

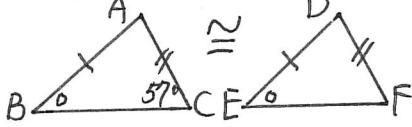
1. 在 $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 中，若 $\overline{AB} = \overline{DE}$ 、 $\overline{AC} = \overline{DF}$ 、 $\angle B = \angle E$ ，且 $\angle C = 57^\circ$ ，則

(1) 若 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ， $\angle F = ?$ (請將兩個三角形畫出來)

(2) 若 $\triangle ABC \not\cong \triangle DEF$ ， $\angle F = ?$ (請將兩個三角形畫出來)

(1) ∵ 全等

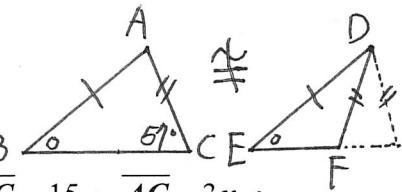
$$\therefore \angle F = \angle C = 57^\circ$$



(2) ∵ 不全等

$$\therefore \angle C + \angle F = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle F = 180^\circ - 57^\circ = 123^\circ$$



2. 如下圖，已知 $\overline{AB} = 2x+1$ 、 $\overline{BC} = 15$ 、 $\overline{AC} = 3x$ ，

$\overline{DE} = 9$ 、 $\overline{EF} = 4x-1$ 、 $\overline{DF} = 12$ ，而且 $\overline{AB} = \overline{DE}$ ，

請說明 $\triangle ABC$ 是否和 $\triangle DEF$ 全等？依據哪個

全等性質？

$$\because \overline{AB} = \overline{DE}$$

$$\therefore 2x+1 = 9$$

$$x = 4$$

$$\overline{AB} = 9, \overline{AC} = 12$$

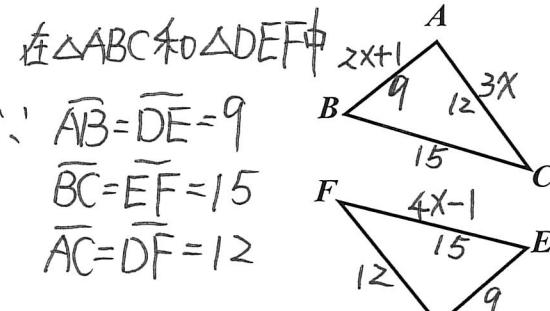
$$\overline{DE} = 9, \overline{EF} = 15$$

$$\overline{BC} = \overline{EF} = 15$$

$$\overline{AC} = \overline{DF} = 12$$

$$\overline{BC} = \overline{DE} = 12$$

$$\overline{EF} = 15$$



∴ $\triangle ABC \cong \triangle DEF$
(SSS全等)

3. $\triangle ABC$ 與 $\triangle DEF$ 中， $\overline{AC} = \overline{EF}$ ， $\angle C = \angle E$ ， $\overline{BC} = \overline{DE}$

$\angle D = (3x+10)^\circ$ ， $\angle E = (2x-17)^\circ$ ， $\angle F = (5x+7)^\circ$ ，

(1) $\triangle ABC$ 是否和 $\triangle DEF$ 全等？依據哪個全等性質？

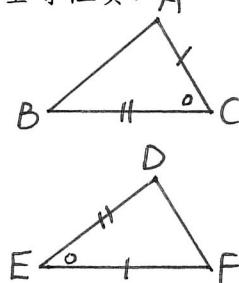
(2) 求 $\angle E$ 、 $\angle A$

(1) 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中

$$\because \overline{AC} = \overline{EF}$$

$$\angle C = \angle E$$

$$\overline{BC} = \overline{DE}$$



∴ $\triangle ABC \cong \triangle FDE$ (SAS)

$$(2) 3x+10 + 2x-17 + 5x+7 = 180$$

$$10x = 180$$

$$x = 18$$

$$\angle E = 19^\circ$$

$$\angle A = \angle F = 97^\circ$$

4. 如下圖， $\overline{AB} = \overline{DC}$ ， $\overline{AC} = \overline{BD}$ ，請詳細說明 $\triangle ABC$ 是否和 $\triangle DCB$ 全等

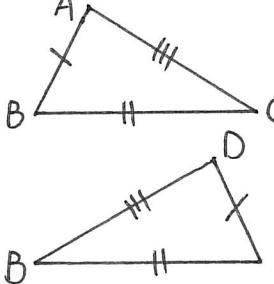
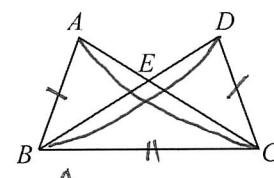
在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DCB$ 中

$$\because \overline{AB} = \overline{DC}$$

$$\overline{AC} = \overline{DB}$$

$$\overline{BC} = \overline{BC}$$

∴ $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ (SSS)



5. 如下圖， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， D 、 E 分別為 \overline{AB} 、 \overline{AC} 之中點，

請詳細說明 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ACD$ 是否會全等

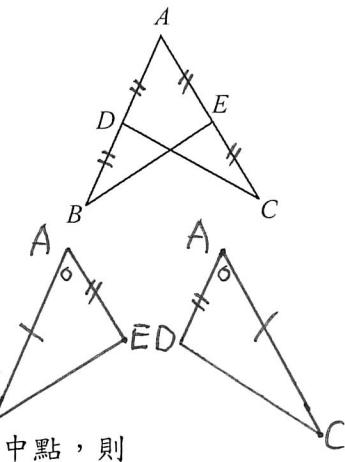
在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ACD$ 中

$$\because \overline{AB} = \overline{AC}$$

$$\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \overline{AD}$$

$$\angle BAE = \angle CAD$$

∴ $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ (SAS)



6. 如下圖，已知 $\angle B = \angle D$ ，且 E 為 \overline{AC} 中點，則

請詳細說明 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CDE$ 是否會全等？

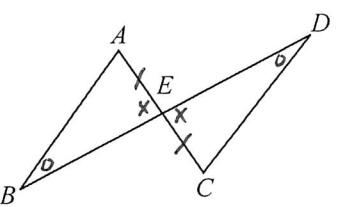
在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CDE$ 中

$$\because \angle B = \angle D$$

$$\overline{AE} = \overline{EC}$$

$$\angle AEB = \angle CED \text{ (對頂角)}$$

∴ $\triangle ABE \cong \triangle CDE$ (AAS)



7. 如下圖，四邊形 $ABCD$ 為正方形，且 $\angle AEB = \angle BFC$ ，則：

(1) 請詳細說明 $\triangle ABE$ 和哪個三角形全等，依據哪個全等性質？

(2) 若正方形 $ABCD$ 的邊長為 12， $\overline{BE} = 5$ ，則 $\overline{BF} = ?$

(3) 若 $\angle FBC = 32^\circ$ ，則 $\angle GAD = ?$

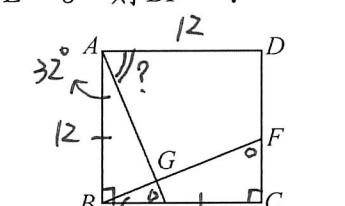
(1) 在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle BCF$ 中

$$\because \angle AEB = \angle BFC$$

$$\overline{AB} = \overline{BC}$$

$$\angle ABE = \angle BCF = 90^\circ$$

∴ $\triangle ABE \cong \triangle BCF$ (AAS)



(3) ∵ 全等

$$\therefore \angle BAE = \angle FBC = 32^\circ$$

$$\Rightarrow \angle GAD = 90^\circ - 32^\circ$$

$$= 58^\circ$$

(2) ∵ 全等

$$\therefore \overline{BF} = \overline{AE} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$$

8. 如下圖， $\triangle ABC$ 為正三角形，且 $\angle D = \angle E = 90^\circ$ ， $\overline{AD} = \overline{AE}$ ，

(1) 請詳細說明 $\triangle ADB$ 和哪個三角形全等，依據哪個全等性質？(2) 若 $\angle DAE = 120^\circ$ ，且 $\overline{BD} = 3$ ，求 $\overline{AE} = ?$

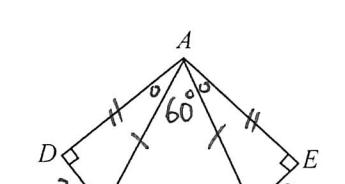
(1) 在 $\triangle ADB$ 和 $\triangle AEC$ 中

$$\because \overline{AB} = \overline{AC} \text{ (\triangle ABC 为正 \Delta)}$$

$$\overline{AD} = \overline{AE}$$

$$\angle D = \angle E = 90^\circ$$

∴ $\triangle ADB \cong \triangle AEC$ (RHS)



(2) ∵ 全等 ∴ $\overline{CE} = \overline{BD} = 3$

$$\begin{aligned} \angle CAE &= \angle BAD \\ &= \frac{120^\circ - 60^\circ}{2} \\ &= 30^\circ \\ \overline{AE} &= 3 \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3} \end{aligned}$$

9. 如右圖， $\triangle PQR$ 中，已知 S 為 QR 上一點，若 $\overline{PQ} = \overline{PS} = \overline{SR}$ ，且 $\angle R = 34^\circ$ ，則

$$(1) \angle Q = ? \quad (2) \angle QPS = ?$$

$$(1) \because \overline{PS} = \overline{SR}$$

$$\therefore \angle SPR = \angle R = 34^\circ$$

$$\therefore \overline{PQ} = \overline{PS}$$

$$\therefore \angle Q = \angle PSR \\ = 34^\circ + 34^\circ = 68^\circ$$

10. 如圖， $\angle C = 90^\circ$ ， D 在直線 AC 上， $\overline{BD} = \overline{AD}$ ， $\overline{CD} = \overline{BC}$ ，

$$BC = 2，求(1)\angle A=?\quad (2)\overline{AC}=?$$

$$(1) \because \angle C = 90^\circ, \overline{CD} = \overline{BC}$$

$$\therefore \angle BDC = \frac{180^\circ - 90^\circ}{2} = 45^\circ$$

$$\therefore \overline{BD} = \overline{AD}$$

$$\therefore \angle A = \angle ABD$$

$$= \frac{45^\circ}{2} = 22.5^\circ$$

$$(2) \overline{AD} = \overline{BD} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2} \quad \Rightarrow \overline{AC} = 2 + 2\sqrt{2}$$

11. 等腰 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC} = 15$ ， $\overline{BC} = 18$ ，求

$$(1) \triangle ABC 面積 \quad (2) 腰上的高$$

$$(1) 作 \overline{AD} \perp \overline{BC}$$

$$(2) 作 \overline{BE} \perp \overline{AC}$$

$$\Rightarrow \overline{BD} = \overline{CD} = \frac{18}{2} = 9$$

$$\frac{15 \times BE}{2} = 108$$

$$\overline{AD} = \sqrt{15^2 - 9^2} \\ = 12$$

$$15 \times BE = 216 \\ BE = \frac{216}{15} = \frac{72}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 18 \times 12 = 108$$

$$\Rightarrow \text{腰上高} = \frac{72}{5}$$

12. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， L 為 \overline{AB} 的中垂線， P 在

L 上，且 $\overline{AB} = 24$ ， $\overline{BC} = 7$ ，求

$$(1) \overline{PB} + \overline{PC} \quad (2) \triangle PBC \text{ 周長}$$

$$(1) \overline{AC} = \sqrt{7^2 + 24^2}$$

$$= 25$$

$\therefore L$ 為 \overline{AB} 中垂線

$$\therefore \overline{PA} = \overline{PB}$$

$$\Rightarrow \overline{PB} + \overline{PC} = \overline{PA} + \overline{PC}$$

$$= \overline{AC} = 25$$

13. 如圖，已知 $\triangle ABC$ 面積為 13 平方公分， BP 平分 $\angle ABC$ ，

且 \overline{BP} 交 \overline{AC} 於 P 點， $\overline{PM} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{PN} \perp \overline{BC}$ 。若 $\overline{BC} = 7$ ，

$$\overline{PN} = 2$$

$\therefore \overline{BP}$ 平分 $\angle ABC$

$$\therefore \overline{PM} = \overline{PN} = 2$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 面} = \triangle BPC \text{ 面} + \triangle BPA \text{ 面}$$

$$\therefore 13 = \frac{7 \times 2}{2} + \frac{\overline{AB} \times 2}{2}$$

$$13 = 7 + \overline{AB} \quad \Rightarrow \overline{AB} = 6(\text{cm})$$

14. 如右圖， \overline{AD} 為 $\angle BAC$ 的角平分線，且 $\overline{DE} \perp \overline{AB}$ ，

$\overline{DF} \perp \overline{AC}$ ， $\triangle ABC$ 的面積為 22， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{AC} = 6$ ，

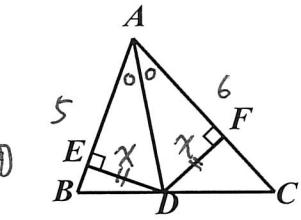
則 $\overline{DE} = ?$

$$\text{設 } \overline{DE} = \overline{DF} = X$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 面} = \triangle ABD \text{ 面} + \triangle ACD \text{ 面}$$

$$\therefore 22 = \frac{5 \times X}{2} + \frac{6 \times X}{2}$$

$$22 = \frac{11X}{2} \quad X = 4$$



15. 如圖，直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ， \overline{BD} 平分 $\angle ABC$ ，

$\overline{DE} \perp \overline{BC}$ ， $\overline{AC} = 12$ ， $\overline{AB} = 9$ ，求 \overline{DE}

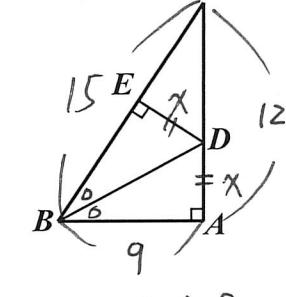
$$\text{設 } \overline{DE} = \overline{DA} = X$$

$$\overline{BC} = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 面} = \triangle ABD \text{ 面} + \triangle BCD \text{ 面}$$

$$\therefore \frac{9 \times 12}{2} = \frac{9 \times X}{2} + \frac{15 \times X}{2}$$

$$108 = 9X + 15X$$



$$24X = 108 \\ X = \frac{9}{2} \\ \Rightarrow \overline{DE} = \frac{9}{2}$$

16. 如圖， $\triangle ABC$ 中， P 為三內角平分線的交點(內心)，

若 $\overline{AC} = 5$ ， $\overline{BC} = 6$ ， $\overline{AB} = 7$ ，且 $\triangle ABC$ 面積為 $6\sqrt{6}$ ，

求 \overline{PF}

$$\text{設 } \overline{PD} = \overline{PE} = \overline{PF} = X$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 面} = \triangle APB + \triangle BPC + \triangle CPA$$

$$\therefore 6\sqrt{6} = \frac{7X}{2} + \frac{6X}{2} + \frac{5X}{2}$$

$$9X = 6\sqrt{6} \quad X = \frac{2\sqrt{6}}{3} \quad \Rightarrow \overline{PF} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$$

17. 如圖，坐標平面上兩點 $A(12, 0)$ 、 $B(0, 9)$ ，若 \overline{AB} 的中垂線交 x 軸於 C 點，求 C 點坐標

$$\text{設 } \overline{OC} = X, \overline{AC} = 12 - X$$

$\therefore CD$ 為 \overline{AB} 中垂線

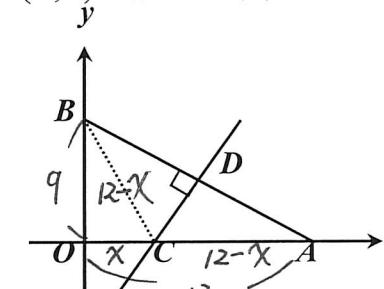
$$\therefore \overline{CB} = \overline{CA} = 12 - X$$

$\therefore \triangle BOC$ 為直角 \triangle

$$\therefore X^2 + 9^2 = (12 - X)^2$$

$$X^2 + 81 = 144 - 24X + X^2$$

$$24X = 63$$



18. 如圖，在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， \overline{DE} 為 \overline{AB} 的垂直平分線

，若 $\triangle BCE$ 的周長為 15， $\overline{BC} = 5$ ，則 $\triangle ABC$ 的周長為何？

$\therefore DE$ 為 \overline{AB} 中垂線

$$\therefore \overline{AE} = \overline{BE}$$

$$\therefore \overline{BE} + \overline{EC} + 5 = 15$$

$$\therefore \overline{AE} + \overline{EC} = 10 \quad \triangle ABC \text{ 周長}$$

$$\therefore \overline{AC} = 10 \quad = 10 + 10 + 5$$

$$= 25$$

