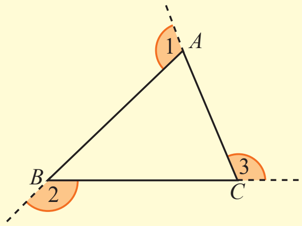
3-1 內角與外角

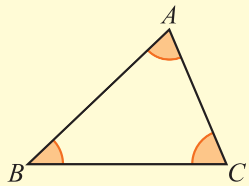
本節性質與公式摘要



1. **三角形的外角和：**

   三角形的一組外角和為 360° 。

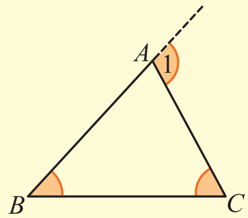
   例 如圖，$\angle 1+\angle 2+\angle 3=360^\circ$ 。



2. **三角形的內角和：**

   三角形的內角和為 180° 。

   例 如圖，$\angle A+\angle B+\angle C=180^\circ$ 。



3. **三角形的外角定理：**

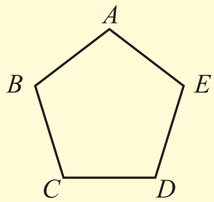
   三角形的任一外角等於兩個內對角的和。

   例 如圖，$\angle 1=\angle B+\angle C$。

4. **n 邊形的內角和：**

   n 邊形的內角和為 $(n-2)\times 180^\circ$ 。

   例 五邊形的內角和為 $(5-2)\times 180^\circ=540^\circ$ 。



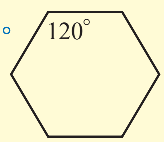
5. **n 邊形的外角和：**

   n 邊形的一組外角和為 360° 。

6. **正 n 邊形的內角度數：**

   正 n 邊形的每一個內角皆為 $\dfrac{(n-2)\times 180^\circ}{n}$ 或 $180^\circ-\dfrac{360^\circ}{n}$ 。

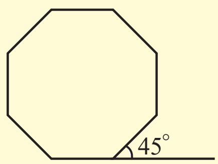
   例 正六邊形的每一個內角皆為 $180^\circ-\dfrac{360^\circ}{6}=120^\circ$ 。



7. **正 n 邊形的外角度數：**

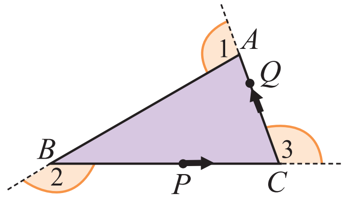
   正 n 邊形的每一個外角皆為 $\dfrac{360^\circ}{n}$ 。

   例 正八邊形的每一個外角皆為 $\dfrac{360^\circ}{8}=45^\circ$。



基礎題

1. 如圖，$\triangle ABC$ 中，$\angle 1$、$\angle 2$、$\angle 3$ 分別是 $\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 的外角。若 $\angle 1=100^\circ$，$\angle 2=150^\circ$，則自 P 點以逆時針的方向沿著 $\triangle ABC$ 的邊，經過 C 點到達 Q 點，所轉的角度是多少度？ 15 分 10 分



課 P94 例 1

$\angle 1+\angle 2+\angle 3=360^\circ$（外角和 360°）

$100^\circ+150^\circ+\angle 3=360^\circ$

$\angle 3=110^\circ$

答：110°。

2. 已知 $\triangle ABC$ 中，$\angle A:\angle B:\angle C=5:12:13$，則 $\triangle ABC$ 是銳角三角形、直角三角形或鈍角三角形？ 15 分 10 分

課 P95 概念題

設 $\angle A=5x^\circ$，$\angle B=12x^\circ$，$\angle C=13x^\circ$

$5x+12x+13x=180$

$x=6$

因此 $\angle A=30^\circ$，$\angle B=72^\circ$，$\angle C=78^\circ$

所以 $\triangle ABC$ 為銳角三角形

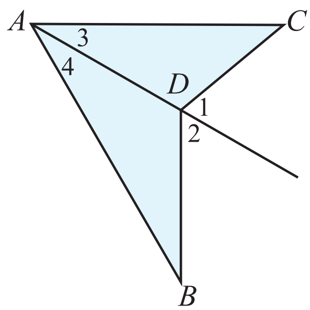
答：銳角三角形。

3. 如圖，$\angle BAC=60^\circ$，$\angle B=30^\circ$，$\angle C=40^\circ$。利用「外角等於兩個內對角的和」的性質，將適當的文字或符號填入下面的空格中，並求出 $\angle CDB$ 的度數。

課 P99 例 4

每格 3 分，共 24 分

每格 3 分，共 24 分



(1) $\angle 1=\angle C+$ __$\angle 3$__。

(2) $\angle 2=\angle B+$ __$\angle 4$__。

(3) $\angle CDB=\angle 1+\angle 2$

$=(\angle C+$ __$\angle 3$__ $)+(\angle B+$ __$\angle 4$__ $)$

$=\angle C+\angle B+($ __$\angle 3$__ $+$ __$\angle 4$__ $)$

$=\angle C+\angle B+$ __$\angle BAC$__

$=$ __130__ 度。

④ 求十三邊形的內角和。 15 分 10 分 課 P101

十三邊形的內角和為 $(13-2)\times 180^\circ=1980^\circ$

答：1980°。

⑤ 若一個正 n 邊形的一個外角是 40°，求 n。 15 分 10 分 課 P105 隨堂

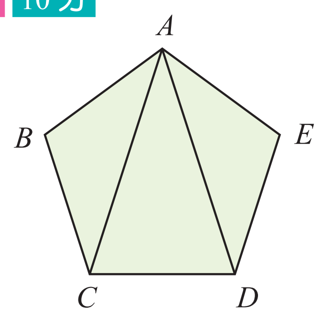
正 n 邊形的外角和為 360°，

所以 $\dfrac{360^\circ}{n}=40^\circ$

$n=9$

答：9。

⑥ 如圖，正五邊形 $ABCDE$ 中，$\overline{AC}$、$\overline{AD}$ 為對角線，求 $\angle CAD$。 課 P105 例 8 16 分 10 分



$ABCDE$ 為正五邊形，所以

$\angle B=\angle E=\dfrac{(5-2)\times 180^\circ}{5}=108^\circ$

因為 $\overline{BA}=\overline{BC}$，所以

$\angle BAC=\angle BCA=\dfrac{1}{2}(180^\circ-108^\circ)=36^\circ$

同理，$\angle EAD=36^\circ$

所以 $\angle CAD=\angle BAE-\angle BAC-\angle EAD$

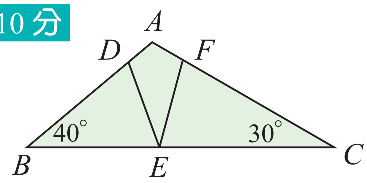
$=108^\circ-36^\circ-36^\circ$

$=36^\circ$

答：36°。

精熟題

1 如圖，$\triangle ABC$ 中，D、E、F 三點分別在 $\overline{AB}$、$\overline{BC}$、$\overline{AC}$ 上，且 $\overline{BD}=\overline{BE}$，$\overline{CE}=\overline{CF}$。若 $\angle B=40^\circ$，$\angle C=30^\circ$，求 $\angle DEF$。10 分



$\because \overline{BD}=\overline{BE}$ $\therefore \angle BDE=\angle BED$

$\angle BED=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle B)=\frac{1}{2}(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$

同理，$\angle CEF=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle C)=\frac{1}{2}(180^\circ-30^\circ)=75^\circ$

$\angle DEF=180^\circ-\angle BED-\angle CEF=180^\circ-70^\circ-75^\circ=35^\circ$

答：35°。

2 若一個 n 邊形的所有內角形成公差為 4° 的等差數列，且最大角為 162°，求 n。8 分

依題意列式得 $\frac{n[2\times162+(n-1)\times(-4)]}{2}=(n-2)\times180$

$n(328-4n)=360n-720$

$4n^2+32n-720=0$

$n^2+8n-180=0$

$(n-10)(n+18)=0$

$n=10$ 或 -18（不合）

答：10。

3 已知一個正 n 邊形，其一個內角是其一個外角的 4 倍，求 n。8 分

設此正 n 邊形的每一個外角為 x°，則每一個內角為 $4x^\circ$。

$\because$ 一個內角與一個外角的和為 180°，

$\therefore x+4x=180$，$5x=180$，$x=36$

正 n 邊形的一個外角為 $\frac{360^\circ}{n}=36^\circ$

$n=10$

答：10。