

3-2 連比例

本節性質與公式摘要

1. 連比：

設 a 、 b 、 c 皆不等於 0，則 a 比 b 比 c 記作 $a:b:c$ ，稱為 a 、 b 、 c 的連比。

2. 求連比：

由 $x:y=a:b$ ， $y:z=b:c$ ， $x:z=a:c$ 中的任意兩個比例式，可求出連比例式 $x:y:z=a:b:c$ 。

例 $x:y=3:4$ ， $y:z=4:5$ ，

可求出連比例式 $x:y:z=3:4:5$ 。

$x:z=5:2$ ， $y:z=7:2$ ，

可求出連比例式 $x:y:z=5:7:2$ 。

3. 連比例式的應用：

已知 a 、 b 、 c 皆不等於 0，

$$(1) x:y:z=a:b:c$$

$$(2) \frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$$

$$(3) x=ar, y=br, z=cr (r \neq 0)$$

以上三者是相通的，常從其中之一改成另一種形式，以便解題。

例 如果 $x:y:z=6:7:8$ ，

$$\text{則 } \frac{x}{6} = \frac{y}{7} = \frac{z}{8},$$

或 $x=6r, y=7r, z=8r (r \neq 0)$ 。


基礎題

① 求下列各小題的連比 $x : y : z$ 。

課 P121~123 例 1~2

(1) 已知 $x : y = 2 : 3$, $y : z = 3 : 5$ 。 **5分 4分**

$$\begin{array}{r}
 x \quad : \quad y \quad : \quad z \\
 2 \quad : \quad 3 \quad : \quad \\
 \hline
 2 \quad : \quad 3 \quad : \quad 5
 \end{array}$$

答： $2 : 3 : 5$ 。

(2) 已知 $x : y = 5 : 6$, $y : z = 3 : 7$ 。 **5分 4分**

$$\begin{array}{r}
 x \quad : \quad y \quad : \quad z \\
 5 \quad : \quad 6 \quad : \quad \\
 \hline
 5 \quad : \quad 6 \quad : \quad 14
 \end{array}$$

答： $5 : 6 : 14$ 。

(3) 已知 $x : z = 11 : 9$, $y : z = 5 : 12$ 。 **5分 4分**

$$\begin{array}{r}
 x \quad : \quad y \quad : \quad z \\
 11 \quad : \quad \quad : \quad 9 \\
 \hline
 44 \quad : \quad 15 \quad : \quad 36
 \end{array}$$

答： $44 : 15 : 36$ 。

② 設 $a : b = \frac{1}{3} : \frac{1}{2}$, 且 $5b = 4c$ 。則： **每題 5分, 共 10分**

課 P124 例 3

每題 4分, 共 8分

(1) 求連比 $a : b : c$ 。

(2) 如果 $4a - b - c = 60$, 求 a 、 b 、 c 的值。

(1) $a : b = \frac{1}{3} : \frac{1}{2} = 2 : 3$

$b : c = 4 : 5$

$$\begin{array}{r}
 a \quad : \quad b \quad : \quad c \\
 2 \quad : \quad 3 \quad : \quad \\
 \hline
 8 \quad : \quad 12 \quad : \quad 15
 \end{array}$$

(2) 設 $a = 8r$, $b = 12r$, $c = 15r$, $r \neq 0$ 。

則 $4 \times 8r - 12r - 15r = 60$, $r = 12$

故 $a = 8 \times 12 = 96$, $b = 12 \times 12 = 144$, $c = 15 \times 12 = 180$ 。

答： (1) $8 : 12 : 15$

(2) $a = 96$, $b = 144$, $c = 180$ 。

③ 設 $1:2:3=x:5:y$ ，求 $(y+x):(y-x+1)$ 的比值。

課 P126 例 5

10分 8分

因為 $1:2:3=x:5:y$

所以 $1:2=x:5$ $2:3=5:y$

$$2x=5 \qquad 2y=15$$

$$x=\frac{5}{2} \qquad y=\frac{15}{2}$$

$$(y+x):(y-x+1) = \left(\frac{15}{2} + \frac{5}{2}\right) : \left(\frac{15}{2} - \frac{5}{2} + 1\right)$$

$$= 10 : 6$$

$$= 5 : 3$$

比值為 $5 \div 3 = \frac{5}{3}$ 。

答： $\frac{5}{3}$ 。

④ 如果 $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$ ，且 $2x - y + 3z = 65$ ，則 x 、 y 、 z 的值分別是多少？

15分 12分

課 P127 例 6

令 $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} = r$ ， $r \neq 0$ 。

故 $x = 2r = 2 \times 5 = 10$ ，

則 $\frac{x}{2} = r$ ， $\frac{y}{3} = r$ ， $\frac{z}{4} = r$ ，

$y = 3r = 3 \times 5 = 15$ ，

$z = 4r = 4 \times 5 = 20$ 。

因此 $x = 2r$ ， $y = 3r$ ， $z = 4r$ 。

依題意 $2x - y + 3z = 65$

可得 $4r - 3r + 12r = 65$

$$13r = 65$$

$$r = 5$$

答： $x = 10$ ， $y = 15$ ， $z = 20$ 。

⑤ 已知 $4x = 5y = 6z$ ，且 x 、 y 、 z 皆不為 0，求 $y:(2x+z)$ 。

課 P128 例 7

10分 8分

由 $4x = 5y$ ，得 $x:y = 5:4$ ；

由 $5y = 6z$ ，得 $y:z = 6:5$ 。

即 $x:y:z = 15:12:10$

設 $x = 15r$ ， $y = 12r$ ， $z = 10r$ ， $r \neq 0$ 。

所以 $y:(2x+z) = 12r:(2 \times 15r + 10r)$

$$= 12r:40r$$

$$= 3:10$$

答： $3:10$ 。

⑥ 有一個三角形的三個內角的角度比為 5 : 12 : 13，則： 課 P129~130 例 8~9

(1) 此三角形的三個內角分別是多少度？ 30° 、 72° 、 78° 每題 5 分，共 10 分

(2) 此三角形是何種三角形？ 每題 4 分，共 8 分

鈍角三角形 銳角三角形 直角三角形

(1) 設三個內角角度為 $5r^\circ$ 、 $12r^\circ$ 、 $13r^\circ$ ， $r \neq 0$ 。

$$5r + 12r + 13r = 180, 30r = 180, r = 6$$

所以分別為 30° 、 72° 、 78° 。

⑦ 一杯綜合果汁是用 240 毫升的柳橙汁、160 毫升的蘋果汁和 240 毫升的芭樂汁混合調配而成的，如果小芸想依此比例調配出 68 公升的綜合果汁，她需要柳橙汁、蘋果汁與芭樂汁各多少公升？ 課 P129~130 例 8~9

15 分 12 分

因為每杯綜合果汁中，柳橙汁：蘋果汁：芭樂汁 = 240 : 160 : 240
= 3 : 2 : 3

故可設小芸需要柳橙汁 $3r$ 公升、蘋果汁 $2r$ 公升、芭樂汁 $3r$ 公升， $r \neq 0$ 。

依題意可知 $3r + 2r + 3r = 68$

$$r = 8.5$$

故 $3r = 25.5$ ， $2r = 17$ ， $3r = 25.5$ 。

答：柳橙汁 25.5 公升，

蘋果汁 17 公升，

芭樂汁 25.5 公升。

⑧ 王老先生有塊土地，用來養雞、養鴨及種菜的土地面積比例為 5 : 4 : 20，已知養雞的土地面積為 95 平方公尺，那麼養鴨的土地面積與種菜的土地面積分別是多少平方公尺？ 課 P129~130 例 8~9

15 分 10 分

設養雞的面積為 $5r$ 平方公尺，

養鴨的面積為 $4r$ 平方公尺，

種菜的面積為 $20r$ 平方公尺， $r \neq 0$ 。

則 $5r = 95$

$$r = 19$$

故 $4r = 76$ ， $20r = 380$ 。

答：養鴨的面積為 76 平方公尺，

種菜的面積為 380 平方公尺。

精熟題

- ① 設三角形 ABC 中， $\angle A = a^\circ$ ， $\angle B = b^\circ$ ， $\angle C = c^\circ$ ，且 $2a : 5b = 1 : 2$ ， $4b : 3c = 8 : 9$ ，求 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的度數。 **12分**

$$a : b = \frac{1}{2} : \frac{2}{5} = 5 : 4$$

$$b : c = \frac{8}{4} : \frac{9}{3} = 2 : 3$$

所以 $a : b : c = 5 : 4 : 6$

設 $a = 5r$ ， $b = 4r$ ， $c = 6r$ ， $r \neq 0$ 。

則 $5r + 4r + 6r = 180$ ， $15r = 180$ ， $r = 12$ 。

所以 $\angle A = 5 \times 12^\circ = 60^\circ$ ，

$\angle B = 4 \times 12^\circ = 48^\circ$ ，

$\angle C = 6 \times 12^\circ = 72^\circ$ 。

答： $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle B = 48^\circ$ ， $\angle C = 72^\circ$ 。

- ② 如右圖，將 A 、 B 、 C 三根竹竿都垂直插入土中 m 公分，

如果 A 竹竿露出的部分為全長的 $\frac{2}{3}$ ，

B 竹竿露出的部分為全長的 $\frac{3}{4}$ ，

C 竹竿露出的部分為全長的 $\frac{1}{3}$ ，

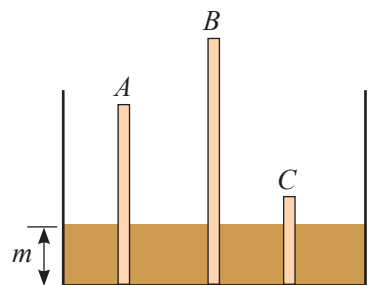
求 A 、 B 、 C 三竹竿的長度比。 **10分**

由題意知 A 竹竿長 $m \div (1 - \frac{2}{3}) = 3m$

B 竹竿長 $m \div (1 - \frac{3}{4}) = 4m$

C 竹竿長 $m \div (1 - \frac{1}{3}) = \frac{3}{2}m$

故 A 、 B 、 C 三竹竿的長度比為 $3m : 4m : \frac{3}{2}m = 3 : 4 : \frac{3}{2} = 6 : 8 : 3$



答： $6 : 8 : 3$ 。