

4-2 線型函數與函數圖形

1. 線型函數 2. 函數圖形

教學時數

■ 5 小時

活動 1 認識一次函數與常數函數的意義。

教學眉批

■ 利用 $f(x) = ax + b$, $a \neq 0$ 來定義一次函數。

■ 例題 1 的目的有二：

- (1) 了解一次函數的函數值。
- (2) 為繪製函數圖形的先備知識。

基會試題

■ 93 基測 I 第 28 題

1 線型函數

對應能力指標 7-a-10

一次函數

搭配習作 P59 基礎題 1

前面討論過的函數中，凡是整理成形如 $y = f(x) = ax + b$ ($a \neq 0$) 的函數，因為自變數 x 的次方是一次，所以這種函數都稱為**一次函數**。

例如： $f(x) = -3x + 2$, $g(x) = \frac{9}{5}x + 32$ 都是一次函數。

在一次函數 $f(x) = ax + b$ 中， a 與 b 都是固定的數，並不會隨著 x 的改變而改變，相對於 x 的可變動性，稱 a 與 b 為**常數**， ax 稱為 $f(x)$ 中 x 的**一次項**， b 稱為 $f(x)$ 中的**常數項**。

放大 例 1 函數值的應用 基會

搭配習作 P59 基礎題 2

一次函數 $f(x) = ax + 4$ ，如果 $f(3) = -2$ ，則 a 之值為多少？

解 $f(3) = -2$ 表示 $x = 3$ 時的函數值為 -2 ，

$$f(3) = 3a + 4 = -2$$

$$3a = -6$$

$$a = -2$$

因此 $a = -2$ 。

放大 隨堂練習

解 一次函數 $f(x) = 3x - b$ ，如果 $f(-2) = -8$ ，則 b 之值為多少？

$$f(-2) = 3 \times (-2) - b = -8$$

$$-6 - b = -8$$

$$b = 2$$

加強

備課教學資源

- 補救教學・計算 Basic 4-2
- 免試加強類題本 4-2



會考觀測站 - 加強演練題 搭配例 1

1. 一次函數 $f(x) = ax - 5$ ，若 $f(-5) = 10$ ，求：
 - (1) $a = ?$ -3
 - (2) $f(x) = ?$ $f(x) = -3x - 5$
2. 一次函數 $f(x) = -2x + b$ ，若 $f(4) = 1$ ，求：
 - (1) $b = ?$ 9
 - (2) $f(x) = ?$ $f(x) = -2x + 9$

**放大** 例 2 求一次函數

搭配習作 P59 基礎題 2

動畫 有一個一次函數 $f(x) = ax + b$ ，且 $f(2) = 5$ ， $f(3) = 7$ ，求此一次函數。

解 由 $f(2) = 5$ ，可得 $f(2) = 2a + b = 5$ …… ①

由 $f(3) = 7$ ，可得 $f(3) = 3a + b = 7$ …… ②

②式 - ①式可得 $a = 2$

將 $a = 2$ 代入 ①式可得 $4 + b = 5$

$$b = 1$$

所以此一次函數為 $f(x) = 2x + 1$ 。

放大 隨堂練習

解 有一個一次函數 $f(x) = ax + b$ ，且 $f(1) = 4$ ， $f(3) = 10$ ，求此一次函數。

$f(1) = a + b = 4$ …… ①

$f(3) = 3a + b = 10$ …… ②

②式 - ①式可得 $a = 3$

將 $a = 3$ 代入 ①式得 $b = 1$ ，所以此一次函數為 $f(x) = 3x + 1$ 。

▶ 常數函數

在函數 $f(x) = ax + b$ 中，如果 $a = 0$ ，則 $f(x) = 0x + b$ ，即 $f(x) = b$ 。

此時不論變數 x 的值為何，所對應的函數值皆為 b 。例如：

函數 $f(x) = 3$ ，無論 x 的值為何，所對應的函數值皆為 3，因此仍符合函數的意義「對每一個 x 值，都恰好有一個對應的 y 值」，所以 $f(x) = 3$ 也是一個函數。

形如 $f(x) = b$ 的函數，稱為**常數函數**。

搭配習作 P59 基礎題 1

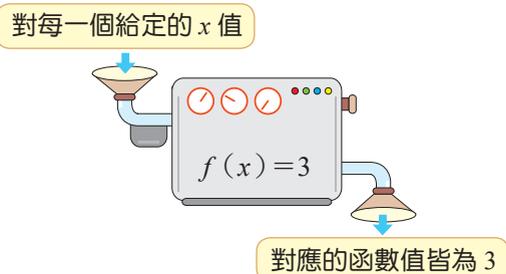


圖 4-2

基礎

教學眉批

■ 例題 2：由函數值的概念及解聯立方程式，達到求一次函數的目的。

■ 回憶二元一次方程式這一節中，可以知道：由已知的相異兩點可求出二元一次方程式，在完成函數圖形的教學後，可將此兩種經驗加以結合。

■ 說明 $f(x) = 3$ 也是一個函數的原因。

**會考觀測站 - 基礎演練題** 搭配例 2

■ 有一個一次函數 $f(x) = ax + b$ ，且 $f(-2) = 0$ ， $f(7) = -9$ ，求此一次函數。

$$f(x) = -x - 2$$

**！ 基會試題**

- 92 基測 II 第 7 題

**活化體驗站****趣味數學**

- 小白定了一個讀書計畫，每天讀 20 頁書，但是第三天生病，所以沒讀。則第六天小白讀了幾頁書？

20 頁

放大 例 3 求此常數函數 基會

有一個常數函數 $f(x) = b$ ，且 $f(2) = -5$ ，求此常數函數。

解 已知常數函數 $f(x) = b$ ，
 不論 x 的值是什麼數，其對應的函數值都是 b 。
 由 $f(2) = -5$ ，
 可得 $b = -5$
 所以此常數函數為 $f(x) = -5$ 。

放大 隨堂練習

解 1. 有一個常數函數 $g(x) = c$ ，且 $g(100) = 3$ ，求此常數函數。

$$g(x) = 3$$

解 2. 若 $f(x)$ 為常數函數，且 $f(5) + f(-5) = 8$ ，求此常數函數。

$$f(x) = 4$$

**數學小語錄**

想像遠比知識重要，因為知識是有限的，而想像力卻可以遨遊世界。

—— 愛因斯坦 (Albert Einstein, 1879-1955)

基會**備課教學資源****92 基測 II 第 7 題 搭配例 3**

- 隨堂輕鬆考第 30 回

- (B) 已知線型函數 $f(x) = ax + b$ ，其對應關係如右表。求 $\beta + \gamma = ?$
 (A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 12

x	...	1	2	3	4	...
$f(x)$...	3	β	3	γ	...

GGB 2 函數圖形

對應能力指標 7-a-12

給定一個函數 $y=f(x)$ ，可以把每個 x 值及其對應的 y 值，寫成數對 (x, y) 的形式，並在坐標平面上畫出所對應的點，得到函數 $y=f(x)$ 的圖形。

例如：給定一次函數 $f(x) = -3x + 2$ ，因為所對應的函數值 $f(x)$ 就是 y 坐標，所以要畫一次函數 $f(x) = -3x + 2$ 的圖形，就是將符合 $y = -3x + 2$ 的所有點 (x, y) 描繪在坐標平面上。

因此， $f(x) = -3x + 2$ 的圖形，就是二元一次方程式 $y = -3x + 2$ 的圖形。

二元一次方程式 $y = -3x + 2$ 的圖形為一直線，因此只要找出滿足方程式的任意兩個點，例如： $(0, 2)$ 、 $(-1, 5)$ ，再將它們連成直線，即為 $f(x) = -3x + 2$ 的圖形，如圖 4-3。

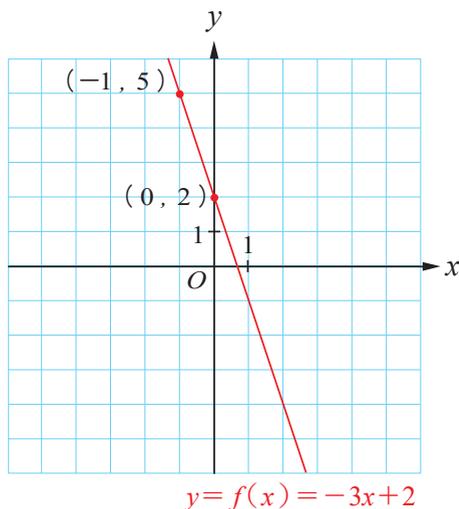


圖 4-3

放大 例 4 畫一次函數的圖形 基會

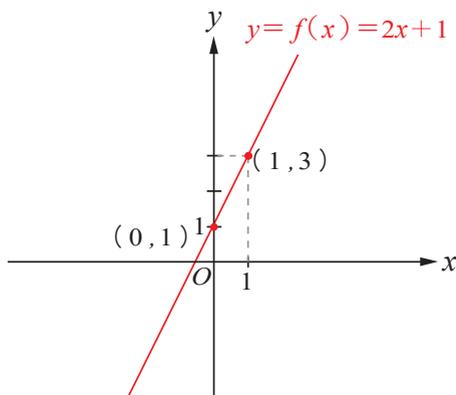
搭配習作 P59 基礎題 3(1)

在坐標平面上畫出函數 $y=f(x) = 2x + 1$ 的圖形。

解 找出滿足 $y = 2x + 1$ 的兩組解：

x	0	1
y	1	3

將這兩點標示在坐標平面上，再畫出通過這兩點的直線，此直線即為函數 $y=f(x) = 2x + 1$ 的圖形。



加強

活動 2 理解函數圖形的意義，並畫出一次函數的圖形。

教學眉批

- 本書中的函數圖形都已寫成 $y=f(x)$ 的形式，若題目中只出現 $f(x)$ 時，則解題時就應設 $y=f(x)$ 以合乎 x 、 y 平面坐標。
- 已知 $f(x) = ax + b$ 的圖形可用 $y = ax + b$ 的圖形來表示，因此在畫一次函數圖形時，就只要找出相異的兩點即可。

基會試題

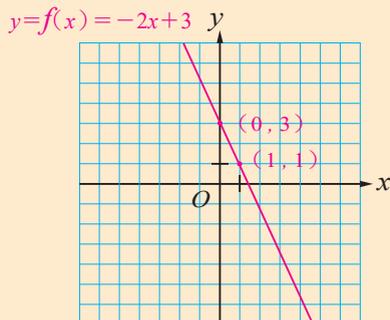
- 92 基測 II 第 23 題



會考觀測站 — 加強演練題 搭配例 4

- 在坐標平面上畫出 $y=f(x) = -2x + 3$ 的圖形。

x	0	1
y	3	1



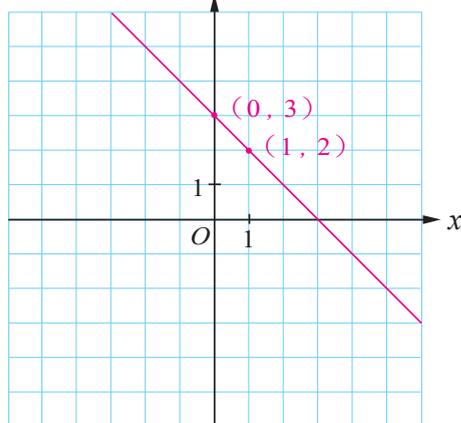
放大 隨堂練習

在坐標平面上畫出下列各函數的圖形：

解 (1) $y=f(x)=-x+3$

x	0	1
y	3	2

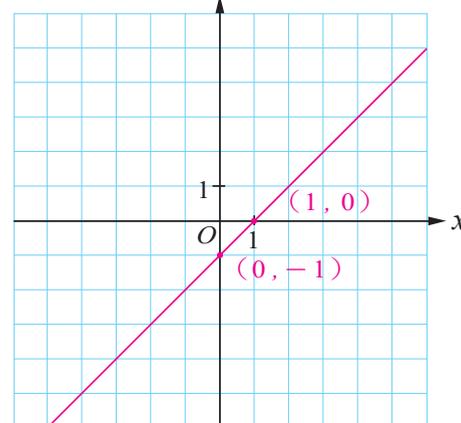
$y=f(x)=-x+3$



解 (2) $y=g(x)=x-1$

x	0	1
y	-1	0

$y=g(x)=x-1$



$y=g(x)=x-1$

活動 3 畫出常數函數圖形，並了解線型函數的意義。

教學眉批

■ 常數函數 $f(x) = b$, $b \neq 0$ 的圖形為平行 x 軸的水平線，而 $f(x) = 0$ 的圖形則在 x 軸上。

放大 例 5 畫常數函數的圖形

搭配習作 P59 基礎題 3(2)

動畫

畫出函數 $y=f(x)=-2$ 的圖形。

解 函數 $f(x) = -2$ 表示不論 x 的值為何，

函數值都是 -2 。

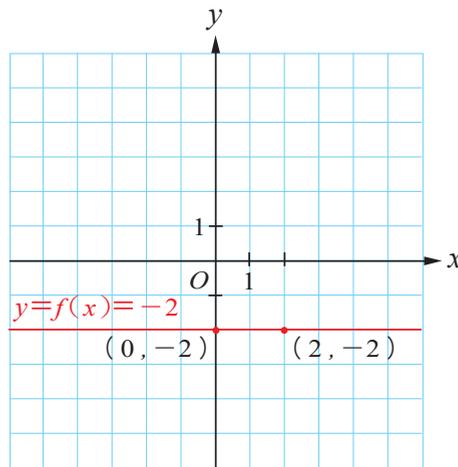
找出兩組對應的 x 、 y 值：

x	0	2
y	-2	-2

將這兩個點標示在坐標平面上，

再畫出通過此兩點的直線，

此直線即為 $y=f(x)=-2$ 的圖形。



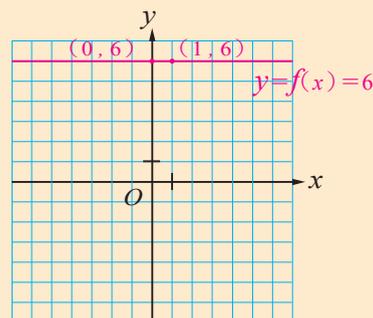
加強



會考觀測站 — 加強演練題 搭配例 5

■ 在坐標平面上畫出函數 $y=f(x)=6$ 的圖形。

x	0	1
y	6	6

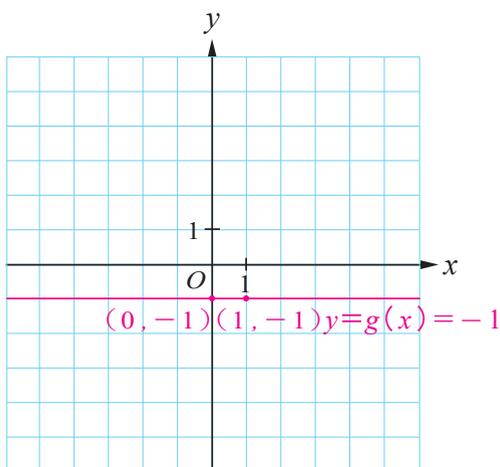


放大 隨堂練習

在坐標平面上畫出下列各函數的圖形：

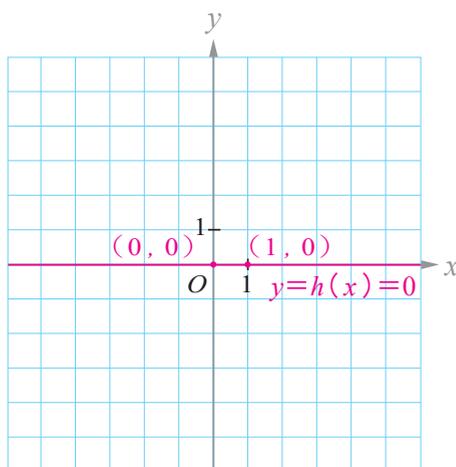
解 (1) $y = g(x) = -1$

x	0	1
y	-1	-1



解 (2) $y = h(x) = 0$

x	0	1
y	0	0



由例題 5 與隨堂練習可知，像 $f(x) = -2$ 、 $g(x) = -1$ 、 $h(x) = 0$ 這類的常數函數，無論自變數為何，所對應的函數值都是一個定值，因此常數函數 $f(x) = b$ (b 不等於 0) 的圖形為平行於 x 軸的直線，而函數 $f(x) = 0$ 的圖形就是 x 軸。

一次函數與常數函數的圖形都是一直線，這兩種函數都稱為**線型函數**。

線型函數

形如 $f(x) = ax + b$ 的函數，稱為線型函數。其中，

- (1) 當 $a \neq 0$ 時， $f(x) = ax + b$ 稱為一次函數，
- (2) 當 $a = 0$ 時， $f(x) = b$ 稱為常數函數。

基礎

教學眉批

- 對程度較好的學生，教師可藉由觀察

$f(x) = ax + b$ 中， a 、 b 的變化了解線型函數。

例如：

(1)

$f(x) = ax + b_1$ ，
 $g(x) = ax + b_2$ ，
 $b_1 \neq b_2$ 時，兩條直線平行。

(2)

$f(x) = ax + b$ ，
 $a \neq 0$ ， $b = 0$ ，
圖形通過原點。

(3)

$f(x) = ax + b$ ，
 $a = 0$ ， $b \neq 0$ ，
圖形平行 x 軸。

(4)

$f(x) = ax + b$ ，
 $a = 0$ ， $b = 0$ ，
圖形在 x 軸上。



會考觀測站 — 基礎演練題 搭配課文

1. $f(x) = ax^2 + bx + c$

- (1) 若 $f(x)$ 為一次函數，則條件為 $a=0, b \neq 0$ 。
- (2) 若 $f(x)$ 為常數函數，則條件為 $a=0, b=0$ 。

2. $A(x) = x^2$ ， $B(x) = -5x + 2$ ， $C(x) = 4$ ， $D(x) = 6x$ ， $E(x) = \frac{3}{x}$ ， $F(x) = 0$

- (1) 一次函數有哪些？ $B(x)$ 、 $D(x)$
- (2) 常數函數有哪些？ $C(x)$ 、 $F(x)$
- (3) 線型函數有哪些？ $B(x)$ 、 $C(x)$ 、 $D(x)$ 、 $F(x)$

! 基會試題

■ 92 基測 I 第 31 題

教學眉批

■ 教師可視學生程度補充：

$f(x) = ax + b$ 當

(1) $a > 0$ 時

(2) $a < 0$ 時

圖形的傾斜特性，在適當機會介紹斜率的概念（參考教師手冊 P180），但斜率不宜當作考試教材。

放大
動畫

例 6 已知兩點，求線型函數

基會

搭配習作 P60 基礎題 4~6

已知 $f(x)$ 為一個線型函數，其圖形通過 $(2, -4)$ 與 $(-1, 5)$ 兩點，且分別與 x 軸、 y 軸交於 A 、 B 兩點，求：

(1) $f(x)$

(2) 三角形 ABO 的面積。（ O 為坐標平面的原點）

放大

解

(1) 設此線型函數為 $y = f(x) = ax + b$ ，

因為函數圖形通過 $(2, -4)$ 與 $(-1, 5)$ 兩點，

$$\text{可得} \begin{cases} 2a + b = -4 & \cdots \cdots \text{①} \\ -a + b = 5 & \cdots \cdots \text{②} \end{cases}$$

由①式 - ②式得 $3a = -9$

$$a = -3$$

將 $a = -3$ 代入①式得 $(-6) + b = -4$

$$b = 2$$

所以此函數為 $f(x) = -3x + 2$ 。

放大

解

(2) $y = f(x) = -3x + 2$

x	$\frac{2}{3}$	0
y	0	2

與 x 軸交點 $A(\frac{2}{3}, 0)$ ，

與 y 軸交點 $B(0, 2)$ ，

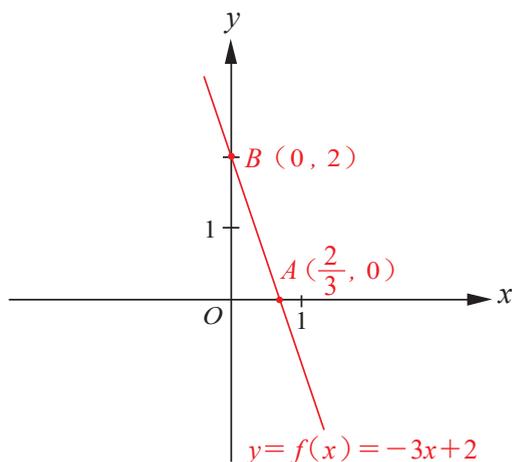
三角形 ABO 的面積

$$= \frac{1}{2} \times \overline{OA} \times \overline{OB}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times 2$$

$$= \frac{2}{3}$$

所以三角形 ABO 的面積為 $\frac{2}{3}$ 。



基礎



會考觀測站 - 基礎演練題

搭配例 6

1. 已知 $g(x)$ 為一個線型函數，其圖形通過 $(2, 7)$ 與 $(5, 13)$ 兩點，且分別與 x 軸、 y 軸交於 A 、 B 兩點，求：

(1) $g(x)$

(2) 三角形 ABO 的面積（ O 為原點）

$$(1) g(x) = 2x + 3 \quad (2) \frac{9}{4}$$

2. 已知 $f(x)$ 為一個線型函數，其圖形通過 $(2, 3)$ 與 $(8, 3)$ 兩點，求此線型函數。

$$f(x) = 3$$

放大 隨堂練習

解 已知 $f(x)$ 為一個線型函數，其圖形通過 $(-1, -4)$ 與 $(3, 4)$ 兩點，且分別與 x 軸、 y 軸交於 A 、 B 兩點，求：

(1) $f(x)$

(2) 三角形 ABO 的面積。(O 為坐標平面的原點)

(1) 設此線型函數為 $y=f(x)=ax+b$ ，

$$\text{可得 } \begin{cases} -a+b=-4 & \text{①} \\ 3a+b=4 & \text{②} \end{cases}$$

②式 - ①式可得 $a=2$

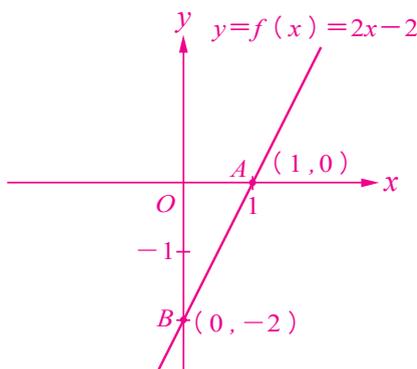
將 $a=2$ 代入①式得 $b=-2$

所以此線型函數為 $f(x)=2x-2$ 。

$$(2) \begin{array}{c|c|c} x & 1 & 0 \\ \hline y & 0 & -2 \end{array}$$

與 x 軸交於 $A(1, 0)$ ，與 y 軸交於 $B(0, -2)$ 。

三角形 ABO 的面積 $= \frac{1}{2} \times 1 \times 2 = 1$ 。



放大 例 7 函數圖形

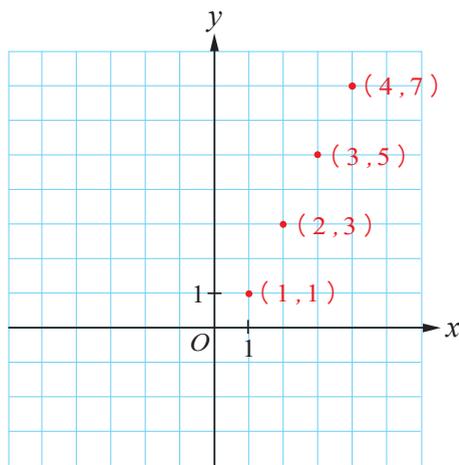
基會

在坐標平面上畫出當 x 是小於 5 的正整數時，函數 $y=f(x)=2x-1$ 的圖形。

解 因為 x 是小於 5 的正整數，所以將所有合乎條件的 x 值及其對應的 y 值列出，如下表：

x	1	2	3	4
y	1	3	5	7

在坐標平面上標示出這四個對應的點，即為此函數的圖形。



基會

! 基會試題

■ 97 基測 II 第 27 題

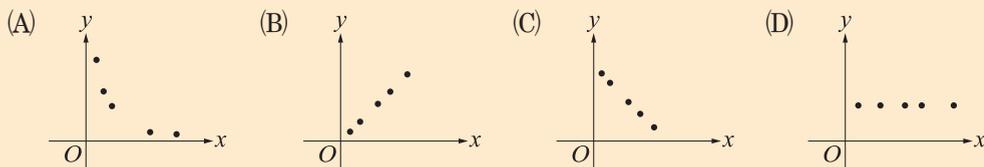
教學眉批

- 有很多的函數圖形，在開始學時都是用描點的方式來繪製。
- 教師對於程度較好的學生，可以給予一些其他函數，讓學生用描點的方式來繪製。
- 非連續型函數圖形的畫圖，並非用描點一一畫出，就能完成。



97 基測 II 第 27 題 搭配例 7

- (C) 阿美自一袋中取球，以每次取出數球且取後放回的方式，任取 5 次。若某次取出的球數以 x 表示；該次取球未放回前，袋內所剩的球數以 y 表示，且將每次的取球情況寫成數對 (x, y) 並畫在坐標平面上，則此圖可能是下列哪一圖形？





活化體驗站

趣味數學

- 有一座海拔 12365 呎的高山，當地人稱它為兩歲山，為什麼？
因為一年有 12 個月，且一年有 365 天。

基會

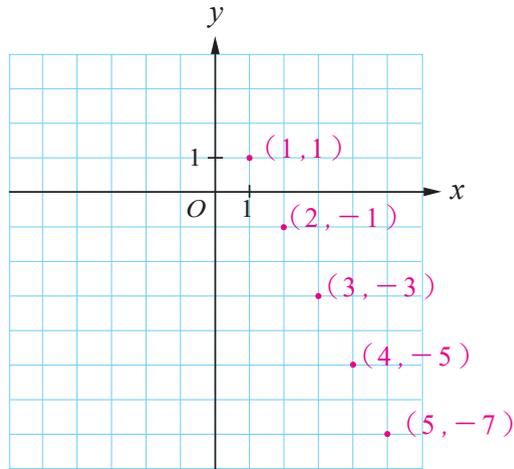
隨堂練習

放大 在坐標平面上畫出下列各函數的圖形：

解 (1) $y = g(x) = -2x + 3$,

x	1	2	3	4	5
y	1	-1	-3	-5	-7

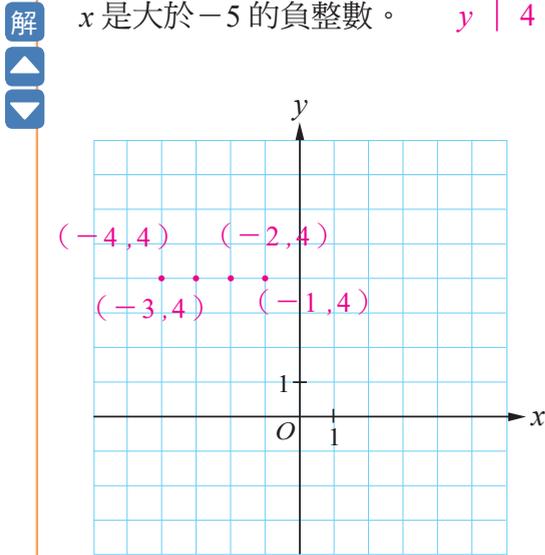
 x 是小於 6 的正整數。



放大 (2) $y = h(x) = 4$,

x	-4	-3	-2	-1
y	4	4	4	4

 x 是大於 -5 的負整數。



精熟



會考觀測站 - 精熟演練題

1. 一次函數 $f(x) = -x + 2$ ，求其圖形與兩軸所圍成的三角形面積。2
2. 求常數函數 $f(x) = 2$ 與一次函數 $g(x) = x + 2$ 兩圖形的交點坐標。(0, 2)

放大例 8 一次函數圖形的應用

基會

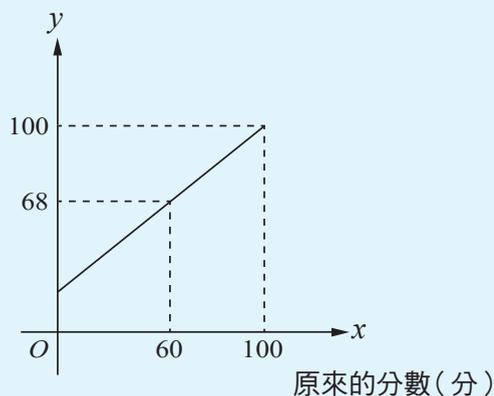
搭配習作 P61 基礎題 7

某次數學考試，老師用一次函數 $f(x) = ax + b$ 來調整分數，其中 x 表示原來的分數， $f(x)$ 表示調整後的分數。已知原來 60 分變成 68 分，

100 分還是 100 分，則：

調整後的分數(分)

- (1) a 、 b 之值為多少？
- (2) 原來分數為 80 分，調整後變成多少分？
- (3) 原來分數為多少分，則調整後變成 60 分？



解 (1) 因為原來 60 分變成 68 分，100 分還是 100 分，所以

$$f(60) = 60 \times a + b = 68 \quad \text{①}$$

$$f(100) = 100 \times a + b = 100 \quad \text{②}$$

$$\text{②式} - \text{①式得 } 40a = 32$$

$$a = 0.8$$

將 $a = 0.8$ 代入②式得 $b = 20$ ，

所以 $a = 0.8$ ， $b = 20$ ，

一次函數為 $f(x) = 0.8x + 20$ 。

- (2) $f(80) = 80 \times 0.8 + 20 = 84$ (分)，
所以原來分數為 80 分，調整後變成 84 分。

- (3) 設原來分數為 t 分，調整後變成 60 分。

$$\text{可列式得 } f(t) = t \times 0.8 + 20 = 60，$$

$$\text{解得 } 0.8t = 40$$

$$t = 50$$

所以原來分數為 50 分，則調整後變成 60 分。

基會

! 基會試題

- 91 基測 II 第 21 題
- 93 基測 II 第 26 題
- 99 基測 II 第 30 題
- 103 會考第 7 題

教學眉批

- 一次函數圖形的應用問題是較為困難的題型，在教學時可放慢速度並增加不同情境的類似題。



103 會考 第 7 題 搭配例 8

- (C) 已知果農販賣的番茄，其重量與價錢成線型函數關係，今小華向果農買一竹籃的番茄，含竹籃秤得總重量為 15 公斤，付番茄的錢 250 元。若他再加買 0.5 公斤的番茄，需多付 10 元，則空竹籃的重量為多少公斤？

- (A) 1.5 (B) 2 (C) 2.5 (D) 3

放大 隨堂練習

解 已知海平面的高度與氣溫成線型函數的關係。若離海平面 500 公尺處的氣溫為 22°C ，而離海平面 1000 公尺處的氣溫為 19°C ，如圖所示。則：

- (1) 海平面的氣溫為多少 $^{\circ}\text{C}$ ？
- (2) 離海平面 1800 公尺處的氣溫為多少 $^{\circ}\text{C}$ ？

設線型函數為 $y=f(x)=ax+b$ ，

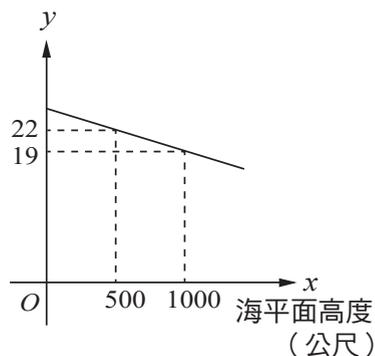
$$\begin{cases} 19=1000a+b & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 22=500a+b & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \text{式} - \textcircled{2} \text{式得} -3=500a, a=-\frac{3}{500}$$

$$\text{代入} \textcircled{1} \text{式得} b=25,$$

$$\text{所以} f(x)=-\frac{3}{500}x+25$$

氣溫 ($^{\circ}\text{C}$)



$$(1) f(0) = -\frac{3}{500} \times 0 + 25 = 25 (^{\circ}\text{C})$$

$$(2) f(1800) = -\frac{3}{500} \times 1800 + 25 = 14.2 (^{\circ}\text{C})$$

教學眉批

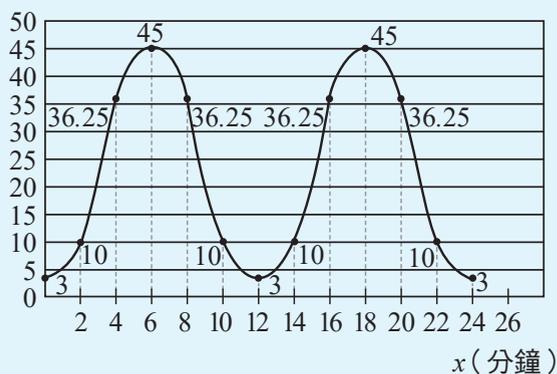
- 例題 9 的目的在給一個不是線型函數的圖形，以免學生看到函數就以爲是直線圖形。此題爲介紹性質，教師不宜再多做發揮。

放大 例 9 函數圖形的應用

摩天輪的時間與高度之間的關係圖如下圖所示，每一個時間都對應到一個高度，因此它是函數的對應關係，如果以 x 表示時間， $g(x)$ 表示該時間點所對應的高度。求：

- (1) $g(0)$ 之值。
- (2) $g(6)$ 之值。
- (3) $g(22)$ 之值。

$g(x)$ (公尺)



- 解
- (1) $g(0)$ 表示 0 分鐘時所對應的高度，所以 $g(0)=3$ 。
 - (2) $g(6)$ 表示 6 分鐘時所對應的高度，所以 $g(6)=45$ 。
 - (3) $g(22)$ 表示 22 分鐘時所對應的高度，所以 $g(22)=10$ 。

精熟

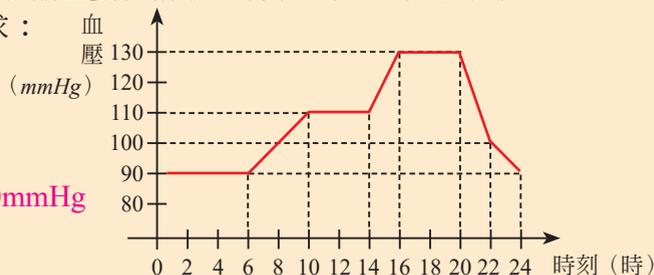


會考觀測站 — 精熟演練題 搭配例 9

- 下圖爲小虹每天在不同時刻血壓的收縮壓變化情形，若以 x 表示每日的時刻， $h(x)$ 表示該時刻的血壓收縮壓，求：

- (1) $h(5) = ?$
- (2) $h(12) = ?$
- (3) $h(20) = ?$

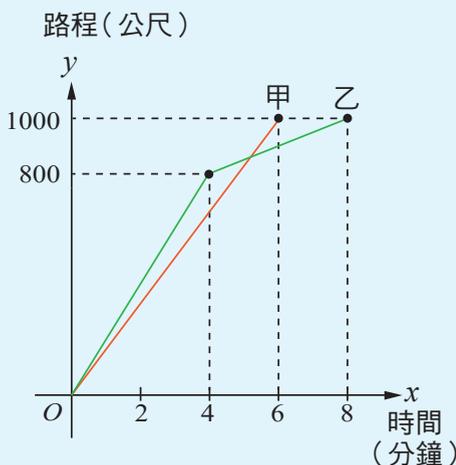
- (1) 90mmHg (2) 110mmHg (3) 130mmHg



放大例 10 函數的應用問題

提問 端午節期間某地舉行龍舟競賽(全長 1000 公尺)，甲、乙兩支隊伍比賽時的路程 y (公尺)與時間 x (分鐘)的函數關係如圖所示，回答下列問題：

- (1)第 4 分鐘時，哪支隊伍處於領先地位？
- (2)這次龍舟賽中哪支隊伍先抵達終點？領先另一支隊伍多少時間？
- (3)乙隊在第 4 分鐘經減速後至抵達終點前，路程 y (公尺)與時間 x (分鐘)為通過 $(4, 800)$ 與 $(8, 1000)$ 的線型函數，求此函數關係式。



放大解 (1)觀察圖形可知，4 分鐘時，乙隊划行 800 公尺，甲隊划行的路程少於 800 公尺，所以乙隊處於領先地位。



(2)甲隊划行 1000 公尺需 6 分鐘；乙隊划行 1000 公尺需 8 分鐘。
 $8 - 6 = 2$ ，所以甲隊先抵達終點，且領先乙隊 2 分鐘。

(3)設乙隊在第 4 分鐘減速後至抵達終點前，路程 y (公尺)與時間 x (分鐘)的函數關係為 $y = ax + b$ ，因為點 $(4, 800)$ 和 $(8, 1000)$ 在直線上。

所以 $4a + b = 800$ ①

$8a + b = 1000$ ②

②式 - ①式得 $4a = 200$ ， $a = 50$ 。

將 $a = 50$ 代入②式得 $b = 600$

故所求的函數關係式為 $y = 50x + 600$ 。



精熟

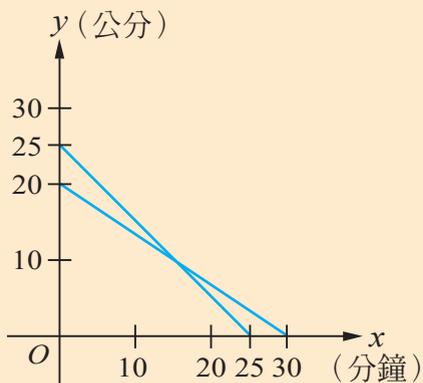
備課教學資源

- 免試基礎講堂 4-2
- 免試精熟本 4-2
- 隨堂輕鬆考第 31 回

會考觀測站 - 精熟演練題 搭配例 10

- 甲、乙兩支玻璃管中的水注在水位下降的過程中，高度 y (單位：公分)與時間 x (單位：分鐘)的函數關係，如圖所示。則當 x 為何值時，甲、乙兩支玻璃管在下降的過程中高度相等？

15



教學眉批

- 例題 10 的目的在增進學生對於函數圖形的判讀能力，並利用線型函數的知識，求出某個範圍的函數關係。
- 此處不宜出現絕對值函數，以免增加學生學習上的困擾。

轉問 關鍵提問

1. 求甲隊伍路程與時間的函數關係式。
2. 甲、乙兩隊伍在幾分鐘時，划行的距離相等。

1. $y = \frac{500}{3}x$

2. $\frac{36}{7}$ 分鐘時

 活化體驗站

趣味數學

- 在 123456789 加入運算符號，使其計算結果等於 100。

參考答案：

- (1) $123 - 45 - 67 + 89 = 100$
 (2) $1 + 2 + 34 - 5 + 67 - 8 + 9 = 100$
 (3) $123 - 4 - 5 - 6 - 7 + 8 - 9 = 100$
 (4) $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 \times 9 = 100$

放大 隨堂練習

解 右圖為凱威電信公司的通話費計算方式：

600 秒以內只繳基本費，超過 600 秒之後的費用，與通話時間成線型函數關係，則

基本費是多少元？

設線型函數為 $y = f(x) = ax + b$ ，

$$\begin{cases} 116 = 1500a + b & \text{①} \\ 96 = 1000a + b & \text{②} \end{cases}$$

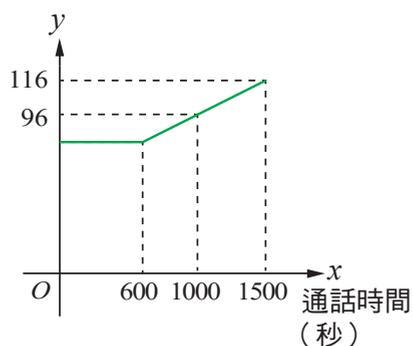
$$\text{①式} - \text{②式得 } 20 = 500a, a = \frac{1}{25}$$

$$\text{代入①式得 } b = 56。$$

$$\text{關係式為 } y = \frac{1}{25}x + 56。$$

$$\text{基本費為 } y = \frac{1}{25} \times 600 + 56 = 24 + 56 = 80 \text{ (元)}。$$

通話費(元)



重點回顧

1 線型函數：

形如 $f(x) = ax + b$ 的函數，稱為線型函數。其中，

(1) 當 $a \neq 0$ 時， $f(x) = ax + b$ 稱為一次函數。

例 $f(x) = x + 3$ ， $g(x) = \frac{1}{2}x - 7$ 皆是一次函數。

(2) 當 $a = 0$ 時， $f(x) = b$ 稱為常數函數。

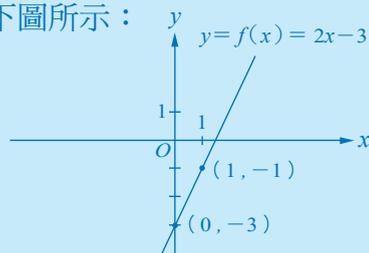
例 $f(x) = -2$ ， $g(x) = 5$ 皆是常數函數。

2 函數圖形：

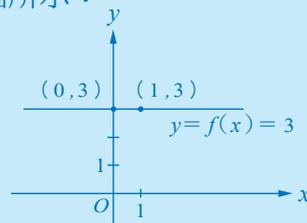
在坐標平面上，將合於 $y = f(x)$ 關係的所有點 (x, y) 標示出來，所得到的圖形就是函數 $y = f(x)$ 的圖形。

例 (1) 一次函數 $y = f(x) = 2x - 3$ 的圖形， (2) 常數函數 $y = f(x) = 3$ 的圖形，

如下圖所示：



如下圖所示：



精熟



會考觀測站 — 精熟演練題 搭配隨堂

- 下表為寰宇通訊公司的通話費計算方式：
 600 秒以內只繳基本費，超過 600 秒之後的費用，與通話時間呈線型函數關係，則基本費是多少元？85元

通話時間(秒)	0	300	...	600	700	1000
費用(元)	a	a	...	a	90	105



4-2 自我評量

課P162、163 課文

放大 1 下列各函數中，哪些是常數函數？哪些是一次函數？哪些是線型函數？

- (A) $f(x) = 2$ (B) $g(x) = 3x - 5$ (C) $h(x) = \frac{2}{5}$
 (D) $A(x) = 6x$ (E) $B(x) = 2 - x$

解 (1) 常數函數：(A)、(C)

解 (2) 一次函數：(B)、(D)、(E)

解 (3) 線型函數：(A)、(B)、(C)、(D)、(E)

放大 2 已知一次函數 $f(x) = ax - 7$ ，如果 $f(2) = -1$ ，則 a 的值為多少？

解 $f(2) = 2a - 7 = -1$

課P162 例 1

▲ $2a = 6$

▼ $a = 3$

答：3。

放大 3 已知 $f(x) = ax + b$ 為一次函數，且 $f(0) = 5$ ， $f(2) = -3$ ，求：

解 (1) $f(x)$

課P163 例 2

▲ (2) $f(5)$ 之值。

▼ (1) $f(0) = b = 5$ ①

$f(2) = 2a + b = -3$ ②

將①式代入②式得 $a = -4$

所以此一次函數為 $f(x) = -4x + 5$ 。

(2) $f(5) = -4 \times 5 + 5 = -15$ 。

答：(1) $f(x) = -4x + 5$ ，
(2) -15 。

基礎



備課教學資源



會考觀測站 — 基礎演練題 搭配自評第 2、3 題

1. 一次函數 $f(x) = ax + b$ ，分別求出滿足下列各條件的函數：

(1) $y = f(x)$ 的圖形為平行 x 軸且經過點 $(1, 3)$ 的直線。

(2) $y = f(x)$ 的圖形為通過 $(1, 3)$ 、 $(2, 7)$ 兩點的直線。

(1) $f(x) = 3$ (2) $f(x) = 4x - 1$

2. 已知 $(2, 3)$ 、 $(-1, 4)$ 、 $(5, k)$ 三點都在一次函數 $f(x) = ax + b$ 的圖形上，求 $k = ?$

$k = 2$

- 會考 100 分 4-2
- 會考基礎卷 4-2
- 會考精熟卷 4-2
- 數學段考精選 4-2



活化體驗站

趣味數學

如何將 9 變成 6?

參考答案：

(1) 倒過來看

(2) 將 9 寫成羅馬數字 IX，然後在前面寫上 S，就變成 SIX 了。

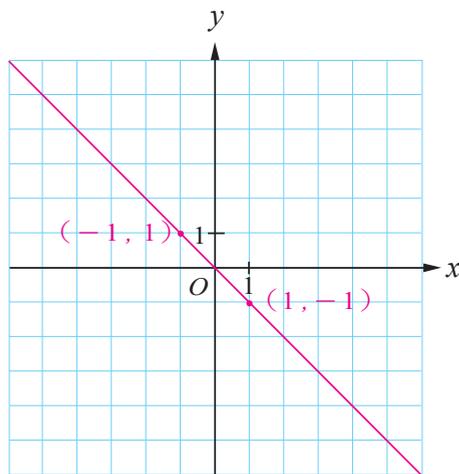
放大 4 在坐標平面上畫出下列各函數的圖形：

解 (1) $y = f(x) = -x$

課P165 例 4



x	1	-1
y	-1	1



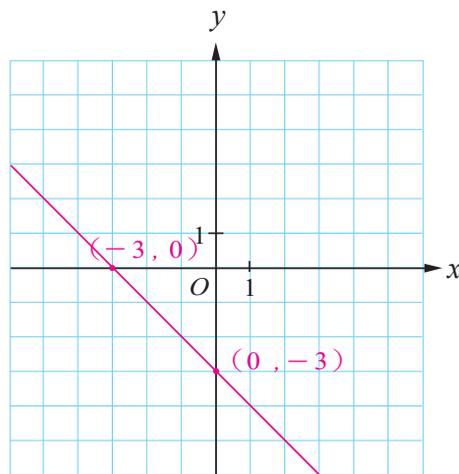
$$y = f(x) = -x$$

解 (2) $y = f(x) = -x - 3$

課P165 例 4



x	0	-3
y	-3	0



$$y = f(x) = -x - 3$$



教學眉批

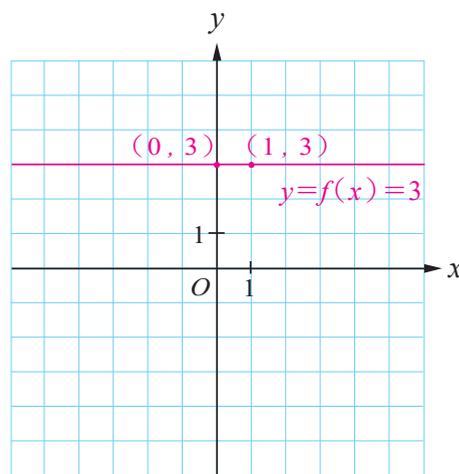
第(4)題：教學時，教師可詢問學生此題與其他小題不同之處，並說明函數並非都是線型函數。

放大 解 (3) $y = f(x) = 3$

課P166 例 5



x	0	1
y	3	3

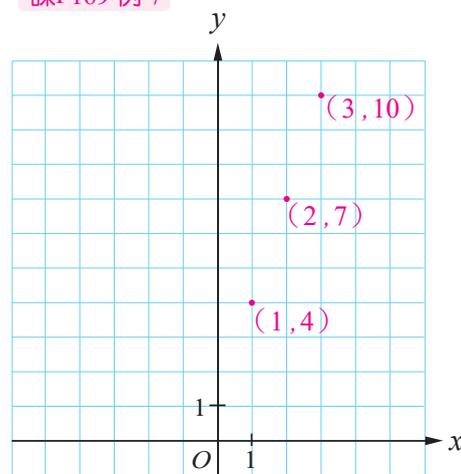


解 $y = f(x) = 3x + 1$, x 是小於 4 的

正整數。

課P169 例 7

x	1	2	3
y	4	7	10



精熟



會考觀測站 — 精熟演練題 搭配自評第 5 題

1. 一次函數 $y = f(x) = 2x + b - 4$ 與 $y = g(x) = x + b$ 的圖形交於 A 點， A 點的 y 坐標為 6，且此兩圖形與 x 軸分別交於 B 、 C 兩點，求三角形 ABC 的面積為多少？

9

2. (B) 線型函數 $f(x) = 2x + 6$ 的圖形與兩軸所圍成的三角形面積是多少？

(A) -9

(B) 9

(C) 12

(D) 18



放大 5 已知 $f(x)$ 為一個線型函數，其圖形通過 $(-1, 2)$ 與 $(3, 10)$ 兩點，

解 且分別與 x 軸、 y 軸交於 A 、 B 兩點，求：



- (1) $f(x)$
- (2) A 、 B 兩點的坐標。
- (3) 三角形 OAB 的面積。(O 為坐標平面的原點)

(1) 設此線型函數為 $y=f(x)=ax+b$ ，

$$\text{可得} \begin{cases} -a+b=2 & \text{①} \\ 3a+b=10 & \text{②} \end{cases}$$

②式 - ①式可得 $4a=8$ ， $a=2$

將 $a=2$ 代入①式得 $-2+b=2$ ， $b=4$

所以此線型函數為 $f(x)=2x+4$ 。

$$(2) \begin{array}{c|c|c} x & -2 & 0 \\ \hline y & 0 & 4 \end{array}$$

與 x 軸交點 $A(-2, 0)$ ，
與 y 軸交點 $B(0, 4)$ 。

(3) 三角形 OAB 的面積

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$$

答： (1) $f(x)=2x+4$ ，
(2) $A(-2, 0)$ ， $B(0, 4)$ ，
(3) 4。

課P168 例 6



活化體驗站

趣味數學

生日時，小真在插滿 10 根點火蠟燭的蛋糕上，吹滅了 3 根，則還有幾根蠟燭？
10 根。

放大 6 興東文具行舉辦周年慶促銷活動，已知

解



促銷方式是將原來的價格用線型函數調整成新的價格，使得原來 40 元的文具變成 28 元，60 元的文具變成 40 元，則：

- (1) 原來價格 80 元的文具，調整後變成多少元？
- (2) 原來價格多少元的文具，調整後變成 100 元？

假設原來價格為 x 元，新的價格為 y 元。

設此線型函數為 $y=f(x)=ax+b$ ，

$$\text{可得} \begin{cases} 40a+b=28 & \text{①} \\ 60a+b=40 & \text{②} \end{cases}$$

②式 - ①式可得 $20a=12$ ， $a=\frac{3}{5}$

將 $a=\frac{3}{5}$ 代入①式得 $24+b=28$ ， $b=4$

所以此線型函數為 $y=f(x)=\frac{3}{5}x+4$ 。



課P171 例 8

(1) $f(80) = \frac{3}{5} \times 80 + 4 = 52$ (元)。

(2) 設原來價格為 m 元。

$$\begin{aligned} f(m) &= \frac{3}{5}m + 4 = 100 \\ \frac{3}{5}m &= 96 \\ m &= 160 \text{ (元)} \end{aligned}$$

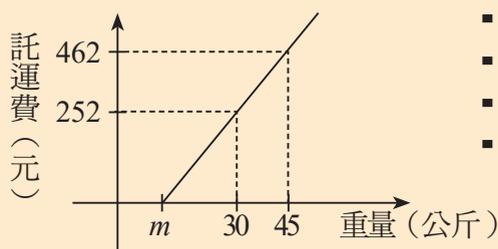
答： (1) 52 元，
(2) 160 元。

精熟



會考觀測站 - 精熟演練題 搭配自評第 6 題

- (B) 梅花航空公司的行李託運費與行李重量成線型函數的關係，如右圖所示，若行李重量不超過 m 公斤，可以完全免費，則 m ？
(A) 10 (B) 12 (C) 13 (D) 14



備課教學資源

- 會考 100 分第 4 章
- 會考基礎卷第 4 章
- 會考精熟卷第 4 章
- 隨堂輕鬆考 第 32、33 回



178

自我挑戰

本單元為統整課程，屬附加學習，由學生自行挑戰，
教師可視班級情況而自行決定如何運用。

教學眉批

- 評分指引與得分範例可參考 P201～P202。

放大 凱威電信兩種市區電話方案如下：

超值通 基本月租費 90 元 + 每通話 1 分鐘 0.5 元

快易通 免月租費 + 每通話 1 分鐘 0.8 元

假設通話 x 分鐘，**超值通** 方案收費 $f(x)$ 元，**快易通** 方案收費 $g(x)$ 元。

(1) 求 $f(x)$ 與 $g(x)$ 。

解 超值通： $f(x) = 90 + 0.5x$

快易通： $g(x) = 0.8x$

答： $f(x) = 90 + 0.5x$ ，
 $g(x) = 0.8x$ 。

放大 (2) 小志每個月平均通話時間 400 分鐘，則哪一種方案比較划算？

解 超值通： $90 + 0.5 \times 400 = 90 + 200 = 290$

快易通： $0.8 \times 400 = 320$

因為 $290 < 320$ ，所以使用超值通比較划算。

答：超值通。

放大 (3) 當一個月的通話時間是多少分鐘時，兩種計費方案的電話費會相等？

解 假設通話時間為 x 分鐘時，電話費會相等，

所以 $90 + 0.5x = 0.8x$

$$90 = 0.3x$$

$$x = 300$$

當通話時間為 300 分鐘時，電話費會相等。

答：300 分鐘。

解答 P219

基會



93 會考 II 第 26 題

- (D) 右圖是某電信公司的通話費計算方式：
300 秒以內只繳基本費，超過 300 秒之後的費用，
與通話時間成線型函數關係。則基本費是多少元？
(A) 26 (B) 28 (C) 30 (D) 32

