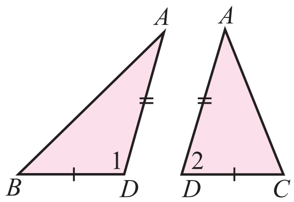


放大 例 8 **樞紐定理**

如圖，D 是 $\overline{BC}$ 的中點，$\angle 1>\angle 2$，
比較 $\overline{AB}$ 和 $\overline{AC}$ 的大小關係。



解



在△DAB 與△DAC 中，
∵ $\overline{DA}=\overline{DA}$，
$\overline{DB}=\overline{DC}$，← D 是 $\overline{BC}$ 的中點
$\angle 1>\angle 2$，
∴$\overline{AB}>\overline{AC}$。← 樞紐定理

放大 解 **隨堂練習**

已知△ABC 和△DEF 中，$\overline{AB}=\overline{DE}$，$\overline{AC}=\overline{DF}$，在下列空格中填入 >、=或< ，比較各線段或各角的大小關係。

(1) 若$\angle A>\angle D$，則 $\overline{BC}$ __>__ $\overline{EF}$。
(2) 若$\angle A=\angle D$，則 $\overline{BC}$ __=__ $\overline{EF}$。
(3) 若 $\overline{BC}>\overline{EF}$，則$\angle A$ __>__ $\angle D$。
(4) 若 $\overline{BC}=\overline{EF}$，則$\angle A$ __=__ $\angle D$。

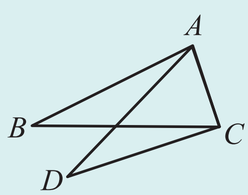
基礎

教學眉批

- 教師可補充說明：（但不證明）
若△ABC 的三邊長為 a、b、c，
(1)當 $a^2+b^2<c^2$，則△ABC 為鈍角三角形。
(2)當 $a^2+b^2=c^2$，則△ABC 為直角三角形。
(3)當 $a^2+b^2>c^2$，則△ABC 為銳角三角形。

會考觀測站－基礎演練題 搭配例 8

- 如圖，△ABC 與△ADC 中，$\overline{AB}=\overline{AD}$，比較 $\overline{BC}$ 和 $\overline{CD}$ 的大小關係。
$\overline{BC}>\overline{CD}$



備課教學資源

- 隨堂輕鬆考第 28 回
- 免試基礎講堂 3-4
- 免試精熟本 3-4

活化體驗站

趣味數學

- 由長度 3、4、6 的線段與 25、35、70 的線段所圍成的兩個三角形，哪一個面積最大？
  3、4、6 的三角形面積最大，因爲 25、35、70 不能組成三角形。

重點回顧

放大 1 三角形的三邊長關係：

(1) 三角形任意兩邊長的和大於第三邊的長。

(2) 三角形任意兩邊長的差的絕對值小於第三邊的長。

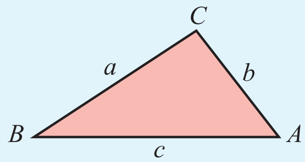
(3) ｜任意兩邊長的差｜ ＜ 第三邊的長 ＜ 任意兩邊長的和。

例 $\triangle ABC$ 的三邊長為 a、b、c，

$|a-b|<c<a+b$

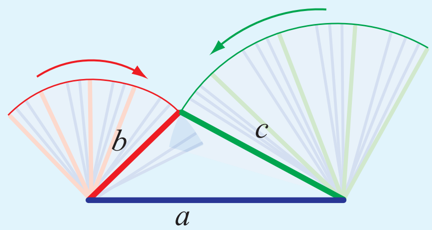
$|a-c|<b<a+c$

$|b-c|<a<b+c$



放大 2 三線段形成三角形的判別：

已知三條線段，如果兩條較短線段長的和大於最長線段，則此三線段可以形成一個三角形。

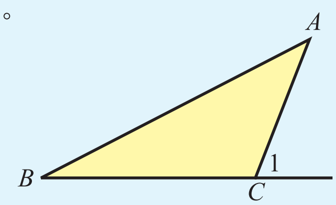


放大 3 三角形外角與內對角的大小關係：

三角形中，外角大於任何一個內對角。

例 如圖，$\triangle ABC$ 中，

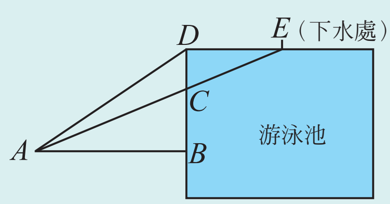
$\angle 1>\angle A$ 且 $\angle 1>\angle B$。



精熟

會考觀測站－精熟演練題 搭配重點回顧

- 甲、乙、丙三人到游泳池游泳，三人均從 A 點想走到 E 點下水。但甲走：A-B-C-D-E，乙走：A-C-D-E，丙走：A-D-E，則三人所走路徑長短順序爲何？
  甲＞乙＞丙

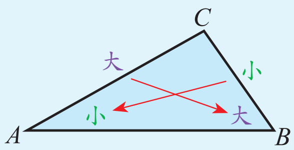


放大 4 大邊對大角：

在一個三角形中，若有兩個邊不等長，則較長的邊所對的角比較大。

例 如圖，$\triangle ABC$ 中，

若 $\overline{AC} > \overline{BC}$，則 $\angle B > \angle A$。

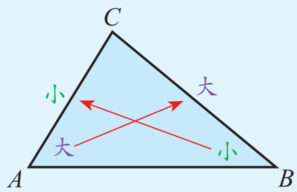


放大 5 大角對大邊：

在一個三角形中，若有兩個角不相等，則較大的角所對的邊比較長。

例 如圖，$\triangle ABC$ 中，

若 $\angle A > \angle B$，則 $\overline{BC} > \overline{AC}$。



放大 6 樞紐定理：

當兩個三角形的兩個邊對應相等時：

(1)樞紐定理：

若兩邊的夾角不相等，則夾角愈大者，第三邊愈長。

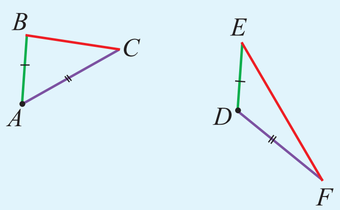
(2)逆樞紐定理：

若第三邊不相等，則第三邊愈長者，所對的夾角愈大。

例 在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 中，$\overline{AB} = \overline{DE}$，$\overline{AC} = \overline{DF}$。

(1) 若 $\angle A < \angle D$，則 $\overline{BC} < \overline{EF}$。

(2) 若 $\overline{BC} < \overline{EF}$，則 $\angle A < \angle D$。

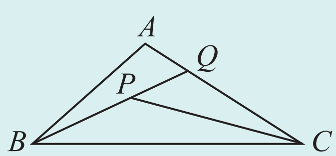


基礎

會考觀測站－基礎演練題 搭配重點回顧

■ 如圖，$\triangle ABC$ 中，Q 點在 $\overline{AC}$ 上，P 點在 $\overline{BQ}$ 上，則 $\angle BAC$、$\angle BQC$、$\angle BPC$ 的大小關係為何？

$\angle BPC > \angle BQC > \angle BAC$



活化體驗站 趣味數學

■ 1234569
（猜一成語）
七零八落

3-4自我評量

教學眉批

- 第 1 題是利用「三角形兩邊之和大於第三邊，兩邊之差小於第三邊」作驗證。

基會試題

- 92 基測 II 第 27 題
- 94 基測 I 第 18 題
- 94 基測 II 第 30 題
- 96 基測 II 第 33 題
- 97 基測 II 第 6 題
- 107 會考第 18 題

放大 解

1 下列各組數中，哪幾組可以作為三角形的三邊長？（複選） 課 P139 例 2

(A) 0.7、0.8、0.9　　(B) 5、7、13

(C) 6、8、$\sqrt{101}$　　(D) $a+2$、$a+3$、$2a+3$（$a>0$）

(A) 由於 $0.7<0.8<0.9$，且 $0.7+0.8>0.9$，所以 0.7、0.8、0.9 可以作為三角形的三邊長。

(B) 由於 $5<7<13$，且 $5+7<13$，所以 5、7、13 不可以作為三角形的三邊長。

(C) 由於 $6<8<\sqrt{101}$，且 $6+8>\sqrt{101}$，所以 6、8、$\sqrt{101}$ 可以作為三角形的三邊長。

(D) 由於 $a+2<a+3<2a+3$，且 $(a+2)+(a+3)>2a+3$，所以 $a+2$、$a+3$、$2a+3$ 可以作為三角形的三邊長。

所以選 (A)(C)(D)

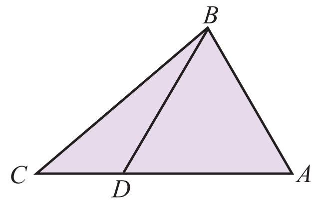
放大 解

2 已知四根吸管的長度分別為 2、3、4、5，任選三根吸管拼成三角形，則哪些組合可以拼成三角形？ 課 P139 例 2

四根吸管任選三根的情形有 (2, 3, 4)、(2, 3, 5)、(2, 4, 5)、(3, 4, 5) 四種。
(2, 3, 4)、(2, 4, 5)、(3, 4, 5) 可以拼成三角形。
因為 $2<3<4$，且 $2+3>4$，所以 (2, 3, 4) 可以作為三角形的三邊長。
因為 $2<4<5$，且 $2+4>5$，所以 (2, 4, 5) 可以作為三角形的三邊長。
因為 $3<4<5$，且 $3+4>5$，所以 (3, 4, 5) 可以作為三角形的三邊長。

放大 解

3 如圖，$\triangle ABC$ 中，D 點在 $\overline{AC}$ 上，使得 $\triangle ABD$ 是正三角形，完成下列空格，比較 $\angle A$ 和 $\angle C$ 的大小關係。 課 P141 例 4



說明：

$\because \angle BDA$ 為 $\triangle BDC$ 的外角，

$\therefore \angle BDA$ __>__ $\angle C$（填>、=、<），

又 $\because \angle BDA=\angle A$（理由：__$\triangle ABC$ 為正三角形__），

$\therefore \angle A$ __>__ $\angle C$（填>、=、<）。

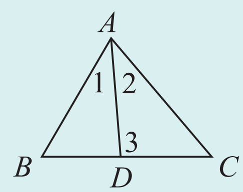
加強

備課教學資源

- 會考100分 3-4
- 會考基礎卷 3-4
- 會考精熟卷 3-4
- 段考精選試題 3-4

會考觀測站－加強演練題　搭配自評第 3 題

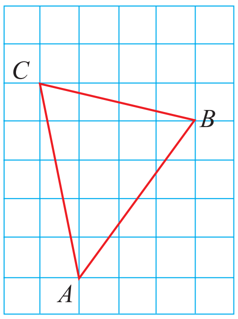
- 如圖，$\triangle ABC$ 中，$\angle A$ 的角平分線交 $\overline{BC}$ 於 D 點，在下列的空格中填入>、=或<，說明 $\overline{CD}$ 與 $\overline{AC}$ 的大小關係：



說明：由外角定理知，$\angle 3$ __>__ $\angle 1$。
因為 $\angle 1=\angle 2$，所以 $\angle 3$ __>__ $\angle 2$。
因此，$\overline{CD}$ __<__ $\overline{AC}$。

放大 解

4 如圖，每一小格皆為邊長 1 的正方形，A、B、C 三點皆在格子點上。 課 P142 ～143 例 5～6



(1) 求 $\overline{AB}$、$\overline{BC}$、$\overline{CA}$ 的長度，並比較其大小。

(2) 比較 $\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 的大小關係。

(1) $\overline{AB}=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{25}=5$

$\overline{BC}=\sqrt{1^2+4^2}=\sqrt{17}$

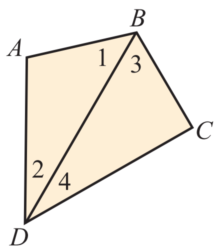
$\overline{CA}=\sqrt{1^2+5^2}=\sqrt{26}$

$\overline{CA}>\overline{AB}>\overline{BC}$

(2) $\angle B>\angle C>\angle A$

放大 解

5 如圖，四邊形 $ABCD$ 中，$\overline{AB}=8$，$\overline{BC}=8$，$\overline{CD}=14$，$\overline{DA}=12$。依序回答下列問題：



(1) 比較 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 的大小關係，並說明其理由。

(2) 比較 $\angle 3$ 和 $\angle 4$ 的大小關係，並說明其理由。

(3) 綜合(1)、(2)題，寫出 $\angle ABC$ 和 $\angle ADC$ 的大小關係，並說明其理由。 課 P143 例 6

(1)因為 $\overline{DA}>\overline{AB}$，所以 $\angle 1>\angle 2$。

(2)因為 $\overline{CD}>\overline{BC}$，所以 $\angle 3>\angle 4$。

(3)由(1)、(2)知，$\angle ABC=\angle 1+\angle 3>\angle 2+\angle 4=\angle ADC$。

基礎

活化體驗站

趣味數學

■ 哪一個數字減去一半會成為 0？

8

會考觀測站－基礎演練題　搭配自評第 5 題

■ $\triangle ABC$ 中，$3\angle A：2\angle B=3：5$，$\angle B：2\angle C=2：3$，則 $\overline{AB}$、$\overline{BC}$、$\overline{AC}$ 三邊長的大小關係為 ＿$\overline{AC}>\overline{AB}>\overline{BC}$＿。

備課教學資源

■ 會考100分第 3 章
■ 會考基礎卷第 3 章
■ 會考精熟卷第 3 章
■ 隨堂輕鬆考第 29、30 回