

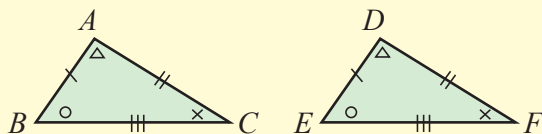
3-2 三角形的全等

本節性質與公式摘要

1. 全等三角形：

兩個全等三角形的對應邊相等，對應角也相等。

例 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，若 $A、B、C$ 三點的對應頂點分別為 $D、E、F$ 三點，則 $\overline{AB} = \overline{DE}$ ， $\overline{BC} = \overline{EF}$ ， $\overline{AC} = \overline{DF}$ ， $\angle A = \angle D$ ， $\angle B = \angle E$ ， $\angle C = \angle F$ 。



2. 三角形全等的判別方法：

SSS 全等性質	SAS 全等性質	ASA 全等性質
AAS 全等性質	RHS 全等性質	

3. 由邊長判別直角三角形：

若三角形滿足一邊長的平方等於另兩邊長的平方和，則此三角形為直角三角形。

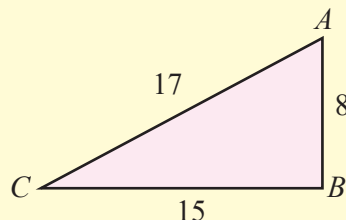
例 在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{BC} = 15$ ， $\overline{AC} = 17$ ，則 $\triangle ABC$ 為直角三角形。

$$\because 8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289,$$

$$17^2 = 289,$$

$$8^2 + 15^2 = 17^2,$$

$\therefore \triangle ABC$ 為直角三角形。



基礎題

- ① 設 $\triangle ABC \cong \triangle PQR$ ，且 $A、B、C$ 的對應頂點分別是 $P、Q、R$ 。 $\angle A = 75^\circ$ ， $\angle R = 60^\circ$ ， $\overline{AB} = 2\sqrt{6}$ 公分， $\overline{AC} = 4$ 公分， $\overline{QR} = (2 + 2\sqrt{3})$ 公分，求：

- (1) $\angle B$ 。 (2) $\angle P$ 。 (3) $\triangle PQR$ 的周長。

課 P111 隨堂

每小題 6 分，共 18 分 每小題 5 分，共 15 分

$$(1) \because \triangle ABC \cong \triangle PQR \quad \therefore \angle C = \angle R = 60^\circ$$

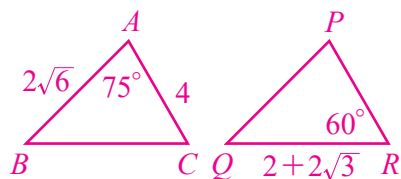
$$\angle B = 180^\circ - \angle A - \angle C = 180^\circ - 75^\circ - 60^\circ = 45^\circ$$

$$(2) \angle P = \angle A = 75^\circ$$

$$(3) \because \triangle ABC \cong \triangle PQR$$

$$\therefore \triangle PQR \text{ 的周長} = 2\sqrt{6} + 4 + (2 + 2\sqrt{3}) = 6 + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{6} \text{ (公分)}$$

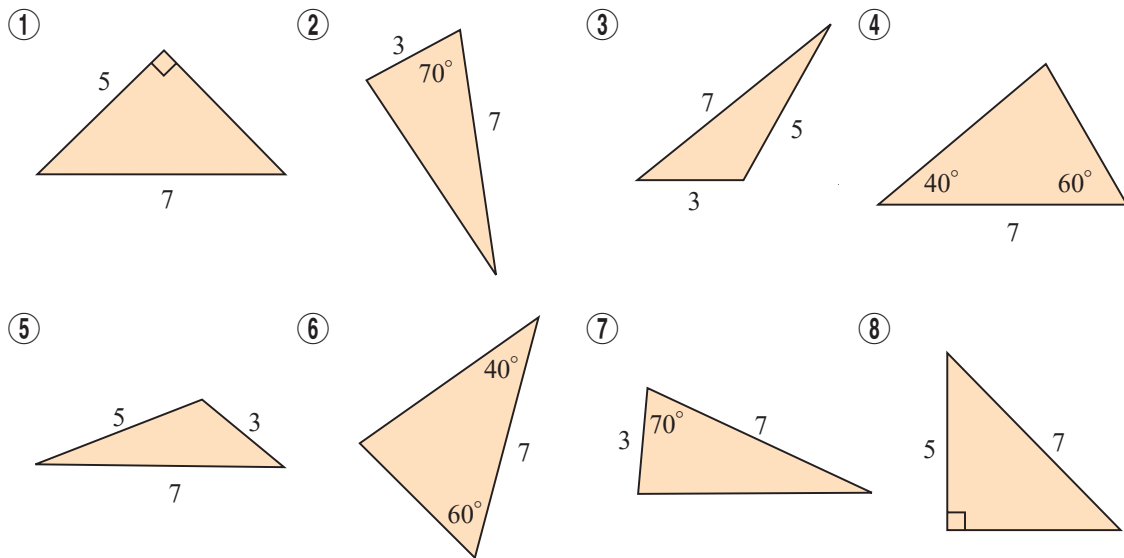
答：(1) 45° (2) 75° (3) $(6 + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{6})$ 公分。



- ② 指出下圖中，①～④ 的三角形分別與 ⑤～⑧ 的哪一個三角形全等，並說明所根據的全等性質。

課 P113、115、117、120 隨堂

每格 5 分，共 40 分 每格 4 分，共 32 分

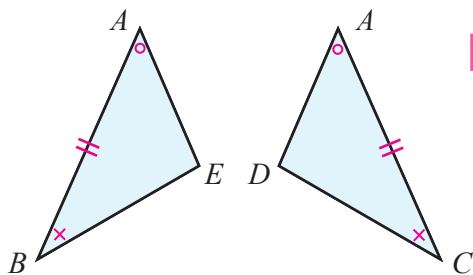


- (1) ①和 ⑧ 全等，根據 RHS 全等性質。
 (2) ②和 ⑦ 全等，根據 SAS 全等性質。
 (3) ③和 ⑤ 全等，根據 SSS 全等性質。
 (4) ④和 ⑥ 全等，根據 ASA 全等性質。

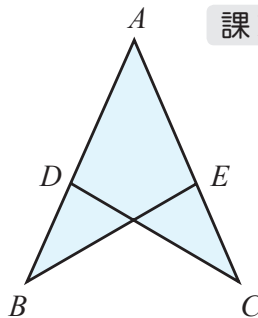
- ③ 如圖， D 、 E 兩點分別在 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 上，

$$\overline{AB} = \overline{AC}, \angle B = \angle C。$$

- (1) 在下圖 $\triangle ABE$ 與 $\triangle ACD$ 兩個三角形中，
標示三組相等的對應邊或對應角記號，
說明 $\triangle ABE$ 與 $\triangle ACD$ 全等。



每小題 8 分，共 16 分 每小題 6 分，共 12 分



課 P118 例 2

- (2) 下列哪一個全等性質可以說明 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ ？

☐ SSS ☐ SAS ☒ ASA ☐ AAS ☐ RHS

- ④ 如圖， $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ， $\overline{AB} = \overline{CD}$ ， $\overline{AE} = \overline{EC}$ 。

將適當的文字或符號填入下面的空格中，說明
 $\triangle ABE$ 與 $\triangle CDE$ 全等。

說明：每格 8 分，共 16 分 每格 6 分，共 12 分

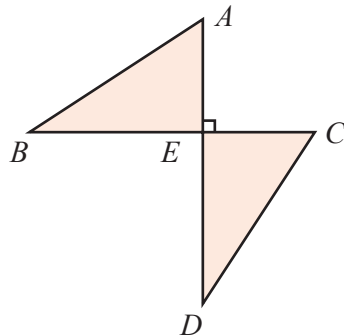
在 $\triangle ABE$ 與 $\triangle CDE$ 中，

$$\because \overline{AB} = \overline{CD} \text{ (已知),}$$

$$\overline{AE} = \overline{EC} \text{ (已知),}$$

$$\angle AEB = \angle CED = 90^\circ \quad (\text{理由: } \underline{\overline{AD} \perp \overline{BC}}),$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDE \text{ (} \underline{RHS} \text{ 全等性質)}。$$



課 P120 隨堂

- ⑤ 下列各組數中，哪幾組可以作為直角三角形的三邊長？(複選) 課 P124 隨堂

(A) 3、4、5

(B) 9、16、25

(C) $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{3}$ 、 $\sqrt{5}$

(D) $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{5}$

(A) $3^2 + 4^2 = 5^2$

(B) $9^2 + 16^2 \neq 25^2$

(C) $(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2 = (\sqrt{5})^2$

(D) $(\frac{1}{5})^2 + (\frac{1}{4})^2 \neq (\frac{1}{3})^2$ 答：(A)、(C)。

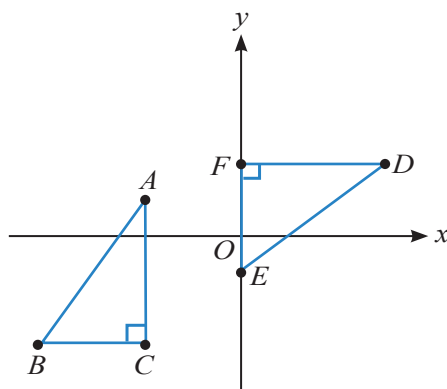
10 分 9 分

精熟題

- ★ ① 如圖，坐標平面上， $\overline{AB} = \overline{DE} = 15$ ， $\overline{BC} = 9$ ， $\angle C = \angle DFE = 90^\circ$ ， $\angle A = \angle D$ 。若 E 、 F 兩點在 y 軸上，且 E 點的坐標為 $(0, -3)$ ，求 D 點的坐標。

10 分

在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 中，
 $\because \overline{AB} = \overline{DE}$ (已知)，
 $\angle A = \angle D$ (已知)，
 $\angle C = \angle DFE$ (已知)，
 $\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$ (AAS 全等性質)，
 故 $\overline{AC} = \overline{DF} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12$ ，
 又 $\because \overline{BC} = \overline{EF} = 9$ ，
 $\therefore D$ 點的 x 坐標為 12， y 坐標為 $-3 + 9 = 6$ 。



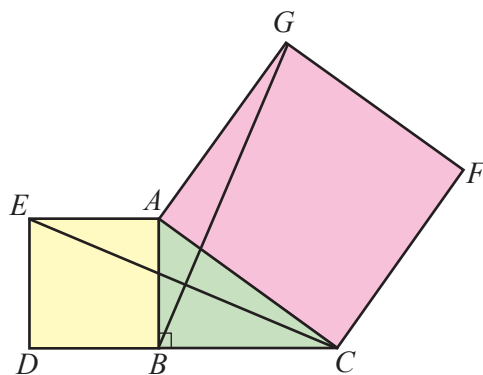
答：(12, 6)。

- ② 如圖， $\triangle ABC$ 為直角三角形， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BC} = 7$ ，分別以 $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 為邊作兩個正方形 $ABDE$ 和 $ACFG$ ，求 $\overline{EC}$ 與 $\overline{BG}$ 的長。

10 分

$$\begin{aligned}\overline{EC} &= \sqrt{\overline{ED}^2 + \overline{DC}^2} \\ &= \sqrt{5^2 + 12^2} \\ &= 13\end{aligned}$$

在 $\triangle AEC$ 與 $\triangle ABG$ 中，
 $\overline{AE} = \overline{AB}$ ， $\overline{AC} = \overline{AG}$ ， $\angle EAC = 90^\circ + \angle BAC = \angle BAG$
 所以 $\triangle AEC \cong \triangle ABG$ (SAS)
 故 $\overline{BG} = \overline{EC} = 13$



答： $\overline{EC} = 13$ ， $\overline{BG} = 13$ 。