

班級: _____ 座號: _____ 姓名: _____

1. 請找出下列數列的規律，並在空格中填入適當的數：

(1) $2 \xrightarrow{+2} 4, 6, 8, \underline{10}$

(2) $2 \xrightarrow{\times 3} 6, 18, \underline{54}, 162$

(3) $\frac{2}{1}, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \underline{\frac{5}{4}}, \frac{6}{5}$

(4) $2 \xrightarrow{+1} 3 \xrightarrow{+2} 5 \xrightarrow{+3} 8 \xrightarrow{+4} 12 \xrightarrow{+5} 17$

(5) $\underline{1}, \underline{2}, \underline{2}, \underline{3}, \underline{3}, \underline{3}, \underline{4}, \underline{4}, \underline{4}, \underline{4}, \underline{5}, \underline{5}, \underline{5}, \underline{5}, \underline{5}$

2. 判別下列各數列，哪些是等差數列？

如果是等差數列，請寫出公差

(1) $1, 2, 4, 7, 11$
 $\xrightarrow{+1} \xrightarrow{+2}$
 NO

(2) $3, 6, 9, 12, 15$
 $\xrightarrow{+3} \xrightarrow{+3} \xrightarrow{+3} \xrightarrow{+3}$
 YES, $d=3$

(3) $\frac{9}{2}, \frac{7}{2}, \frac{5}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}$
 $\xrightarrow{-\frac{2}{2}} \xrightarrow{-\frac{2}{2}} \xrightarrow{-\frac{2}{2}} \xrightarrow{-\frac{2}{2}}$
 YES, $d=-1$

(4) $0.1, -0.1, 0.1, -0.1, 0.1$
 $\xrightarrow{-0.2} \xrightarrow{+0.2}$
 NO

(5) $m-5, m-3, m-1$
 YES
 $(m-3)-(m-5) = m-3-m+5 = 2$
 $(m-1)-(m-3) = m-1-m+3 = 2$
 $d=2$

(6) $\frac{x}{1}, \frac{x}{3}, \frac{x}{5}, \frac{x}{7}$
 $\frac{x}{3} - \frac{x}{1} = -\frac{2}{3}x$
 $\frac{x}{5} - \frac{x}{3} = -\frac{2}{15}x$
 NO

3. 把分數 $\frac{19}{101}$ 化成小數，會得到 $\frac{19}{101} = 0.18811881\dots$ ，若將

小數點後的數依序排成數列： $1, 8, 8, 1, 1, 8, 8, 1, \dots$ ，

則：(1) 請寫出這個數列的前 15 項。

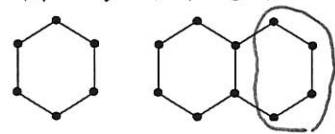
(2) 將這個數列一直寫下去，則第 1001 項是甚麼數？

(1) $1, 8, 8, 1, 1, 8, 8, 1, 1, 8, 8, 1, 1, 8, 8$

(2) $1001 \div 4 = 250 \dots 1$

\Rightarrow 四個一循環的第 1 個數 $\Rightarrow 1$

4. 下圖是由牙籤與保麗龍小球所串成，圖一為 1 個正六邊形，圖二為 2 個相連的正六邊形，圖 n 為 n 個相連的正六邊形。



(1) 如果要排出第四個圖形，需要幾個保麗龍球？

(2) 排出圖 n，要幾個保麗龍球？ (圖一) (圖二) (用 n 表示)

(1) $6 + 4 + 4 + 4 = 6 + 3 \times 4 = 6 + 12 = 18$ (個)

(2) $6 + (n-1) \times 4 = 6 + 4n - 4 = 4n + 2$ (個)

5. 若等差數列的首項是 3，公差是 $1\frac{1}{2}$ ，寫出這個等差數列的

前六項。

$3, 4\frac{1}{2}, 6, 7\frac{1}{2}, 9, 10\frac{1}{2}$

6. 在下列各空格中填入適當的數，使每個數列成為等差數列

(1) $2, 5, 8, \underline{11}, \underline{14}$ 。公差為 $\underline{3}$ $8-5=3$

(2) $\underline{11}, \underline{7}, 3, -1, \underline{-5}$ 。公差為 $\underline{-4}$
 $(-1)-3=-4$

(3) $\underline{a-7}, \underline{a-4}, a-1, a+2, \underline{a+5}$ 。公差為 $\underline{3}$
 $(a+2)-(a-1) = a+2-a+1 = 3$

(4) $\underline{5a-4b}, \underline{3a-b}, \underline{a+2b}, \underline{-a+5b}$ 。公差為 $\underline{-2a+3b}$
 $(a+2b)-(3a-b) = a+2b-3a+b = -2a+3b$

7. 已知某數列的第 n 項可用 $25-5n$ 表示： $= -2a+3b$

(1) 求該數列的第 15 項 (2) 此數列的第 n 項為 -195，求 n

$a_n = 25 - 5n$ $\Rightarrow a_n = 25 - 5n = -195$
 (1) $a_{15} = 25 - 5 \times 15 = 25 - 75 = -50$
 (2) $-5n = -220 \Rightarrow n = 44$

8. 已知一等差數列的首項為 3，公差為 $\frac{5}{2}$ ，求此數列的

第 13 項。
 $a_1 = 3$
 $d = \frac{5}{2}$
 $a_{13} = 3 + (13-1) \times \frac{5}{2} = 3 + 12 \times \frac{5}{2} = 3 + 30 = 33$

9. 已知一等差數列的首項為 0.8，公差為 -0.3，求此數列的

第 21 項。
 $a_1 = 0.8$
 $d = -0.3$
 $a_{21} = 0.8 + (21-1) \times (-0.3) = 0.8 + 20 \times (-0.3) = 0.8 - 6 = -5.2$

10. 如果等差數列共有 91 項，第 25 項為 10，公差為 $\frac{1}{3}$ ，

求(1)首項 (2)末項

$n=91$ (1) $a_{25} = a_1 + (25-1) \times \frac{1}{3} = 10$
 $a_{25} = 10 \Rightarrow a_1 + 24 \times \frac{1}{3} = 10 \Rightarrow a_1 + 8 = 10 \Rightarrow a_1 = 2$
 $d = \frac{1}{3}$
 (2) $a_{91} = a_1 + (91-1) \times \frac{1}{3} = 2 + 90 \times \frac{1}{3} = 2 + 30 = 32$

11. 設一等差數列的首項為 34，第 4 項為 25，求此數列的

(1)公差 (2)第 20 項

$a_1 = 34$ (1) $a_4 = 34 + (4-1)d = 25$
 $a_4 = 25 \Rightarrow 34 + 3d = 25 \Rightarrow 3d = -9 \Rightarrow d = -3$
 (2) $a_{20} = 34 + (20-1) \times (-3) = 34 + 19 \times (-3) = 34 - 57 = -23$

12. 設一等差數列的首項為 -1.4 ，第 6 項為 -0.4 ，求此數列的 (1) 公差 (2) 第 35 項

$$(1) a_6 = -1.4 + (6-1)d = -0.4$$

$$-1.4 + 5d = -0.4$$

$$5d = 1$$

$$d = 0.2$$

$$(2) a_{35} = -1.4 + (35-1) \times 0.2$$

$$= -1.4 + 34 \times 0.2$$

$$= -1.4 + 6.8$$

$$= 5.4$$

13. 已知一等差數列的首項 $a_1 = 25$ ，公差 $d = -4$ 。

(1) 若第 n 項 $a_n = -35$ ，則 $n = ?$ (2) -50 是數列中的一項嗎？

$$(1) a_n = 25 + (n-1)(-4) = -35$$

$$25 - 4n + 4 = -35$$

$$-4n = -64$$

$$n = 16$$

$$(2) \text{ 令 } a_k = -50$$

$$a_k = 25 + (k-1)(-4) = -50$$

$$25 - 4k + 4 = -50$$

$$-4k = -79$$

$$k = \frac{79}{4} \text{ (不合)} \Rightarrow \text{不是}$$

14. 設一等差數列的首項為 -13 ，末項為 11 ，公差為 $\frac{3}{2}$ ，求此等差數列的 (1) 項數 (2) 第 15 項

$$(1) a_n = -13 + (n-1) \times \frac{3}{2} = 11$$

$$-13 + \frac{3}{2}n - \frac{3}{2} = 11$$

$$\frac{3}{2}n = \frac{51}{2}$$

$$n = 17$$

$$(2) a_{15} = -13 + (15-1) \times \frac{3}{2}$$

$$= -13 + 14 \times \frac{3}{2}$$

$$= -13 + 21$$

$$= 8$$

15. 已知一等差數列的第 15 項是 -25 ，第 32 項是 -42 ，求此數列的 (1) 公差 (2) 首項 (3) 第 n 項 a_n (即一般項)

$$(1) a_{15} = a_1 + (15-1)d = -25$$

$$\Rightarrow a_1 + 14d = -25 \text{ --- ①}$$

$$a_{32} = a_1 + (32-1)d = -42$$

$$\Rightarrow a_1 + 31d = -42 \text{ --- ②}$$

$$\text{②} - \text{①} \quad 17d = -17$$

$$d = -1$$

$$(2) a_{15} = -25 \quad a_{32} = -42$$

$$a_1 - 14 = -25$$

$$a_1 = -11$$

$$(3) a_n = -11 + (n-1)(-1)$$

$$= -11 - n + 1$$

$$= -n - 10$$

16. 有一等差數列，已知第 n 項 $a_n = \frac{1}{2}n + 5$ ，求

(1) a_1 (3) 公差 d (3) 已知第 k 項的值为 $8\frac{1}{2}$ ，求 $k = ?$

$$(1) a_1 = \frac{1}{2} \times 1 + 5$$

$$= 5\frac{1}{2}$$

$$(2) a_2 = \frac{1}{2} \times 2 + 5$$

$$= 6$$

$$\Rightarrow d = 6 - 5\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$(3) a_k = 5\frac{1}{2} + (k-1) \times \frac{1}{2} = 8\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}k + 5 = 8\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}k = 3\frac{1}{2} = \frac{7}{2}$$

$$k = 7$$

17. 自 200 到 700 的整數中，將 7 的倍數抽出來由小到大排成數列，求此數列 (1) 第 1 項 = ? (2) 共有幾項? (3) 第 51 項 = ?

$$(1) 200 \div 7 = 28\frac{4}{7}$$

$$\Rightarrow a_1 = 29 \times 7 = 203$$

$$(2) 203, 210, \dots, 700$$

$$a_n = 203 + (n-1) \times 7 = 700$$

$$7n + 196 = 700$$

$$7n = 504$$

$$n = 72 \Rightarrow 72 \text{ 項}$$

$$(3) a_{51} = 203 + (51-1) \times 7$$

$$= 203 + 350$$

$$= 553$$

18. 四月一日小寶已有存款 560 元，他自四月二日起，每日再儲蓄 45 元，(1) 某日小寶結算存款總額為 1820 元，則當日是幾月幾日? (2) 幾月幾日時，小寶的存款才能超過 3000 元?

560	605	\dots	1820
a_1	a_2		a_n

$$(1) a_1 = 560 \quad d = 45$$

$$a_n = 560 + (n-1) \times 45 = 1820$$

$$45n + 515 = 1820$$

$$45n = 1305$$

$$n = 29 \Rightarrow 4 \text{ 月 } 29 \text{ 日}$$

$$(2) \text{ 令 } a_k > 3000$$

$$a_k = 560 + (k-1) \times 45 > 3000$$

$$45k + 515 > 3000$$

$$45k > 2485$$

$$k > \frac{2485}{45} = 55\frac{2}{9}$$

$$\Rightarrow k = 56 \Rightarrow 5 \text{ 月 } 26 \text{ 日}$$

19. 等差數列的公差為 -2 ，第四項與第十項互為相反數，求 (1) 首項 (2) 第 12 項 (3) 若第 n 項為 -28 ，則 $n = ?$

$$(1) a_4 = a_1 + (4-1)(-2) = a_1 - 6$$

$$a_{10} = a_1 + (10-1)(-2) = a_1 - 18$$

$$\Rightarrow a_1 - 6 + a_1 - 18 = 0$$

$$2a_1 = 24 \Rightarrow a_1 = 12$$

$$(2) a_{12} = 12 + (12-1)(-2) = 12 - 22 = -10$$

$$(3) a_n = 12 + (n-1)(-2) = -28$$

$$-2n + 14 = -28$$

$$-2n = -42 \Rightarrow n = 21$$

20. 若 5, 9, 13, ... 為一等差數列，求

$$(1) a_{12} \quad (2) \text{ 第 } n \text{ 項} \quad (3) \text{ 若第 } k \text{ 項的值为 } 57, \text{ 求 } k = ?$$

$$(1) a_1 = 5$$

$$d = 9 - 5 = 4$$

$$a_{12} = 5 + (12-1) \times 4 = 5 + 44 = 49$$

$$(2) a_n = 5 + (n-1) \times 4 = 5 + 4n - 4 = 4n + 1$$

$$(3) a_k = 5 + (k-1) \times 4 = 57$$

$$4k + 1 = 57 \quad 4k = 56$$

21. 已知等差數列 $3, 2\frac{2}{3}, 2\frac{1}{3}, 2, \dots$ 中，求 $k = 14$

$$(1) \text{ 公差 } d = 2\frac{2}{3} - 3 = -\frac{1}{3}$$

$$(2) \text{ 第 } 10 \text{ 項 } a_{10} = 3 + (10-1)(-\frac{1}{3}) = 3 + 9(-\frac{1}{3}) = 3 - 3 = 0$$

$$(3) a_n = 3 + (n-1)(-\frac{1}{3}) = -\frac{1}{3}n + \frac{10}{3}$$

$$(4) \text{ 令 } a_k = 0$$

$$a_k = -\frac{1}{3}k + \frac{10}{3} < 0$$

$$-\frac{1}{3}k < -\frac{10}{3} \Rightarrow k > 10 \Rightarrow \text{第 } 11 \text{ 項}$$