

# 4-2 線型函數與函數圖形

## 本節性質與公式摘要

### 1. 線型函數：

形如  $f(x) = ax + b$  的函數，稱為線型函數。其中，

(1) 當  $a \neq 0$  時， $f(x) = ax + b$  稱為一次函數。

**例**  $f(x) = 2x - 5$ ， $g(x) = \frac{1}{2}x + 7$  皆是一次函數。

(2) 當  $a = 0$  時， $f(x) = b$  稱為常數函數。

**例**  $f(x) = -8$ ， $g(x) = 6$  皆是常數函數。

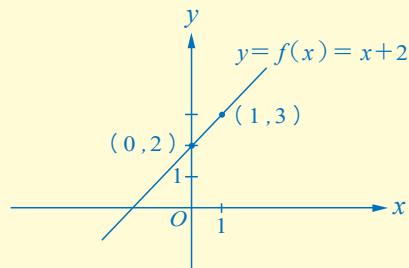
### 2. 函數圖形：

在坐標平面上，將合於  $y = f(x)$  關係的所有點  $(x, y)$  標示出來，所得到的圖形就是函數  $y = f(x)$  的圖形。

**例** (1) 一次函數  $y = f(x) = x + 2$  的圖形，

如右圖所示：

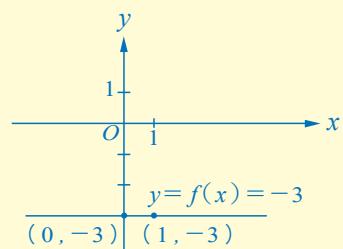
x	0	1
y	2	3



(2) 常數函數  $y = f(x) = -3$  的圖形，

如右圖所示：

x	0	1
y	-3	-3



 **基礎題**

① 判別下列各函數中，哪些是常數函數？哪些是一次函數？哪些是線型函數？

(A)  $f(x) = 3$

(B)  $g(x) = 0$

(C)  $h(x) = x - 7$

(D)  $A(x) = -\frac{1}{2}x + 5$

(E)  $C(x) = 7 - 3x$

(F)  $G(x) = -5$

課 P162~163 課文

常數函數 : \_\_\_\_\_

(A)、(B)、(F)

6分 5分

一次函數 : \_\_\_\_\_

(C)、(D)、(E)

6分 5分

線型函數 : \_\_\_\_\_

(A)、(B)、(C)、(D)、(E)、(F)

6分 5分

② 已知函數  $y = f(x)$  的圖形經過點  $(4, 6)$ ，求  $f(4)$  之值。課 P162~163 例 1~2

6分 6分

$f(4) = 6$

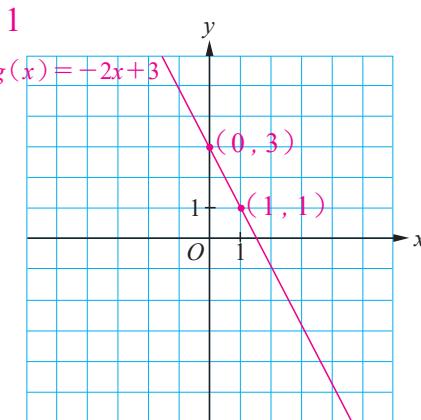
答 :  $f(4) = 6$ 。

③ 在坐標平面上畫出下列各線型函數的圖形：

(1)  $y = g(x) = -2x + 3$

課 P165 例 4

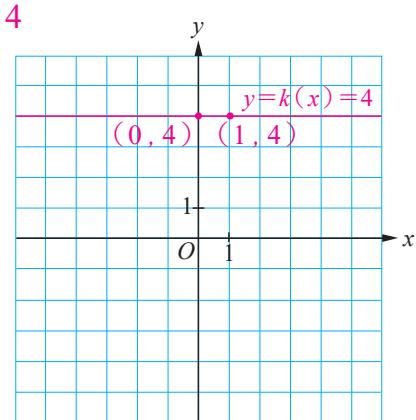
$x$	0	1
$y$	3	1



(2)  $y = k(x) = 4$

課 P166 例 5

$x$	0	1
$y$	4	4



- ④ 已知線型函數  $y=f(x)=ax+b$  的圖形經過  $(2, 7)$  與  $(4, 1)$  兩點，求此函數  $f(x)$ 。

12分 8分 課 P168 例 6

因通過點  $(2, 7)$ ，即  $7=2a+b$  ①通過點  $(4, 1)$ ，即  $1=4a+b$  ②①式-②式得  $6=-2a$ 

$$a=-3$$

將  $a=-3$  代入①式得  $7=-6+b$ 

$$b=13$$

故此線型函數為  $y=f(x)=-3x+13$ 。答： $f(x)=-3x+13$ 。

- ⑤ 已知線型函數  $y=f(x)=ax+b$  的圖形通過點  $(-3, 7)$ ，且平行  $x$  軸，求此函數  $f(x)$ 。

12分 8分 課 P168 例 6

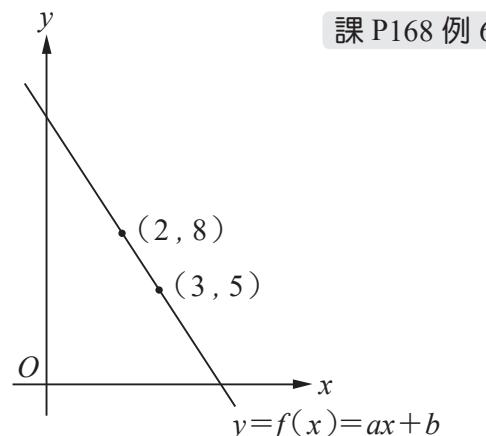
因為  $f(x)$  的圖形平行  $x$  軸，所以  $a=0$ 將  $(-3, 7)$  代入  $f(x)=b$  得  $b=7$ 故  $f(x)=7$ 。答： $f(x)=7$ 。

- ⑥ 已知線型函數  $y=f(x)=ax+b$  的圖形通過  $(2, 8)$  與  $(3, 5)$  兩點，試比較下列函數值的大小，並在空格中填入  $>$ 、 $=$  或  $<$ 。

$$(1) f(100) \quad < \quad f(99)$$

$$(2) f(-2) \quad > \quad f(10)$$

由圖形可知，

當  $x$  值愈大時， $y$  值愈小；當  $x$  值愈小時， $y$  值愈大。

- 7 右圖為某電信公司每個月的費用(元)與使用時間(分鐘)為線型函數的關係，已知使用 100 分鐘的費用為 260 元，使用 240 分鐘的費用為 344 元(不足 1 分鐘以 1 分鐘計算費用)，則：

(1) 設每個月的使用時間是  $x$  分鐘，費用是  $y$  元，求  $y$  與  $x$  的關係式。10分 6分

(2)如果某個月的使用時間是 300 分鐘，則  
費用是多少元？ 10 分 6 分

②式-①式得  $84 = 140a$ ， $a = 0.6$ ，代入①式得  $b = 200$

故  $y$  與  $x$  的關係式為  $y=0.6x+200$

(2) 將  $x=300$  代入  $y=0.6x+200$  得  $y=0.6 \times 300 + 200 = 380$

課 P171 例 8

費用 (元)

時間 (分鐘)

時間 (分鐘) (x)	費用 (元) (y)
0	150
100	260
240	344

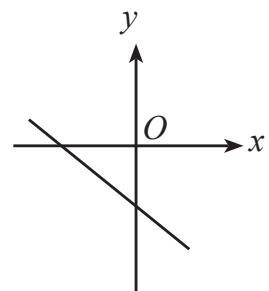
答：(1) $y=0.6x+200$  (2)380 元。

## 精熟題

- 1 (c) 一次函數  $y = f(x) = ax + b$  的圖形如右圖所示，則下列敘述何者正確？ 5分

- (A)  $a > 0$  ,  $b > 0$       (B)  $a > 0$  ,  $b < 0$   
(C)  $a < 0$  ,  $b < 0$       (D)  $a < 0$  ,  $b \geq 0$

圖形為左上右下，所以  $a < 0$ ，  
又圖形與  $y$  軸的交點為  $(0, b)$ ，  
所以  $b < 0$   
故選(C)。



- ② 右圖為某運輸學專家設計的國道計程行駛距離與收費的關係圖， $x$  表示行駛的距離（公里）， $y$  表示總收費（元），回答下列問題：

- (1) 前 5 公里時， $y$  與  $x$  的關係。 4 分  
(2) 行駛 5 公里至 50 公里之間， $y$  與  $x$  的關係。 4 分

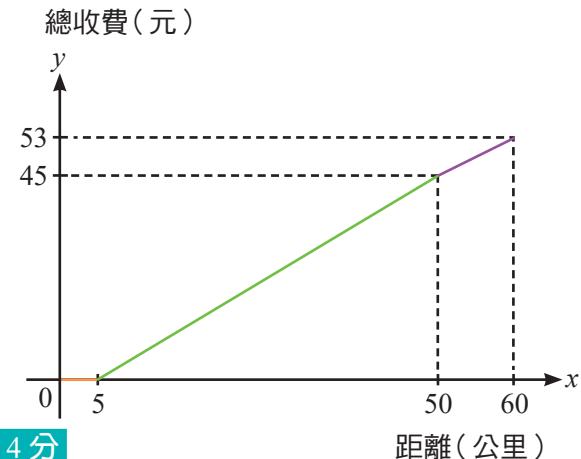
- (3) 行駛 50 公里以上， $y$  與  $x$  的關係。 4 分

(1)  $y=0$  (2) 設  $y=ax+b$ ，

將  $(5, 0)$ 、 $(50, 45)$  代入得

$$\begin{cases} 0=5a+b \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 45=50a+b \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

①式 - ②式得  $a=1$ ， $b=-5$ ，  
所以  $y=x-5$ 。



(3) 設  $y=ax+b$ ，

將  $(50, 45)$ 、 $(60, 53)$  代入得

$$\begin{cases} 45=50a+b \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 53=60a+b \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

①式 - ②式得  $a=\frac{4}{5}$ ， $b=5$ ，  
所以  $y=\frac{4}{5}x+5$ 。

答：(1)  $y=0$  (2)  $y=x-5$  (3)  $y=\frac{4}{5}x+5$ 。

- ③ 如右圖，函數  $y=f(x)$  的圖形分別交  $x$  軸、  
 $y$  軸於  $A$ 、 $B$  兩點；函數  $y=g(x)$  的圖形  
分別交  $x$  軸、 $y$  軸於  $C$ 、 $D$  兩點，兩函數圖  
形交於  $E$  點。求：

- (1) 函數  $y=f(x)$ 。 4 分

- (2) 函數  $y=g(x)$ 。 4 分

- (3)  $E$  點坐標。 4 分

(1) 設  $f(x)=ax+b$ ，將  $A(1, 0)$ 、 $B(0, 4)$  代入得  $\begin{cases} 0=a+b \\ 4=b \end{cases}$

解得  $a=-4$ ， $b=4$ ，所以  $f(x)=-4x+4$

(2) 設  $g(x)=cx+d$ ，將  $C(3, 0)$ 、 $D(0, 2)$  代入得  $\begin{cases} 0=3c+d \\ 2=d \end{cases}$

解得  $c=-\frac{2}{3}$ ， $d=2$ ，所以  $g(x)=-\frac{2}{3}x+2$

(3) 解  $\begin{cases} y=-4x+4 \\ y=-\frac{2}{3}x+2 \end{cases}$  得  $x=\frac{3}{5}$ ， $y=\frac{8}{5}$ ，故  $E$  點坐標為  $(\frac{3}{5}, \frac{8}{5})$

答：(1)  $f(x)=-4x+4$  (2)  $g(x)=-\frac{2}{3}x+2$  (3)  $(\frac{3}{5}, \frac{8}{5})$ 。

