

3-1 比例式

本節性質與公式摘要

1. 比的前項、後項與比值：

a 、 b ($b \neq 0$) 兩數的比為 $a:b$ ， a 稱為前項， b 稱為後項，

其比值為 $a \div b = \frac{a}{b}$ ，表示 a 是 b 的 $\frac{a}{b}$ 倍。

例 $2:9$ 的前項是 2，後項是 9，比值是 $\frac{2}{9}$ ，表示 2 是 9 的 $\frac{2}{9}$ 倍。

2. 相等的比：

比值相等的兩個比稱為相等的比。

例 $8:12$ 與 $10:15$ 的比值皆為 $\frac{2}{3}$ ，可稱這兩個比為相等的比，記為 $8:12=10:15$ 。

3. 最簡整數比：

一個比如果前項、後項為互質的兩個整數，稱為最簡整數比。

例 $4:7$ 是最簡整數比， $8:10$ 不是最簡整數比。

4. 比例式、內項與外項：

(1) $a:b=c:d$ 稱為比例式。(b 、 d 皆不等於 0)

(2) 比例式 $a:b=c:d$ 中， a 、 d 稱為外項， b 、 c 稱為內項，則 $ad=bc$ ，即外項乘積等於內項乘積。

例

$3:7=9:21$ $\downarrow$ 外項 $\downarrow$ $\uparrow$ 內項 $\uparrow$	$3 \times 21 = 7 \times 9$ (外項乘積) (內項乘積)
--	---

5. 比例式的應用：

如果 $a:b=m:n$ ，則(1) $\frac{a}{m} = \frac{b}{n}$ ，即 $a:m=b:n$ (2) $a=mr$ ， $b=nr$ ($r \neq 0$)。

例 $a:b=5:6$ ，則(1) $\frac{a}{5} = \frac{b}{6}$ ，即 $a:5=b:6$ (2) $a=5r$ ， $b=6r$ ($r \neq 0$)。



基礎題

課 P103 例 1

- ① 大新國中全校共有 1200 位學生，戴眼鏡的學生有 640 位，則：

(1) 沒戴眼鏡的學生與戴眼鏡的學生人數比為何？ 6分 4分

(2) 承上題，其比值是多少？ 6分 4分

(1) 沒戴眼鏡的學生人數為 $1200 - 640 = 560$ (人)，

故沒戴眼鏡與戴眼鏡的學生人數比為 $560 : 640 = 7 : 8$ 。

(2) 比值為 $7 \div 8 = \frac{7}{8}$ 。

答：(1) $7 : 8$ (2) $\frac{7}{8}$ 。

每格 6 分，共 24 分

- ② 求下列各比的比值： 每格 4 分，共 16 分

課 P104~105 例 2~3

(1) $6 : 14$

$$\begin{aligned} & 6 \div 14 \\ &= \frac{6}{14} \\ &= \frac{3}{7} \end{aligned}$$

(2) $(-\frac{1}{2}) : \frac{3}{4}$

$$\begin{aligned} & (-\frac{1}{2}) \div \frac{3}{4} \\ &= (-\frac{1}{2}) \times \frac{4}{3} \\ &= -\frac{2}{3} \end{aligned}$$

(3) $2\frac{2}{5}$ 公尺 : 48 公分

$$\begin{aligned} & 2\frac{2}{5} \text{ 公尺} = 240 \text{ 公分} \\ & 240 \div 48 = 5 \\ & \text{所以比值為 } 5。 \end{aligned}$$

(4) 72 秒 : $2\frac{2}{5}$ 分鐘

$$\begin{aligned} & 2\frac{2}{5} \text{ 分鐘} = 144 \text{ 秒} \\ & 72 \div 144 = \frac{1}{2} \\ & \text{所以比值為 } \frac{1}{2}。 \end{aligned}$$

③ 將下列各繁分數化成最簡分數：

每題 6 分，共 12 分

每題 4 分，共 8 分

課 P106 例 4

$$(1) \frac{\frac{28}{15}}{\frac{21}{20}}$$

$$= \frac{28}{15} \div \frac{21}{20}$$

$$= \frac{28}{15} \times \frac{20}{21}$$

$$= \frac{16}{9}$$

$$(2) \frac{1\frac{3}{5}}{5\frac{1}{3}}$$

$$= 1\frac{3}{5} \div 5\frac{1}{3}$$

$$= \frac{8}{5} \times \frac{3}{16}$$

$$= \frac{3}{10}$$

④ 求下列各比例式中 x 的值：

每題 6 分，共 12 分

每題 5 分，共 10 分

課 P110 例 8

$$(1) 4 : 3x = 3 : 2$$

$$9x = 8$$

$$x = \frac{8}{9}$$

$$(2) (3x + 2) : (x - 1) = 4 : 15$$

$$4(x - 1) = 15(3x + 2)$$

$$4x - 4 = 45x + 30$$

$$-41x = 34$$

$$x = -\frac{34}{41}$$

⑤ 已知 $x : y = 5 : 7$ ，且 $2x + 5y = 540$ ，則 $(x + 4) : (y - 4)$ 的比值是多少？

8 分

6 分

課 P112 例 9

因為 $x : y = 5 : 7$ ，故可設 $x = 5r$ ， $y = 7r$ ， $r \neq 0$ 。

則 $2x + 5y = 540$

$$10r + 35r = 540$$

$$r = 12$$

故 $x = 5r = 60$ ， $y = 7r = 84$

$$(x + 4) : (y - 4) = (60 + 4) : (84 - 4) = 64 : 80，$$

比值為 $64 \div 80 = \frac{4}{5}$ 。

答： $\frac{4}{5}$ 。



8分

6分

課 P113 例 10

- ⑥ 若 $7x=8y$ ，且 $x、y$ 皆不等於 0，求 $(2x+3y):(5x-2y)$ 的比值。

因為 $7x=8y$ ，所以 $x:y=8:7$ 。

設 $x=8r, y=7r, r \neq 0$ 。

$$\text{得 } (2x+3y):(5x-2y) = (16r+21r):(40r-14r)$$

$$= 37r:26r$$

$$= 37:26$$

所以 $(2x+3y):(5x-2y)$ 的比值為 $37 \div 26 = \frac{37}{26}$ 。

答： $\frac{37}{26}$ 。

- ⑦ 如果 $4x:5y=12:25$ ，且 $x+y=32$ ，求 x 與 y 的值。 課 P112~113 例 9~10

$$4x:5y=12:25$$

8分

6分

$$x:y=3:5$$

設 $x=3r, y=5r, r \neq 0$ 。

$$\text{則 } x+y=32$$

$$3r+5r=32$$

$$r=4$$

故 $x=3r=12, y=5r=20$ 。

答： $x=12, y=20$ 。

- ⑧ 阿明買了一包零食，零食中只含花生及小魚乾兩種成分，共重 200 公克，其中花生與小魚乾重量比為 3:1，求花生與小魚乾各重多少公克？

課 P115 例 12

$$\text{花生重量為 } 200 \times \frac{3}{3+1} = 150$$

8分

8分

$$\text{小魚乾重量為 } 200 \times \frac{1}{3+1} = 50$$

答：花生重 150 公克，小魚乾重 50 公克。

- ⑨ 甲、乙兩人原有的錢數比為 6:5，如果甲將自己所有錢的 $\frac{2}{3}$ 給乙，則此時甲與乙所有錢的比為何？ 8分 8分 課 P116 例 13

設甲、乙兩人原有的錢數分別為 $6r$ 元、 $5r$ 元， $r \neq 0$ 。

當甲將自己所有錢的 $\frac{2}{3}$ 給乙後，

$$\text{甲剩下 } \frac{1}{3} \times 6r = 2r, \text{ 乙有 } 5r + \frac{2}{3} \times 6r = 9r。$$

此時甲、乙兩人所有錢數的比為 $2r:9r=2:9$ 。

答：2:9。

精熟題

① (D) 如果 $a:b=2:3$ ，則下列敘述何者錯誤？ 6分

(A) $a:3b=2:9$

(B) $(a+b):(a-b)=5:(-1)$

(C) $a^2:b^2=4:9$

(D) $(a+1):(b+2)=3:5$

② 如果 $(2x-y):(x-y+1)=3:2$ ，求 x 、 y 的正整數解。 8分

因為 $(2x-y):(x-y+1)=3:2$

即 $3(x-y+1)=2(2x-y)$

$x+y=3$

滿足 $x+y=3$ 的正整數解有 $(1, 2)$ 與 $(2, 1)$ 兩組。

其中，將 $x=1, y=2$ 代入 $(2x-y):(x-y+1)$

得 $(2-2):(1-2+1)=0:0$ (不合)

因此 $x=2, y=1$ 。

答： $x=2, y=1$ 。

③ 新民國中去年的國一新生中，男、女生的人數比是 $16:15$ ，如果今年入學的新生中，男生人數比去年的人數減少了 $\frac{1}{4}$ ，女生的人數比去年的人數增加了 $\frac{1}{5}$ 。則今年國一新生中，男、女生人數的比為何？ 10分

設去年的國一新生中，男生有 $16r$ 人，女生有 $15r$ 人， $r \neq 0$ 。

則今年的新生中，男生有 $16r \times (1 - \frac{1}{4}) = 16r \times \frac{3}{4} = 12r$ ，

女生有 $15r \times (1 + \frac{1}{5}) = 15r \times \frac{6}{5} = 18r$ 。

故今年國一的新生中，男生與女生的人數比為 $12r:18r=2:3$ 。

答： $2:3$ 。