

4-2 線型函數與函數圖形

本節性質與公式摘要

1. 線型函數：

形如 $f(x) = ax + b$ 的函數，稱為線型函數。其中，

(1) 當 $a \neq 0$ 時， $f(x) = ax + b$ 稱為一次函數。

例 $f(x) = 2x - 5$ ， $g(x) = \frac{1}{2}x + 7$ 皆是一次函數。

(2) 當 $a = 0$ 時， $f(x) = b$ 稱為常數函數。

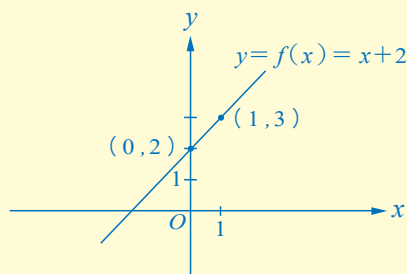
例 $f(x) = -8$ ， $g(x) = 6$ 皆是常數函數。

2. 函數圖形：

在坐標平面上，將合於 $y = f(x)$ 關係的所有點 (x, y) 標示出來，所得到的圖形就是函數 $y = f(x)$ 的圖形。

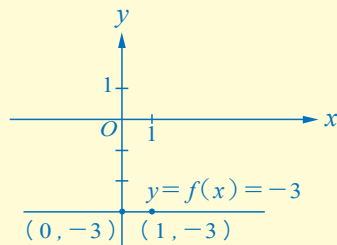
例 (1) 一次函數 $y = f(x) = x + 2$ 的圖形，
如右圖所示：

x	0	1
y	2	3



(2) 常數函數 $y = f(x) = -3$ 的圖形，
如右圖所示：

x	0	1
y	-3	-3



基礎題

- ① 判別下列各函數中，哪些是常數函數？哪些是一次函數？哪些是線型函數？

(A) $f(x) = 3$

(B) $g(x) = 0$

(C) $h(x) = x - 7$

(D) $A(x) = -\frac{1}{2}x + 5$

(E) $C(x) = 7 - 3x$

(F) $G(x) = -5$

課 P162~163 課文

常數函數： (A)、(B)、(F) 6分 5分

一次函數： (C)、(D)、(E) 6分 5分

線型函數： (A)、(B)、(C)、(D)、(E)、(F) 6分 5分

- ② 已知函數 $y = f(x)$ 的圖形經過點 $(4, 6)$ ，求 $f(4)$ 之值。 課 P162~163 例 1~2

8分 6分

$f(4) = 6$

答： $f(4) = 6$ 。

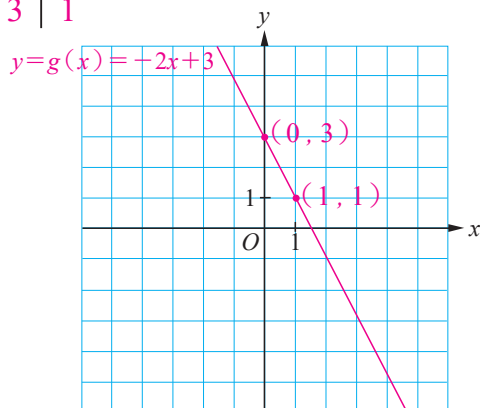
- ③ 在坐標平面上畫出下列各線型函數的圖形：

(1) $y = g(x) = -2x + 3$

課 P165 例 4

8分 6分

x	0	1
y	3	1

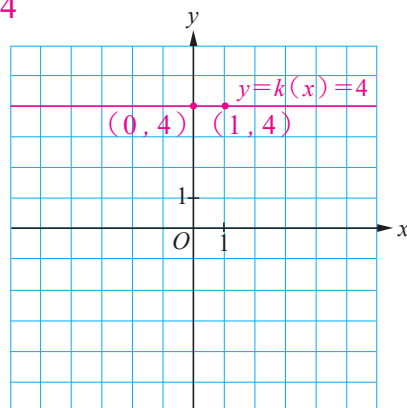


(2) $y = k(x) = 4$

課 P166 例 5

8分 6分

x	0	1
y	4	4





- ④ 已知線型函數 $y=f(x)=ax+b$ 的圖形經過 $(2, 7)$ 與 $(4, 1)$ 兩點，求此函數 $f(x)$ 。

12分 8分 課 P168 例 6

因通過點 $(2, 7)$ ，即 $7=2a+b$ ①

通過點 $(4, 1)$ ，即 $1=4a+b$ ②

①式－②式得 $6=-2a$

$$a=-3$$

將 $a=-3$ 代入①式得 $7=-6+b$

$$b=13$$

故此線型函數為 $y=f(x)=-3x+13$ 。

答： $f(x)=-3x+13$ 。

- ⑤ 已知線型函數 $y=f(x)=ax+b$ 的圖形通過點 $(-3, 7)$ ，且平行 x 軸，求此函數 $f(x)$ 。

12分 8分 課 P168 例 6

因為 $f(x)$ 的圖形平行 x 軸，所以 $a=0$

將 $(-3, 7)$ 代入 $f(x)=b$ 得 $b=7$

故 $f(x)=7$ 。

答： $f(x)=7$ 。

- ⑥ 已知線型函數 $y=f(x)=ax+b$ 的圖形通過 $(2, 8)$ 與 $(3, 5)$ 兩點，試比較下列函數值的大小，並在空格中填入 $>$ 、 $=$ 或 $<$ 。

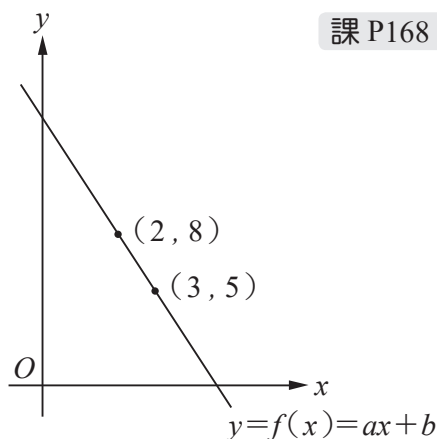
(1) $f(100)$ $<$ $f(99)$ 8分 5分

(2) $f(-2)$ $>$ $f(10)$ 8分 5分

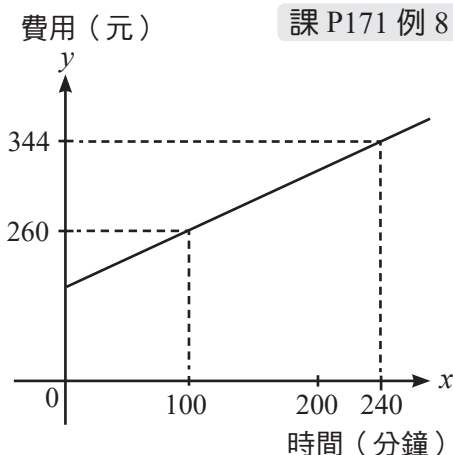
由圖形可知，

當 x 值愈大時， y 值愈小；

當 x 值愈小時， y 值愈大。



- ⑦ 右圖為某電信公司每個月的費用(元)與使用時間(分鐘)為線型函數的關係，已知使用 100 分鐘的費用為 260 元，使用 240 分鐘的費用為 344 元(不足 1 分鐘以 1 分鐘計算費用)，則：



(1) 設每個月的使用時間是 x 分鐘，費用是

y 元，求 y 與 x 的關係式。10分 6分

(2) 如果某個月的使用時間是 300 分鐘，則

費用是多少元？10分 6分

(1) 設 $y=f(x)=ax+b$ ，依題意可列式 $\begin{cases} 260=100a+b & \text{..... ①} \\ 344=240a+b & \text{..... ②} \end{cases}$

②式-①式得 $84=140a$ ， $a=0.6$ ，代入①式得 $b=200$

故 y 與 x 的關係式為 $y=0.6x+200$

(2) 將 $x=300$ 代入 $y=0.6x+200$ 得 $y=0.6 \times 300 + 200 = 380$

答：(1) $y=0.6x+200$ (2)380 元。

精熟題

- ① (C) 一次函數 $y=f(x)=ax+b$ 的圖形如右圖所示，則下列敘述何者正確？5分

(A) $a>0$ ， $b>0$

(B) $a>0$ ， $b<0$

(C) $a<0$ ， $b<0$

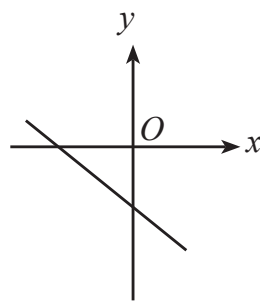
(D) $a<0$ ， $b>0$

圖形為左上右下，所以 $a<0$ ，

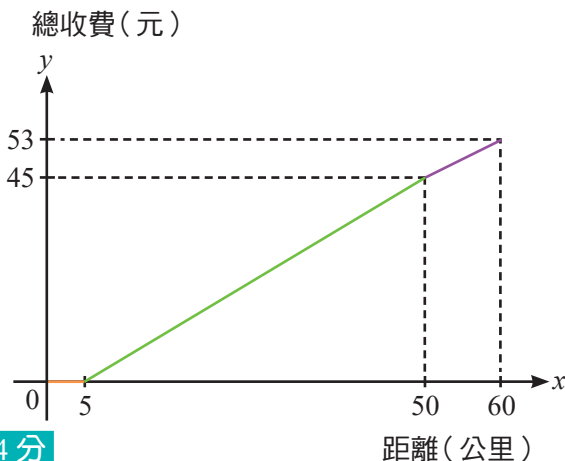
又圖形與 y 軸的交點為 $(0, b)$ ，

所以 $b<0$

故選(C)。



- ② 右圖為某運輸學專家設計的國道計程行駛距離與收費的關係圖， x 表示行駛的距離（公里）， y 表示總收費（元），回答下列問題：



(1) 前 5 公里時， y 與 x 的關係。 4 分

(2) 行駛 5 公里至 50 公里之間， y 與 x 的關係。 4 分

(3) 行駛 50 公里以上， y 與 x 的關係。 4 分

(1) $y=0$ (2) 設 $y=ax+b$ ，

將 $(5, 0)$ 、 $(50, 45)$ 代入得

$$\begin{cases} 0=5a+b & \text{①} \\ 45=50a+b & \text{②} \end{cases}$$

①式-②式得 $a=1$ ， $b=-5$ ，
所以 $y=x-5$ 。

(3) 設 $y=ax+b$ ，

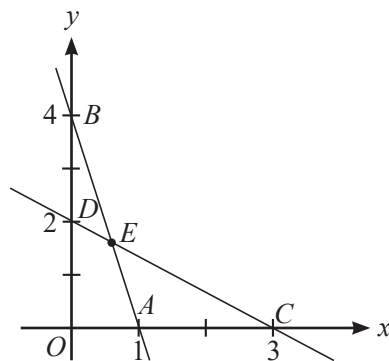
將 $(50, 45)$ 、 $(60, 53)$ 代入得

$$\begin{cases} 45=50a+b & \text{①} \\ 53=60a+b & \text{②} \end{cases}$$

①式-②式得 $a=\frac{4}{5}$ ， $b=5$ ，
所以 $y=\frac{4}{5}x+5$ 。

答：(1) $y=0$ (2) $y=x-5$ (3) $y=\frac{4}{5}x+5$ 。

- ③ 如右圖，函數 $y=f(x)$ 的圖形分別交 x 軸、 y 軸於 A 、 B 兩點；函數 $y=g(x)$ 的圖形分別交 x 軸、 y 軸於 C 、 D 兩點，兩函數圖形交於 E 點。求：



(1) 函數 $y=f(x)$ 。 4 分

(2) 函數 $y=g(x)$ 。 4 分

(3) E 點坐標。 4 分

(1) 設 $f(x)=ax+b$ ，將 $A(1, 0)$ 、 $B(0, 4)$ 代入得 $\begin{cases} 0=a+b \\ 4=b \end{cases}$

解得 $a=-4$ ， $b=4$ ，所以 $f(x)=-4x+4$

(2) 設 $g(x)=cx+d$ ，將 $C(3, 0)$ 、 $D(0, 2)$ 代入得 $\begin{cases} 0=3c+d \\ 2=d \end{cases}$

解得 $c=-\frac{2}{3}$ ， $d=2$ ，所以 $g(x)=-\frac{2}{3}x+2$

(3) 解 $\begin{cases} y=-4x+4 \\ y=-\frac{2}{3}x+2 \end{cases}$ 得 $x=\frac{3}{5}$ ， $y=\frac{8}{5}$ ，故 E 點坐標為 $(\frac{3}{5}, \frac{8}{5})$

答：(1) $f(x)=-4x+4$ (2) $g(x)=-\frac{2}{3}x+2$ (3) $(\frac{3}{5}, \frac{8}{5})$ 。