

# 3-3 正比與反比

## 本節性質與公式摘要

### 1. 正比：

當  $x$  改變時， $y$  也隨著改變，且  $y : x$  的比值為定值  $k$  ( $k \neq 0$ )，就稱  $y$  與  $x$  成正比，也可以寫成關係式  $y = kx$ ， $k \neq 0$ 。

**例**  $y$  與  $x$  成正比， $y = 15$  時， $x = 3$ ，則  
 $y$  與  $x$  的關係式為  $y = 5x$

### 2. 反比：

當  $x$  改變時， $y$  也隨著改變，且  $x$  與  $y$  的乘積為定值  $k$  ( $k \neq 0$ )，就稱  $y$  與  $x$  成反比，也可以寫成關係式  $xy = k$ ， $k \neq 0$ 。

**例**  $y$  與  $x$  成反比， $y = 15$  時， $x = 3$ ，則  
 $y$  與  $x$  的關係式為  $xy = 45$

## 基礎題

① ( D ) 下列何者成正比關係？ **10分 8分**

課 P137 例 1

- (A) 一天 24 小時的白天與夜晚的時間
- (B) 車子行駛的距離固定，車子平均速率與所需時間
- (C) 圓的半徑與面積
- (D) 購買同一單價的物品，總價錢與購買的數量

② 已知  $y$  與  $x$  成正比，且  $x = 6$  時， $y = 4$ 。

課 P138 例 2

- (1) 寫出  $x$  與  $y$  的關係式。 **10分 6分**
- (2) 當  $x = 7$  時， $y$  的值是多少？ **10分 6分**

(1) 設  $x$ 、 $y$  的關係式為  $y = kx$ ， $k \neq 0$ 。  
則  $4 = k \times 6$ ， $k = \frac{2}{3}$

(2) 當  $x = 7$  時， $y = \frac{2}{3} \times 7 = \frac{14}{3}$

即  $y = \frac{2}{3}x$

**答：**(1) $y = \frac{2}{3}x$  (2) $\frac{14}{3}$ 。

- ③ 已知某網路遊戲公司收費和使用時間成正比，右表是此網路遊戲公司的收費情形：

使用者	A	B	C	D
時間(小時)	12	18	20	30
費用(元)	30	45	50	75

(1) 設使用時間是  $x$  小時，費用是  $y$  元，寫出  $x$  與  $y$  的關係式。 **10分** **6分**

(2) 如果使用時間是 40 小時，求所需的費用。 **10分** **6分**

課 P139 例 3

(1) 因為  $y$  與  $x$  成正比，所以可設  $x$  與  $y$  的關係式為  $y=kx$ ， $k \neq 0$ 。

將  $x=12$ ， $y=30$  代入  $y=kx$  得  $k=2.5$

故  $x$  與  $y$  的關係式為  $y=2.5x$ 。

(2) 將  $x=40$  代入  $y=2.5x$  得  $y=2.5 \times 40=100$

答：(1)  $y=2.5x$  (2) 100 元。

- ④ 已知  $y$  與  $x$  成反比，且  $x=7$  時， $y=12$ 。

課 P142 例 5

(1) 寫出  $x$  與  $y$  的關係式。 **10分** **10分**

(2) 當  $x=5$  時， $y$  的值是多少？ **10分** **10分**

(1) 設  $x$ 、 $y$  的關係式為  $xy=k$ ， $k \neq 0$ 。

則  $7 \times 12 = k$ ， $k=84$

即  $xy=84$

(2)  $5y=84$

$$y = \frac{84}{5}$$

答：(1)  $xy=84$  (2)  $\frac{84}{5}$ 。

- ⑤ 已知製作一架模型飛機時，每一個人的工作能力都是相同的。若一起製作需要的時數與參與人數成反比，且 3 個人一起製作需要 72 小時才可以完成，回答下列問題：

**15分**

(1) 如果有  $x$  人一起做，需要  $y$  小時可以完成，寫出  $x$  與  $y$  的關係式。 **10分**

(2) 如果有 8 人一起做，需要多少小時才可以完成？ **15分** **10分** 課 P143 例 6

(1) 設  $x$  與  $y$  的關係式為  $xy=k$ ， $k \neq 0$ 。

將  $x=3$ ， $y=72$  代入  $xy=k$  得  $k=216$

故  $x$  與  $y$  的關係式為  $xy=216$ 。

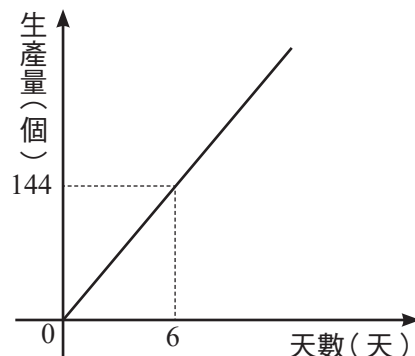
(2) 將  $x=8$  代入  $xy=216$  得  $8y=216$ ， $y=27$ 。

答：(1)  $xy=216$  (2) 27 小時。

## 精熟題

- ① 正昌公司生產發電機，它的生產量與工人工作的天數成正比，設工人工作  $x$  天，生產量為  $y$  個，其關係如右圖：

- (1) 寫出  $x$  與  $y$  的關係式。 **8分**  
 (2) 如果工人工作 20 天，求生產量。 **8分**



- (1) 設  $x$  與  $y$  的關係式為  $y=kx$ ， $k \neq 0$ 。

將  $x=6$ ， $y=144$  代入  $y=kx$  得  $k=24$ 。

故  $x$  與  $y$  的關係式為  $y=24x$ 。

- (2) 將  $x=20$  代入  $y=24x$  得  $y=24 \times 20=480$ 。

**答：**(1)  $y=24x$  (2) 480 個。

- ② 物體的重量和它與星球球心距離的平方成反比，如果某星球的半徑是 1000 公里，則在星球表面上 500 公斤的物體，移到離星球表面 1000 公里的太空中，應該重多少公斤？ **12分**

設物體的重量為  $x$  公斤，與球心的距離為  $y$  公里。

根據題意設  $xy^2=k$ ， $k \neq 0$ 。

$$500 \times (1000)^2 = k$$

$$k = 500000000$$

$$1000 + 1000 = 2000 \text{ (公里)}$$

設物體與球心的距離 2000 公里的重量為  $t$  公斤

$$t \times (2000)^2 = 500000000$$

$$t = 125$$

**答：**125 公斤。