
 教學時數

■ 5 小時

 活動 1 認識不等號

<、>、≤、≥、≠ 的概念。

 教學眉批

■ 本節的目的為：

- (1) 由三一律的想法引導學生了解各種不等關係，並引入不等號的表示法。
- (2) 將各種不等關係以不等式表示。
- (3) 透過等量公理的想法解不等式。

■ 國小已經教過不等號與不等關係，但只限於大於「>」及小於「<」的認識。本節將進一步延伸至「≥」及「≤」的符號。

■ 透過三一律解釋「不大於」的意義，是利用排除「大於」的情況下，只有「小於」或「等於」會成立。

# 5-1 解一元一次不等式

1. 認識一元一次不等式
2. 一元一次不等式的解
3. 一元一次不等式解的圖示法
4. 解一元一次不等式

## 1 認識一元一次不等式 對應能力指標 7-n-09、7-a-15、7-a-16

在上學期曾經學過**三一律**，即任意兩數  $a$ 、 $b$  間的大小關係有三種情形  $a > b$ ， $a = b$ ， $a < b$ ，其中恰好有一種會成立。

例如：某次數學段考，小源的成績為  $x$  分，小芸的成績為 80 分，以下三種情形恰有一種會成立。

- (1) 如果小源的成績高於小芸的成績，則  $x > 80$ 。
- (2) 如果小源的成績等於小芸的成績，則  $x = 80$ 。
- (3) 如果小源的成績低於小芸的成績，則  $x < 80$ 。



我的成績不低於  
小芸的成績。



表示  $x > 80$  或  $x = 80$  都可能成立，將「 $x > 80$  或  $x = 80$ 」合併記作「 $x \geq 80$ 」，讀作「 $x$  大於或等於 80」。

我的成績不高於  
小芸的成績。



表示  $x < 80$  或  $x = 80$  都可能成立，將「 $x < 80$  或  $x = 80$ 」合併記作「 $x \leq 80$ 」，讀作「 $x$  小於或等於 80」。

我的成績與小芸  
的成績不相同。



表示  $x = 80$  不成立，可記為「 $x \neq 80$ 」，讀作「 $x$  不等於 80」。

加強

 備課教學資源

- 補救教學・計算 Basic 5-1
- 免試加強類題本 5-1



### 會考觀測站 — 加強演練題 搭配課文

- 甲、乙、丙、丁四個人的年齡，甲比乙大，甲比丙小、乙比丁大，則 丙 的年紀最大。

上學期也學過**遞移律**，即 (1)  $a > b$  且  $b > c$ ，則  $a > c$

(2)  $a < b$  且  $b < c$ ，則  $a < c$

(3)  $a = b$  且  $b = c$ ，則  $a = c$

$>$ 、 $<$ 、 $\geq$ 、 $\leq$  與  $\neq$  都稱為**不等號**。含有不等號的式子，稱為**不等式**。

例如： $x > 80$ ， $x \leq 80$  皆為不等式。

### 放大 例 1 列成不等式

搭配習作 P68 基礎題 1

將下列各敘述列成不等式：

(1)  $2x$  大於 18

(2)  $3y$  比 5 小

(3)  $2x - 3$  不大於 6

(4)  $4y + 1$  不小於 7

解 (1)  $2x > 18$ 。

解 (2)  $3y < 5$ 。

解 (3) 不大於 6，表示小於 6 或等於 6  
所以  $2x - 3 \leq 6$ 。

解 (4) 不小於 7，表示大於 7 或等於 7

所以  $4y + 1 \geq 7$ 。

### 放大 隨堂練習

將下列各敘述列成不等式：

解 (1)  $4x$  小於 3.2

$$4x < 3.2$$

解 (2)  $y$  比 20 大

$$y > 20$$

解 (3)  $5x + 2$  不小於 0

$$5x + 2 \geq 0$$

解 (4)  $y - 1$  不大於 3

$$y - 1 \leq 3$$

在例題 1 與隨堂練習中，像  $2x > 18$ ， $3y < 5$ ， $2x - 3 \leq 6$ ……這些只含有一種未知數，且其最高次方為一次的不等式，稱為**一元一次不等式**。

加強



### 會考觀測站 — 加強演練題 搭配例 1

■ 依照下列敘述列出不等式：

文字敘述	不等式	文字敘述	不等式
(1) $\frac{3}{2}y$ 不大於 $5x$	(1) $\frac{3}{2}y \leq 5x$	(3) $5k$ 低於 48	(3) $5k < 48$
(2) $4y$ 不超過 320	(2) $4y \leq 320$	(4) $3y$ 不小於 27	(4) $3y \geq 27$

### 教學眉批

- 說明遞移律時，可以利用三位同學的身高做比較。若甲  $>$  乙，乙  $>$  丙，則甲  $>$  丙。
- 不大於（「 $\nlessgtr$ 」）與不小於（「 $\ngtrless$ 」）的符號，是生活上較口語化的應用，教師宜加以說明，但不必特別強調。
- 教學時，讓學生想一想真實的情況，利用量的大小遞移再轉化成數的大小遞移。
- 例題 1 的目的在為解題作準備，這也是一元一次方程式與一元一次不等式解題列式的相異處。



### 教學眉批

- 在轉譯時，常利用一些日常的同義語；因此教師在教學時宜以口述的方式說出日常生活用語，讓學生說出使用的符號。

**活動 2** 由具體情境中列出一元一次不等式。

### ！ 基會試題

- 101 基測第 5 題

### 教學眉批

- 例題 2 列式的關鍵點在於轉譯「不超過」這個詞成符號“ $\leq$ ”。
- 教師可多加布題，讓學生練習如何將生活情境中的不等關係，以含有未知數符號的式子表示。

生活中常須比較某些事物的大小關係，所以經常會使用到不等式，然而在日常用語中，並不一定會直接以「大於」、「小於」、「大於或等於」、……來描述，有時會以它們的同義詞來表達。下表列出不等號的讀法及一些常見的同義詞：

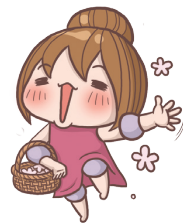
符號	讀法	同義詞舉例
$>$	大於	超過，高於
$<$	小於	不足，不滿，不到，低於
$\geq$	大於或等於	不小於，不低於，至少，以上(含)
$\leq$	小於或等於	不大於，不超過，不高於，至多，以下(含)
$\neq$	不等於	不相等，相異，非

### 放大 例 2 依情境列出不等式 基會

搭配習作 P68、69 基礎題 2、3

宏仁與媽媽上市場買了 100 元的牛肉及每公斤 200 元的蝦子  $x$  公斤，且所用去的錢不超過 500 元。依上述的情形列出不等式。

**解** 一共用去了  $100 + 200x$  元，且不超過 500 元，  
 因此可列出不等式  $100 + 200x \leq 500$ 。



### 放大 隨堂練習

小明的體重是 56 公斤，小華的體重是 62 公斤，如果小哲體重為  $x$  公斤，回答下列問題：

**解** (1) 3 人的平均體重為多少公斤？(以  $x$  表示)  $\frac{56+62+x}{3}$

**解** (2) 如果 3 人的平均體重不低於 60 公斤，依此關係列出不等式。

$$\frac{56+62+x}{3} \geq 60$$

基會

### 備課教學資源



### 101 基測第 5 題 搭配例 2

- 隨堂輕鬆考第 34 回
- (A) 小美將某服飾店的促銷活動內容告訴小明後，小明假設某一商品的定價為  $x$  元，並列出關係式為  $0.3(2x - 100) < 1000$ ，則下列何者可能是小美告訴小明的內容？
  - (A) 買兩件等值的商品可減 100 元，再打 3 折，最後不到 1000 元耶！
  - (B) 買兩件等值的商品可減 100 元，再打 7 折，最後不到 1000 元耶！
  - (C) 買兩件等值的商品可打 3 折，再減 100 元，最後不到 1000 元耶！
  - (D) 買兩件等值的商品可打 7 折，再減 100 元，最後不到 1000 元耶！



## 2 一元一次不等式的解

對應能力指標 7-a-15

如果將一個數代入不等式中的未知數，而不等式仍然成立，則稱這個數為此不等式的一個解。例如：

要判別 1、2、3 是否為不等式  $100+200x \leq 500$  的解，分別將此三個數代入，可以發現：

$100+200 \times 1 = 300 < 500$ ，所以  $x=1$  時， $100+200x \leq 500$  成立。

$100+200 \times 2 = 500 = 500$ ，所以  $x=2$  時， $100+200x \leq 500$  成立。

$100+200 \times 3 = 700 > 500$ ，所以  $x=3$  時， $100+200x \leq 500$  不成立。

因此， $x=1$  與  $x=2$  都是不等式  $100+200x \leq 500$  的一個解。

### 放大 例 3 判別不等式的解

搭配習作 P69 基礎題 4

下列哪些是不等式  $3x-4 \geq 5$  的解？

- (1) 2                      (2) 3                      (3)  $3\frac{1}{2}$

解 (1) 將  $x=2$  代入  $3x-4$  可得  $3 \times 2 - 4 = 2$  (小於 5)，  
所以 2 不是  $3x-4 \geq 5$  的解。

(2) 將  $x=3$  代入  $3x-4$  可得  $3 \times 3 - 4 = 5$  (等於 5)，  
所以 3 是  $3x-4 \geq 5$  的一個解。

(3) 將  $x=3\frac{1}{2}$  代入  $3x-4$  可得  $3 \times 3\frac{1}{2} - 4 = 6\frac{1}{2}$  (大於 5)，  
所以  $3\frac{1}{2}$  是  $3x-4 \geq 5$  的一個解。

### 放大 隨堂練習

下列哪些是不等式  $2x+3 \leq 7$  的解？ (1)、(2)

- 解 (1) -1                      (2) 2                      (3) 3.5

加強

### 會考觀測站 — 加強演練題 搭配例 3

- 下列各數何者為不等式  $58-6y \geq 10$  的解？ (2)、(4)  
(1) 19                      (2) 8                      (3) 8.1                      (4) 7
- $x=3$  是下列哪些不等式的一個解？ (3)、(4)、(5)  
(1)  $x-3 > 2$                       (2)  $-2x+1 > 0$                       (3)  $-3x < 1$   
(4)  $3x-8 \leq 1$                       (5)  $4x-5 < 15$

**活動 3** 將已知數代入一元一次不等式，並檢驗不等式的解。

### 教學眉批

- 透過代入一個數值，檢驗是否能滿足一元一次不等式，判別該數是否為該不等式的解。尚未使用解一元一次不等式的解法。

### 基會試題

- 94 基測 II 第 1 題
- 95 基測 I 第 14 題
- 96 基測 I 第 14 題

### 教學眉批

- 例題 3：不等號將式子隔開成左式與右式。將數值代入左式後，運算的結果與右式的數做比較。左、右的數值若符合不等號所顯示的關係，就是其解，否則就不是其解。

### 備課教學資源

- 隨堂輕鬆考第 35 回

**活動 4** 在數線上畫出一元一次不等式的解。

### 教學眉批

- 利用數線上的圖形表示不等式的解，使學生知道不等式的解不只一個，且有非常多的解。對於限制條件的解，更能從圖形中找出正確的答案。
- 為了方便表達，常用示意圖代替數線上標示的圖形。例如： $x > 3$  時， $x = 3$  這一點不在它的解中，因此，圖形上用空心表示。

## GGB 3 一元一次不等式解的圖示法

對應能力指標 7-a-15、  
7-a-16、7-a-17

將 3、3.1、 $3\frac{2}{3}$ 、3.37、5 等數分別代入不等式  $3x - 4 \geq 5$  中，會發現這些數都是不等式  $3x - 4 \geq 5$  的解。一般而言，不等式的解不會只有一個。

事實上，所有大於或等於 3 的數，就是不等式  $3x - 4 \geq 5$  的所有解，我們用「 $x \geq 3$ 」來表示不等式  $3x - 4 \geq 5$  的解。

為了方便表示一元一次不等式的解，也可以在數線上將解圖示出來。

例如：圖示  $x \geq 3$  的步驟如下：

**步驟 1**：先在數線上找出代表 3 的點，令其為  $A$  點，如圖 5-1。

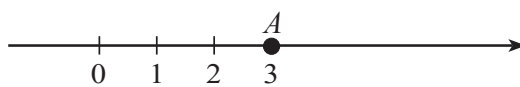


圖 5-1

**步驟 2**：將  $A$  點右側的數線加粗， $x \geq 3$  的圖形為  $A$  點及  $A$  點右邊所有點所形成的圖形，如圖 5-2。

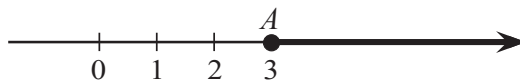


圖 5-2

因為  $x = 3$  是  $x \geq 3$  的一個解，因此  $A$  點以實心的圓點「•」表示。

為了方便繪製，不等式解的圖示也經常以圖 5-3 的方法表示：

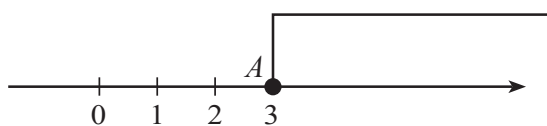


圖 5-3

加強



會考觀測站 — 加強演練題

搭配隨堂第 1 題

■ 在數線上圖示下列各不等式：

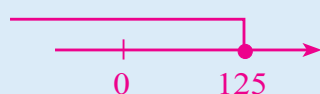
(1)  $x < -1$



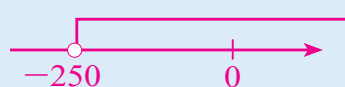
(2)  $x \geq 5$



(3)  $x \leq 125$



(4)  $x > -250$





如果要畫出  $x < 3$  的圖形，因為所有小於 3 的數，其圖形在 A 點的左邊，所以  $x < 3$  的圖形為 A 點左邊所有點所形成的圖形，如圖 5-4。

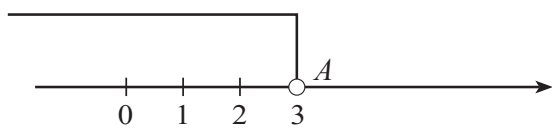


圖 5-4

因為  $x < 3$  不包括  $x = 3$ ，所以 A 點用空心的圓點「○」表示。

搭配習作 P69 基礎題 5、6

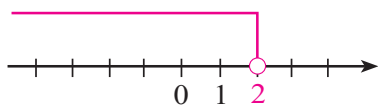
隨堂練習

放大

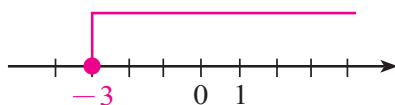
1. 在數線上圖示下列各不等式：

解

(1)  $x < 2$



(2)  $x \geq -3$

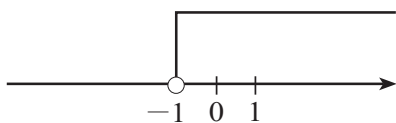


放大

2. 寫出下列各圖示所表示的不等式：

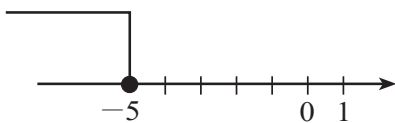
解

(1)



$x > -1$

(2)

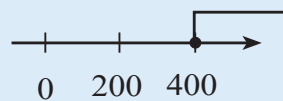


$x \leq -5$

加強

教學眉批

在數線上表示一元一次不等式的解時，有時會出現比較大的數，例如： $x \geq 400$ 。可以下圖表示



活化體驗站

趣味數學

$2 + 1 = 3 + 5$   
猜一數學名詞。  
不等式。

會考觀測站 — 加強演練題

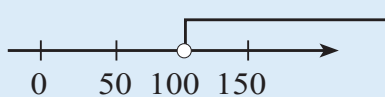
搭配隨堂第 2 題

備課教學資源

隨堂輕鬆考第 36 回

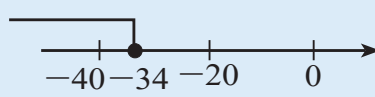
寫出下列各圖示所表示的不等式：

(1)



(1)  $x > 100$

(2)



(2)  $x \leq -34$



**活動 5** 理解一元一次不等式一般解的意義。

### 教學眉批

■ 仿照等量公理的想法，在一個傾斜的天平兩邊同時加入或拿走等重量的物品，則天平的傾斜狀況還是保持不變，引出若  $a > b$ ，則  $a + c > b + c$  的結論。

■ 等量公理（加、減）的運作，在數線上即是左、右平移的概念，是幾何圖形的示意圖。教師在教學中應了解這是使學生更深入的了解的另一種說明方式，但其結論的應用解題，則須自然回到代數的思維。

動畫

## 4 解一元一次不等式

對應能力指標 7-n-09、7-a-15、7-a-17

在學習解不等式之前，先說明不等式的等量公理，再利用此概念求得一元一次不等式所有的解。

例如：已知  $5 > 3$ ，則

(1) 將不等號的兩邊同加 4，顯然  $5 + 4 > 3 + 4$  仍成立。

(2) 將不等號的兩邊同減  $\frac{2}{7}$ ，顯然  $5 - \frac{2}{7} > 3 - \frac{2}{7}$  亦成立。

在數線上，如果以向右為正向，則愈右邊的點所代表的數愈大。如圖 5-5 的數線中，點  $A(a)$  的位置在點  $B(b)$  的右邊，即  $a > b$ 。



圖 5-5

將  $A$ 、 $B$  兩點同時向右移動  $c$  個單位長，則移動後  $A$  點的位置仍然在  $B$  點的右邊，即  $a + c > b + c$ ，如圖 5-6。

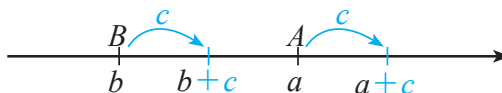


圖 5-6

同樣地，如果將  $A$ 、 $B$  兩點同時向左移動  $c$  個單位長，則移動後  $A$  點的位置仍然在  $B$  點的右邊，即  $a - c > b - c$ ，如圖 5-7。

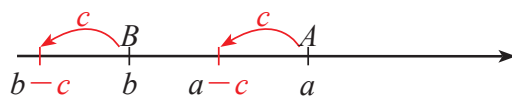


圖 5-7

加強



### 會考觀測站 — 加強演練題 搭配課文

■ (B) 是下列哪一個不等式的圖形？

(A)  $-2x + x > 5$

(B)  $3x + 5 > 2x$

(C)  $-3x + 5 > -2x$

(D)  $2x \leq 5 + x$

由前面的說明可以得到：

如果  $a > b, c \geq 0$ ，則(1)  $a + c > b + c$ ，

(2)  $a - c > b - c$ 。

事實上，當  $c < 0$  時，上面的結論仍然成立。

**動畫** 不等式的等量公理

如果  $a > b, c$  為任意數，則(1)  $a + c > b + c$ ，

(2)  $a - c > b - c$ 。

而對於  $a < b, a \geq b, a \leq b$  的情形，上述的性質仍然成立。

**放大** 例 4 利用等量公理解不等式

搭配習作 P70 基礎題 7(1)、(2)

解下列各不等式，並在數線上圖示其解：

(1)  $x - 2 < -3$

(2)  $2x \geq x + 3$

解

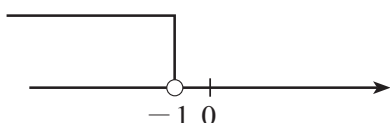
(1)  $x - 2 < -3$

$x - 2 + 2 < -3 + 2$  ← 不等號兩邊同加上 2  
 $x < -1$

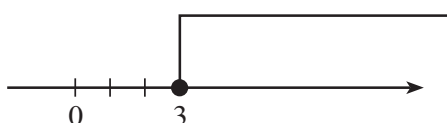
(2)  $2x \geq x + 3$

解  $2x - x \geq x + 3 - x$  ← 不等號兩邊同減去  $x$   
 $x \geq 3$

因此所有小於 -1 的數就是它的所有解，圖示如下：



因此所有大於或等於 3 的數就是它的所有解，圖示如下：



數學小語錄

這個世界可以由音樂的音符組成，也可以由數學的公式組成。

——愛因斯坦 (Albert Einstein, 1879-1955)

加強

教學眉批

- 若  $a = b, c$  為任意數，則
  - $a + c = b + c$
  - $a - c = b - c$
 上述列式為等式的等量公理。

教學眉批

- 利用等量公理解不等式時，教師宜指出解題的「目標」，例如在例題 4 中：
  - $x - 2 < -3$   
 因為要化簡成「一個  $x$ 」，因此在左、右式各加 2 即得。
  - $2x > x + 3$   
 先觀察左、右式中，各有  $x$  的項，為要化簡成「一個  $x$ 」，因此左式與右式同減  $x$  是最好的方法。



會考觀測站 — 加強演練題 搭配例 4

解下列各不等式，並在數線上圖示其解：

(1)  $x + 8 > -2$

(2)  $3x + 6 \geq 2x$

(3)  $2x - 4 < 3x$

(4)  $x - 6 \leq -4$

(1)  $x > -10$



(2)  $x \geq -6$



(3)  $x > -4$



(4)  $x \leq 2$





放大

## 隨堂練習

解下列各不等式，並在數線上圖示其解：

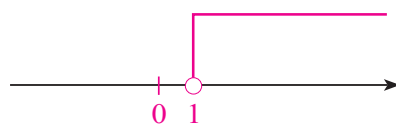
解 (1)  $x - 5 \leq 4$

$x \leq 9$



解 (2)  $3x - 1 > 2x$

$x > 1$



**活動 6** 透過觀察得知不等式的移項法則。

## 教學眉批

■ 解不等式時，應先說明就像解方程式時的想法一樣，「目標」是使得「 $x > ?$ 」、「 $x < ?$ 」、「 $x \geq ?$ 」或「 $x \leq ?$ 」。

■ 以等量公理說明先處理  $x$  項或先處理常數項。當學生了解後，即利用移項法則進行解題，同時進行  $x$  項與常數項的運作。

在解不等式的過程中，有些步驟可以省略，說明如下：

$$\begin{aligned}
 &4x - 3 > 3x + 1 \\
 &4x - 3 + 3 > 3x + 1 + 3 \\
 &4x > 3x + 1 + 3 \\
 &4x > 3x + 4 \\
 &4x - 3x > 3x + 4 - 3x \\
 &4x - 3x > 4 \\
 &x > 4
 \end{aligned}$$

← 看起來好像把不等號左邊的「 $-3$ 」，移到不等號的右邊變成「 $+3$ 」。

← 看起來好像把不等號右邊的「 $+3x$ 」，移到不等號的左邊變成「 $-3x$ 」。

灰色字體的步驟，在熟練後可以省略。



因此，解為  $x > 4$ 。

## 不等式的移項

在不等式的運算中，將式子中的項從不等號的一邊移到另一邊時，須改變其運算符號，亦即  $+$  變成  $-$ （ $-$  變成  $+$ ）。

加強



## 會考觀測站 — 加強演練題

搭配隨堂

■ 解下列各不等式：

(1)  $5x - 13 < 2$ ，解為  $x < 3$ 。

(2)  $x - 3 \leq 4x + 9$ ，解為  $x \geq -4$ 。

(3)  $7x + 20 < 2 - 2x$ ，解為  $x < -2$ 。

### 放大例 5 等量公理與移項法則的比較 基會

搭配習作 P70 基礎題 7(1)、(2)

解下列各不等式，並在數線上圖示其解：

(1)  $7x - 3 > 6x + 1$

(2)  $6x - 1 \leq 5x + 2$

解

(1) 利用等量公理解題

$$7x - 3 > 6x + 1$$

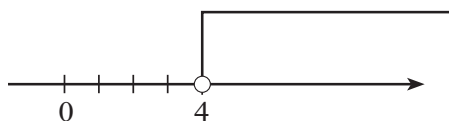
$$7x - 3 - 6x > 6x + 1 - 6x \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{不等號的兩邊} \\ \text{同減去 } 6x \end{array}$$

$$x - 3 > 1$$

$$x - 3 + 3 > 1 + 3 \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{不等號的兩邊} \\ \text{同加上 } 3 \end{array}$$

$$x > 4$$

其解圖示如右：



利用移項法則解題

$$7x - 3 > 6x + 1$$

$$7x - 6x - 3 > 1$$

$$x - 3 > 1$$

$$x > 1 + 3$$

$$x > 4$$

放大 解

(2) 利用等量公理解題

$$6x - 1 \leq 5x + 2$$

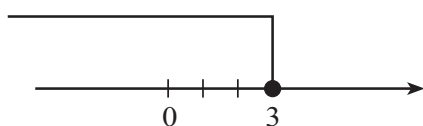
$$6x - 1 - 5x \leq 5x + 2 - 5x \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{不等號的兩邊} \\ \text{同減去 } 5x \end{array}$$

$$x - 1 \leq 2$$

$$x - 1 + 1 \leq 2 + 1 \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{不等號的兩邊} \\ \text{同加上 } 1 \end{array}$$

$$x \leq 3$$

其解圖示如右：



利用移項法則解題

$$6x - 1 \leq 5x + 2$$

$$6x - 5x - 1 \leq 2$$

$$x - 1 \leq 2$$

$$x \leq 2 + 1$$

$$x \leq 3$$

**活動 7** 應用等量公理與移項法則解一元一次不等式。

**基會試題**

■ 98 基測 I 第 12 題

**教學眉批**

■ 例題 5 是以對照方式呈現，讓學生透過不等式的等量加減法運算規則，延伸至不等式的移項法則。

■ 教師可向學生說明，通常會將「 $3 \leq x$ 」寫成「 $x \geq 3$ 」。

■ 進一步的移項法則是將  $x$  項與常數項同時進行。教師可再命一類題以移項法則完成。並讓學生進行練習。

基礎



### 會考觀測站 — 基礎演練題

搭配例 5

■ 解下列各不等式，並在數線上圖示其解：

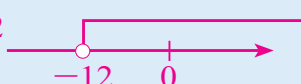
(1)  $7x + 8 > 6x - 4$

(2)  $3x + 3 \leq 2x + 1$

(3)  $4x - 6 < 5x - 8$

(4)  $7x + 2 \geq 8x - 4$

(1)  $x > -12$



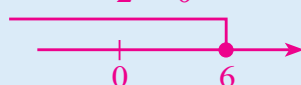
(2)  $x \leq -2$



(3)  $x > 2$



(4)  $x \leq 6$



放大

## 隨堂練習

解下列各不等式，並在數線上圖示其解：

解 (1)  $3x - 2 < 2x + 8$

$x < 10$



解 (2)  $4x + 5 \leq 5x - 1$

$x \geq 6$



## 教學眉批

在不等式的教學中，由於乘上負數會使得不等號改變，所以此部分的教學應以實際的例子說明。在剛開始解題時，讓學生自己舉實例，例如：

$5 > 3$

$5 \times (-2) < 3 \times (-2)$  至於課本中的論證，對程度好的同學也應加以說明，以求完整的學習。

解不等式  $2x + 8 > \frac{1}{2}x + 3$ ，移項整理後可得  $\frac{3}{2}x > -5$ ，

這樣的結果用來表達原方程式所有的解仍不夠清晰。

在上學期的課程中，解一元一次方程式  $\frac{3}{2}x = -5$ ，

可利用等量公理在等號兩邊同乘以  $\frac{2}{3}$ ，得  $x = -\frac{10}{3}$ ；

在不等式中，是否也可以用類似的方法來運算呢？以下表來說明：

不等式	不等號兩邊同乘以 5	不等號兩邊同乘以 -5
$3 > 2$	$3 \times 5 > 2 \times 5$	$3 \times (-5) < 2 \times (-5)$
$-4 > -5$	$(-4) \times 5 > (-5) \times 5$	$(-4) \times (-5) < (-5) \times (-5)$
$3 > -2$	$3 \times 5 > (-2) \times 5$	$3 \times (-5) < (-2) \times (-5)$
$5 > 0$	$5 \times 5 > 0 \times 5$	$5 \times (-5) < 0 \times (-5)$
$0 > -3$	$0 \times 5 > (-3) \times 5$	$0 \times (-5) < (-3) \times (-5)$
$a > b$	$5a > 5b$	$-5a < -5b$

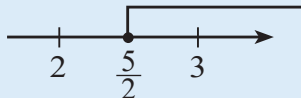
精熟



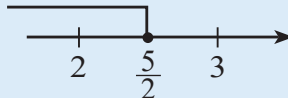
## 會考觀測站 - 精熟演練題

■ (B) 下列何者為不等式  $\frac{2x+3}{2} - \frac{1}{4} \geq \frac{5}{2}(x-1)$  的解的圖示？

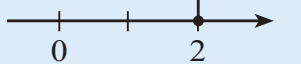
(A)



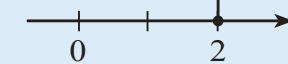
(B)



(C)



(D)



綜合上面的說明可以發現：

- 1 將不等號的兩邊同乘以一個正數，原來大的一邊還是大，小的一邊還是小。
- 2 將不等號的兩邊同乘以一個負數，原來大的一邊會變小，小的一邊會變大。

### 不等式的乘法

- 1 如果  $a > b$ ,  $c > 0$ , 則  $a \times c > b \times c$ 。
- 2 如果  $a > b$ ,  $c < 0$ , 則  $a \times c < b \times c$ 。

而對於  $a < b$ ,  $a \geq b$ ,  $a \leq b$  的情形，上述的性質仍然成立。

在除法的運算過程中，將某數除以一個不為 0 的數，相當於乘以該數的倒數，即

$$a \div c = a \times \frac{1}{c} \quad (c \neq 0)$$

此外，一個數與其倒數，它們的性質符號會相同，所以：

- 1 將不等號的兩邊同除以一個正數，相當於兩邊同乘以該數的倒數（也是一個正數），原來大的一邊還是大，小的一邊還是小。
- 2 將不等號的兩邊同除以一個負數，相當於兩邊同乘以該數的倒數（也是一個負數），則原來大的一邊會變小，小的一邊會變大。

### 不等式的除法

- 1 如果  $a > b$ ,  $c > 0$ , 則  $a \div c > b \div c$ , 即  $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ 。
- 2 如果  $a > b$ ,  $c < 0$ , 則  $a \div c < b \div c$ , 即  $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ 。

而對於  $a < b$  或  $a \geq b$  或  $a \leq b$  的情形，上述的性質仍然成立。

### 教學眉批

- 上學期已學習過「除以一個數，就是乘以該數的倒數」的概念。教師可利用此概念來講述不等式的除法運算規律。
- 學生對於「不等式兩邊同乘或同除一負數時，不等號的方向會改變」的概念不易理解，教師宜多加強此部分的練習。
- 在一般解題的使用上「除以  $c$ 」也可用「乘以  $\frac{1}{c}$ 」代替。
- 教師宜時時提醒學生所乘的數或所除的數為負數時，不等號的方向會改變。

基礎



### 會考觀測站 — 基礎演練題 搭配課文

1. (D) 若  $a$ 、 $b$ 、 $c$  都是負數，且  $a > b$ ，則下列何者正確？  
(A)  $a \times c > b \times c$  (B)  $a \div c > b \div c$  (C)  $(a-b) \div c > 0$  (D)  $(a-b) \times c < 0$
2. (C) 若  $ax > b$  化簡成  $x < \frac{b}{a}$ ，則下列何者正確？  
(A)  $a > 0$ ,  $b > 0$  (B)  $a$  為任意數,  $b < 0$   
(C)  $a < 0$ ,  $b$  為任意數 (D)  $a > 0$ ,  $b$  為任意數

### 教學眉批

■ 例題 6：首先問學生， $\frac{1}{4}x$  要乘以什麼數才會等於  $x$ ？再利用上一頁的結論「若  $a \leq b, c > 0$ ，則  $ac \leq bc$ 」的性質在兩邊同乘以 4。化簡的結果是  $x \leq 4$ ，圖解中教師宜再次強調數線上的那些點所代表的數都是這個不等式的解。

■ 由於學生對於無限多解的觀念還未成熟，教師宜漸進的引導學生注意「數線上的點有非常多個」的想法。

### 放大 例 6 同乘、除以正數解不等式

搭配習作 P70 基礎題 7(3)

解下列各不等式，並在數線上圖示其解：

(1)  $\frac{1}{4}x \leq 1$

(2)  $3x > -9$

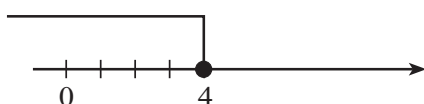
解

(1)  $\frac{1}{4}x \leq 1$

$\frac{1}{4}x \times 4 \leq 1 \times 4$  ← 不等號的兩邊同乘以 4

得  $x \leq 4$

其解圖示如下：



不等號的兩邊同乘以正數，則不等號不改變。



放大

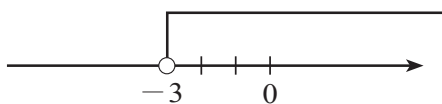
解

(2)  $3x > -9$

$3x \div 3 > (-9) \div 3$  ← 不等號的兩邊同除以 3

得  $x > -3$

其解圖示如下：



不等號的兩邊同除以正數，則不等號不改變。



放大

### 隨堂練習

解下列各不等式，並在數線上圖示其解：

解 (1)  $\frac{1}{5}x \geq 0.4$

解 (2)  $4x < -20$

▲

▼

$x \geq 2$

▲

▼

$x < -5$



加強

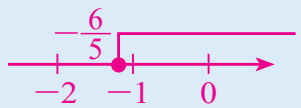


### 會考觀測站 — 加強演練題 搭配例 6

■ 解下列各不等式，並在數線上圖示其解：

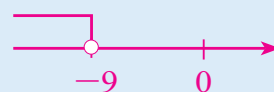
(1)  $\frac{5}{2}x \geq -3$

$x \geq -\frac{6}{5}$



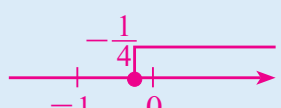
(2)  $\frac{2}{3}x < -6$

$x < -9$



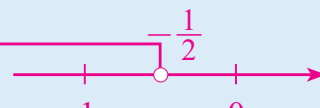
(3)  $6x \geq -\frac{3}{2}$

$x \geq -\frac{1}{4}$



(4)  $4x < -2$

$x < -\frac{1}{2}$



### 放大 例 7 同乘、除以負數解不等式

搭配習作 P70 基礎題 7(3)

解下列各不等式，並在數線上圖示其解：

(1)  $-\frac{4}{5}x < 2$

(2)  $-2x \geq 8$

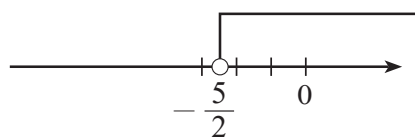
解

(1)  $-\frac{4}{5}x < 2$

$(-\frac{4}{5}x) \times (-\frac{5}{4}) > 2 \times (-\frac{5}{4})$  ← 不等號的兩邊同乘以  $-\frac{5}{4}$

得  $x > -\frac{5}{2}$

其解圖示如下：



不等號的兩邊同乘以負數，則「<」變成「>」。



放大 解

(2)  $-2x \geq 8$

$(-2x) \div (-2) \leq 8 \div (-2)$  ← 不等號的兩邊同除以  $-2$

得  $x \leq -4$

其解圖示如下：



不等號的兩邊同除以負數，則「≥」變成「≤」。



### 教學眉批

- 進行例題 7 的教學前，可先舉例問學生： $-2 > -3$ ，則  $(-2) \times (-1)$  與  $(-3) \times (-1)$  哪個較大？

再記上

$(-2) \times (-1)$

等於 2

$< (-3) \times (-1)$

等於 3

比較

$-2 > -3$  與

$(-2) \times (-1)$

$< (-3) \times (-1)$

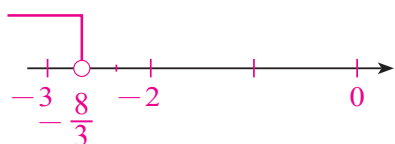
- 對學生而言，乘以負數則變換「大於」或「小於」符號的經驗，由已知數累積起來，比從理論的證明容易入手，尤其對理解力較弱的學生，更應多舉實例教學。

### 放大 隨堂練習

解下列各不等式，並在數線上圖示其解：

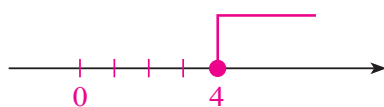
解 (1)  $-\frac{3}{4}x > 2$

$x < -\frac{8}{3}$



解 (2)  $-3x \leq -12$

$x \geq 4$



加強

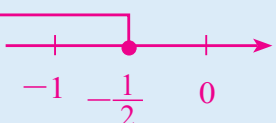


### 會考觀測站 — 加強演練題 搭配例 7

- 解下列各不等式，並在數線上圖示其解：

(1)  $-4x \geq 2$

$x \leq -\frac{1}{2}$



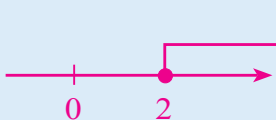
(2)  $-\frac{1}{3}x \leq 6$

$x \geq -18$



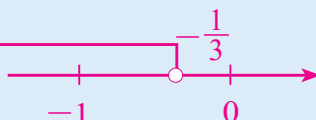
(3)  $-\frac{5}{2}x \leq -5$

$x \geq 2$




(4)  $-9x > 3$

$x < -\frac{1}{3}$





 教學眉批

■解不等式的步驟：

(1) 加減移項合併化簡

(2) 利用乘(除)化成

「 $x \geq ?$ 」、

「 $x > ?$ 」、

「 $x \leq ?$ 」、

「 $x < ?$ 」。

 例 8 利用移項法則解不等式

搭配習作 P70 基礎題 7(1)、(2)

解下列各不等式：

(1)  $3x + 6 \leq 12$

(2)  $-2x + 5 > 8 - x$

**解** (1)  $3x + 6 \leq 12$

$3x \leq 12 - 6$  ← 移項

$3x \leq 6$

得  $x \leq 2$  ← 不等號的兩邊同除以 3

(2)  $-2x + 5 > 8 - x$

$-2x + x > 8 - 5$  ← 移項

$-x > 3$

得  $x < -3$  ← 不等號兩邊同除以  $-1$ ，則「 $>$ 」變成「 $<$ 」。

 隨堂練習

解下列各不等式：

**解** (1)  $-4x + 3 < -8$

$-4x < -11$

$x > \frac{11}{4}$

**解** (2)  $5x - 2 \geq -5 + 2x$

$3x \geq -3$

$x \geq -1$

基礎



會考觀測站 — 基礎演練題 搭配例 8、例 9

■解下列各不等式：

(1)  $2x - 3 \geq -7$

$x \geq -2$

(2)  $-3x + 5 < 7$

$x > -\frac{2}{3}$

(3)  $5 > 3x - 4$

$x < 3$

(4)  $-8 \leq 2x + 6$

$x \geq -7$

(5)  $2(x + 3) - 3(x - 4) > -6$

$x < 24$

(6)  $-(x + 4) + 15 \geq 3x - 9$

$x \leq 5$

放大 例 9 展開後移項解不等式

基會

搭配習作 P70 基礎題 7(4)

解下列各不等式：

(1)  $5(x+3) < 4(3x-1) + 5$

(2)  $3(2x-1) - 4(x-2) \geq 8$

解

(1)  $5(x+3) < 4(3x-1) + 5$

$5x + 15 < 12x - 4 + 5$

$5x + 15 < 12x + 1$

$5x - 12x < 1 - 15$

$-7x < -14$

得  $x > 2$

$5x + 15 < 12x + 1$   
 也可移項為  $15 - 1 < 12x - 5x$   
 可得  $14 < 7x$   
 故  $2 < x$   
 即  $x > 2$

放大 解

(2)  $3(2x-1) - 4(x-2) \geq 8$

$6x - 3 - 4x + 8 \geq 8$

$2x + 5 \geq 8$

$2x \geq 3$

得  $x \geq \frac{3}{2}$

放大 隨堂練習

解下列各不等式：

解 (1)  $4(x-5) - 2(3x+1) > 0$

$4x - 20 - 6x - 2 > 0$

$-2x > 22$

$x < -11$

解 (2)  $3(2x+7) - 10 \leq 2(5x-1) + 5$

$6x + 21 - 10 \leq 10x - 2 + 5$

$-4x \leq -8$

$x \geq 2$

基會

! 基會試題

- 99 基測 II 第 5 題
- 100 基測 II 第 10 題
- 102 基測第 12 題

教學眉批

- 例題 9 可先說明解題的步驟：
  - (1) 利用分配律展開
  - (2) 左式與右式分別合併整理
  - (3) 進行移項合併化簡
  - (4) 利用同乘(除)，求解。
- 不等式求解後，可選其中一個最大或最小的整數代入檢驗，看看是否為這個不等式的解。(這是簡便快速的檢驗方法，但要注意是否包含此整數。)



102 基測第 12 題 搭配例 9

- (D) 解一元一次不等式  $12 - (2x - 5) \geq 7x - 3$ ，得其解的範圍為何？

(A)  $x \geq \frac{10}{9}$     (B)  $x \geq \frac{20}{9}$     (C)  $x \leq \frac{10}{9}$     (D)  $x \leq \frac{20}{9}$

**！ 基會試題**

- 96 基測 II 第 15 題
- 97 基測 I 第 24 題
- 97 基測 II 第 13 題
- 100 基測 I 第 13 題
- 100 聯測第 18 題

**教學眉批**

- 遇到有分數的題目時，先將分數的部分化為整數後，再進行運算。
- 去分母的方法是乘以各分母的最小公倍數。
- $\frac{1}{2}(x+3)$  乘以 2 時，為  $2 \times \frac{1}{2}(x+3)$ ，不是  $2 \times \frac{1}{2} \times (2 \times x + 2 \times 3)$ 。這是學生易錯的地方。
- 提醒學生不可用交叉相乘的方式解分式不等式，因為並不知道帶有未知數的部分是正數還是負數，所以用通分和等量公理是比較可靠的方法。

**放大 例 10 去分母再化簡解不等式**

基會

解不等式  $\frac{1}{2}(x+3)-(x-2) \leq 3$ 。

解

$$\frac{1}{2}(x+3)-(x-2) \leq 3$$



$$\left[ \frac{1}{2}(x+3)-(x-2) \right] \times 2 \leq 3 \times 2 \quad \leftarrow \text{不等號的兩邊同乘以 2}$$

$$(x+3)-2(x-2) \leq 6$$

$$x+3-2x+4 \leq 6$$

$$-x \leq 6-7$$

$$-x \leq -1$$

得

$$x \geq 1$$

**放大 隨堂練習**

解下列各不等式：

$$\text{解 (1) } \frac{1}{4}(x-1) < \frac{1}{3}(x+2)$$



$$\frac{1}{4}(x-1) \times 12 < \frac{1}{3}(x+2) \times 12$$

$$3(x-1) < 4(x+2)$$

$$3x-3 < 4x+8$$

$$x > -11$$

$$\text{(2) } \frac{3x+6}{2} \geq \frac{8x+24}{5}$$

$$\text{解 } \frac{3x+6}{2} \times 10 \geq \frac{8x+24}{5} \times 10$$

$$5(3x+6) \geq 2(8x+24)$$

$$15x+30 \geq 16x+48$$

$$x \leq -18$$

精熟

**備課教學資源**

- 免試基礎講堂 5-1
- 免試精熟本 5-1
- 隨堂輕鬆考第 37 回

**會考觀測站 — 精熟演練題**

搭配例 10

■ 解下列各不等式：

$$(1) -\frac{2}{3}x-4 \leq \frac{1}{2}x+6$$

$$x \geq -\frac{60}{7}$$

$$(3) \frac{2x-1}{5} - \frac{x-2}{2} \geq \frac{2x-5}{10}$$

$$x \leq \frac{13}{3}$$

$$(2) \frac{x-5}{2} - \frac{3x-2}{4} \leq x$$

$$x \geq -\frac{8}{5}$$

$$(4) \frac{2x+3}{4} - \frac{1}{4} \geq \frac{5}{2}(x-1)$$

$$x \leq \frac{3}{2}$$

重

點

回

顧

1 不等號：

在數學的符號中， $>$ 、 $<$ 、 $\geq$ 、 $\leq$ 與 $\neq$ 皆稱為不等號。

2 一元一次不等式：

- (1) 包含不等號的數學式子，稱為不等式。
- (2) 只含有一種未知數，且最高次方為一次的不等式，稱為一元一次不等式。

**例**  $5x < -4$ 、 $\frac{3}{4}x - 6 \geq 2$  皆為一元一次不等式。

3 一元一次不等式的解：

- (1) 如果將一個數代入不等式中的未知數，而不等式仍然成立，則這個數稱為此不等式的一個解。

**例**  $x=1$  是一元一次不等式  $2x+5>1$  的一個解。

- (2) 解不等式時，須呈現不等式所有的解。

**例** 一元一次不等式  $2x+5>1$  的解為  $x>-2$ 。

4 利用等量公理的觀念解不等式：

如果  $a>b$ ， $c$  為任意數，則

- (1)  $a+c>b+c$ 。
- (2)  $a-c>b-c$ 。
- (3) 如果  $c>0$ ，則  $a\times c>b\times c$ ；

$$a\div c>b\div c。$$

如果  $c<0$ ，則  $a\times c<b\times c$ ；

$$a\div c<b\div c。$$

而對於  $a<b$ ， $a\geq b$ ， $a\leq b$  的情形，上述的性質仍然成立。



趣味數學

■ 不等式迷宮：

由起點開始，只有符合  $3+2x>11$  的解才能通過，找出一條抵達終點的路線。

起點	9	8	-5
2	-1	7	4
0	3	5	6
1	-3	-2	終點

起點	9	8	-5
2	-1	7	4
0	3	5	6
1	-3	-2	終點

基會



100 聯測第 18 題 搭配例 10

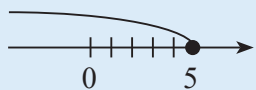
■ (A) 解不等式  $1-2x \leq \frac{7}{9} - \frac{2}{3}x$ ，得其解的範圍為何？

- (A)  $x \geq \frac{1}{6}$     (B)  $x \leq \frac{1}{6}$     (C)  $x \geq \frac{3}{2}$     (D)  $x \leq \frac{3}{2}$

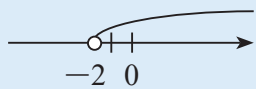
### 教學眉批

■圖解的表示方法，亦可如下：

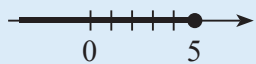
(1)



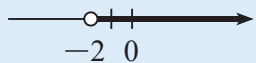
(2)



(3)



(4)



本書採用的方法，比較容易表達，學生也較容易接受。

### 5 一元一次不等式解的形式與圖示：

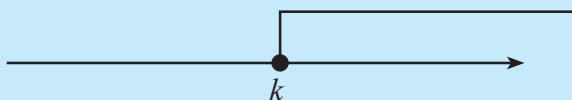
在不等式解的圖示中，

將包含的端點以實心的圓點「●」表示；

不包含的端點以空心的圓點「○」表示。

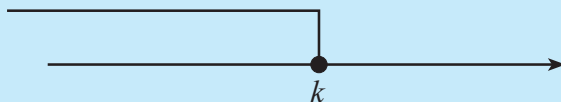
(1)  $x \geq k$

表示包含  $k$  和比  $k$  大的數都是不等式的解，圖示如下：



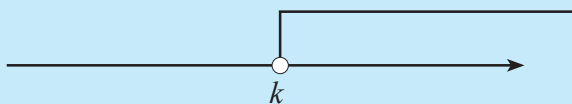
(2)  $x \leq k$

表示包含  $k$  和比  $k$  小的數都是不等式的解，圖示如下：



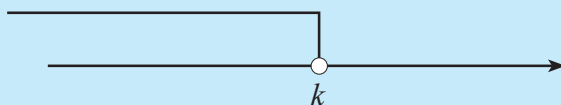
(3)  $x > k$

表示所有比  $k$  大的數都是不等式的解，圖示如下：



(4)  $x < k$

表示所有比  $k$  小的數都是不等式的解，圖示如下：



### 基礎

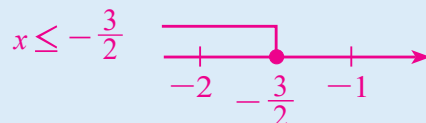
### 會考觀測站 — 基礎演練題

■解下列各不等式，並在數線上圖示其解：

(1)  $5(x-2) > 3(x+2) - 2$



(2)  $\frac{x}{3} - \frac{4}{5} \leq \frac{x}{5} - 1$



# 5-1 自我評量

**放大** 1 依題意列出各不等式：

課P183、184 例 1、2

**解** (1) 張三買了 4 本書，每本  $x$  元，4 本書的總價不低於 500 元。

則可列出不等式  $4x \geq 500$ 。

**解** (2) 李四帶 300 元去買文具，共花了  $x$  元，而剩下的錢不超過 50 元。

則可列出不等式  $300 - x \leq 50$ 。

**解** (3) 王五的撲滿內原有  $x$  元，再存入 100 元後，仍然不滿 350 元。

則可列出不等式  $x + 100 < 350$ 。

**解** (4) 趙六的身高是 160 公分，如果長高  $x$  公分後，就超過 180 公分。

則可列出不等式  $160 + x > 180$ 。

**放大** 2 下列哪些是不等式  $3x - 4 > 5x + 6$  的解？(1)、(2)

課P185 例 3

**提問**

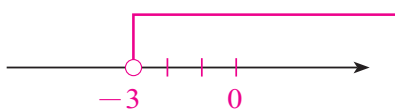
**解** (1)  $-6.5$       (2)  $-5\frac{1}{3}$       (3)  $-4$       (4)  $0$

**放大** 3 在數線上圖示下列各不等式：

**解** (1)  $x > -3$

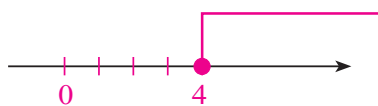
**解** (2)  $x \leq 6$

課P187 隨堂



**解** (3)  $x < -5$

**解** (4)  $x \geq 4$



基礎

## ! 基會試題

- 92 基測 II 第 2 題
- 94 基測 I 第 9 題
- 95 基測 II 第 29 題
- 99 基測 I 第 9 題

## 教學眉批

- 第 2 題：選擇題問下列哪些是不等式的解時，不一定要真正去求出解，可以將選項的值代入原不等式，檢驗不等號是否成立。

## 轉Q 關鍵提問

- 試說明第 2 題採用的解題技巧為何？使用代入檢驗或解不等式，為什麼？

【學生自行回答】



## 會考觀測站 — 基礎演練題 搭配自評第 1、2 題



## 備課教學資源

1. (C) 阿布原有 300 元，每天儲蓄 20 元，存了  $x$  天後會超過 720 元，則可列出不等式為下列何者？
  - (A)  $20x > 720$       (B)  $20x \geq 720$
  - (C)  $300 + 20x > 720$       (D)  $300 + 20x \geq 720$
2. (A) 下列哪一個數是  $2x + 3 < 5$  的一個解？
  - (A) 0      (B) 1      (C) 2      (D) 3

- 會考 100 分 5-1
- 會考基礎卷 5-1
- 會考精熟卷 5-1
- 數學段考精選 5-1



### 教學眉批

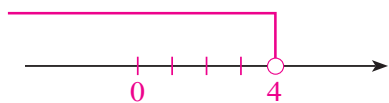
- 提醒學生作圖時，盡量標示出原點。

**放大 4** 解下列各一元一次不等式，並在數線上圖示其解：課P189~195 例4~例7

解 (1)  $2x - 3 < 5$

▲  $2x < 8$

▼  $x < 4$



解 (2)  $3(x + 1) > x - 7$

▲  $3x + 3 > x - 7$

▼  $2x > -10$

$x > -5$



**放大 5** 解下列各一元一次不等式：

課P196~198 例8~例10

解 (1)  $2(2x + 3) \geq 5x + 8$

▲  $4x + 6 \geq 5x + 8$

▼  $x \leq -2$

解 (2)  $-(x - 3) < -5(x - 2)$

▲  $-x + 3 < -5x + 10$

▼  $4x < 7$

$x < \frac{7}{4}$

### 教學眉批

- 第5題(4)另解：

$$\frac{3x}{6} + \frac{2x-4}{6}$$

$$\leq \frac{4x}{6} - \frac{2x+3}{6}$$

$$5x - 4 \leq 4x - 2x - 3$$

$$5x - 2x \leq -3 + 4$$

$$3x \leq 1$$

$$x \leq \frac{1}{3}$$

**放大 解** (3)  $5(x - 4) < 2(4x + \frac{1}{2})$

▲  $5x - 20 < 8x + 1$

▼  $-3x < 21$

$x > -7$

**解** (4)  $\frac{x}{2} + \frac{x-2}{3} \leq \frac{2x}{3} - \frac{2x+3}{6}$

▲  $3x + 2(x - 2) \leq 4x - (2x + 3)$

▼  $5x - 4 \leq 2x - 3$

$3x \leq 1$

$x \leq \frac{1}{3}$

精熟



### 會考觀測站 — 精熟演練題

搭配自評第5題

- 解下列各不等式：

(1)  $5x - (x - 5) \leq 5(x + 5) - (-x + 5)$   $x \geq -\frac{15}{2}$

(2)  $\frac{3x}{2} + \frac{x-2}{3} \leq \frac{5x+8}{6}$   $x \leq 2$