

3-2 解一元一次方程式

1. 一元一次方程式的意義 2. 一元一次方程式的解
3. 等量公理與移項法則

動畫
提問

1 一元一次方程式的意義

對應能力指標 7-a-02、7-a-03



假設 1 張優待票是 x 元，則 4 張優待票共 $4x$ 元；加上點心花了 240 元，所以 4 人總共花了 $(4x+240)$ 元。又由漫畫中可知 4 人總共花了 800 元，所以 $4x+240$ 和 800 是相等的，因此 $4x+240=800$ 。

在上面的式子 $4x+240=800$ 中，不知道 x 所代表的數是多少，這時通常稱 x 為**未知數**，這種含有未知數的等式稱為**方程式**，而只含一種未知數(一元)，且未知數的最高次方是一次的等式，稱為**一元一次方程式**。

將上節文字寫成的算式，依新增的文字敘述列出一元一次方程式，如下表：

	文字敘述	可以列出的方程式
(1)	x 減 8 是 10	$x-8=10$
(2)	x 的 5 倍等於 35	$5x=35$
(3)	比 x 大 5 的數是 3	$x+5=3$
(4)	比 x 的 6 倍多 7 的數是 37	$6x+7=37$
(5)	比 x 的一半少 3 的數是 21	$\frac{1}{2}x-3=21$

加強

🕒 教學時數

▪ 7 小時

📖 活動 1 理解一元一次方程式的意義，並將生活情境的問題記錄成一元一次方程式。

📖 教學眉批

▪ 此處的目的是要讓學生透過一些簡單的敘述來熟悉一元一次方程式的列式。

⚠️ 注意事項

▪ 「一元」表示該方程式中僅含有一種文字符號，此符號是一個未知數，而非變數。

🔍 轉問
關鍵提問

▪ 試說明式子與方程式的區別。
方程式為含有未知數的等式(有等號)，式子不是等式(沒有等號)。



會考觀測站 — 加強演練題 搭配表格

▪ 將下列各文字敘述改寫成方程式：

(1) x 加 7 是 23： $x+7=23$

(2) x 的 $\frac{1}{3}$ 倍為 -9 ： $\frac{1}{3}x=-9$

(3) x 的 5 倍減 8 等於 12： $5x-8=12$

(4) 比 x 小 20 的數是 30： $x-20=30$

(5) 比 x 的 6 倍多 17 的數是 -25 ： $6x+17=-25$



備課教學資源

▪ 補救教學 · 計算
Basic 3-2

**基會試題**

- 93 基測 II 第 4 題
- 95 基測 I 第 30 題
- 95 基測 II 第 4 題
- 96 基測 II 第 16 題
- 98 基測 I 第 9 題
- 99 基測 I 第 2 題
- 101 基測第 24 題
- 102 基測第 5 題

教學眉批

- 有關「方程式」及「一元一次方程式」，可參考相關教學資源之數學史故事。

放大 例 1 一元一次方程式的列式 基會

搭配習作 P59 基礎題 1、2

建德全家人於暑假期間到墾丁度假，每天要支付住宿費 3500 元，退房時還要支付其他費用 1600 元，共支付 12100 元的費用。則：

- (1) 住宿費每天 3500 元，如果建德全家人住了 x 天，須付住宿費多少元？（以含 x 的式子表示）
- (2) 依據題意「住宿 x 天的住宿費及其他費用 1600 元一共是 12100 元」列出一元一次方程式。

- 解**
- (1) 住宿費每天 3500 元，住了 x 天，須付住宿費 $3500x$ 元。
 - (2) 住宿費 $3500x$ 元，其他費用 1600 元，
總共是 $3500x + 1600$ 元，
依題意可列出 $3500x + 1600 = 12100$ 。

放大 隨堂練習

- 解** 已知老師的年齡為 41 歲，且老師的年齡是小易年齡的 3 倍少 1 歲。
- (1) 依據題意「老師的年齡是小易年齡的 3 倍少 1 歲」，如果小易的年齡為 x 歲，則老師的年齡為 $3x - 1$ 歲。（以含 x 的式子表示）

- (2) 依據題意「老師的年齡為 41 歲」列出一元一次方程式為

$$\underline{\hspace{10em} 3x - 1 = 41 \hspace{10em}}。$$

加強**備課教學資源****會考觀測站 — 加強演練題 搭配例 1**

- 隨堂輕鬆考第 39 回
1. 琳琳和 3 位同學去郊遊，買車票共花了 x 元，買點心共花了 140 元，平均每人應分攤 65 元，則可列出一元一次方程式為 $\frac{x + 140}{4} = 65$ 。
 2. 將每個重 x 克的罐頭 10 個，裝入重 300 克的禮盒裡，連同盒子共重 4500 克，則可列出一元一次方程式為 $10x + 300 = 4500$ 。

2 一元一次方程式的解

對應能力指標 7-a-03

依據題意列出一元一次方程式後，接著就是要找出這個方程式中，未知數所代表的數。例如：在例題 1 中，

住宿 1 天的費用是 $3500 \times 1 + 1600 = 5100$ (元)

住宿 2 天的費用是 $3500 \times 2 + 1600 = 8600$ (元)

住宿 3 天的費用是 $3500 \times 3 + 1600 = 12100$ (元)

即 $x=3$ (住宿 3 天) 可使例題 1 的一元一次方程式 $3500x + 1600 = 12100$ 等號左右兩邊的數值相等，就稱 $x=3$ 是此方程式的**解**。也就是說，將一個數代入一元一次方程式後，能使等號左右兩邊的數值相等，稱這個數為此一元一次方程式的解。求一元一次方程式中 x 所代表的數之過程，稱為解一元一次方程式。

放大 例 2 解的檢驗

搭配習作 P59 基礎題 3

12、15、18 三個數中，何者為一元一次方程式 $4x + 80 = 8x + 20$ 的解？

解 將各數分別代入方程式 $4x + 80 = 8x + 20$ ，檢驗等號是否成立：

x	左式： $4x + 80$	右式： $8x + 20$	左右兩式是否相等
12	$4 \times 12 + 80 = 128$	$8 \times 12 + 20 = 116$	否
15	$4 \times 15 + 80 = 140$	$8 \times 15 + 20 = 140$	是
18	$4 \times 18 + 80 = 152$	$8 \times 18 + 20 = 164$	否

所以 $x=15$ 是一元一次方程式 $4x + 80 = 8x + 20$ 的解。

放大 隨堂練習

解 將 x 分別以 1、2、3、4、5、6 代入一元一次方程式 $3x + 2 = 20$ 逐一檢驗，何者為這個一元一次方程式的解？

$x=6$

加強

活動 2 理解一元一次方程式解的意義，並以代入法或枚舉法求出一元一次方程式的解。

教學眉批

- 利用枚舉法或代入法找出一元一次方程式的解。
- 解的概念對未來學習二元一次（聯立）方程式、一元一次不等式、一元二次方程式都有關聯，建議教師在學生初學方程式時，能讓學生將解逐一代入檢驗。

！ 注意事項

- 算術處理的是具體的數目，代數處理的是抽象的數字。學代數要學會代數的思維方式，代數的運算才會有意思。



會考觀測站 — 加強演練題 搭配例 2

- (D) $x=3$ 為下列哪一個方程式的解？

(A) $2 + \frac{1}{3}(2x + 1) = 3$

(B) $x + \frac{2-x}{3} = 2$

(C) $2x - 5 = 3(x - 1)$

(D) $4x - 5 = 2x + 1$



備課教學資源

- 隨堂輕鬆考第 40 回

活動 3 理解等量公理「等式左右同加、減、乘、除一數（除數不為 0）時，等式仍然成立」的概念。

動畫
互動

3 等量公理與移項法則

對應能力指標 7-a-04、7-a-05

教學眉批

- 學生在直觀上易於接受等量公理，教師應避免為了導出一般式，而做過於繁複的解說。
- 若學生對於將等量公理應用於未知數感到困擾，教師可利用天平、砂袋及砝碼的圖卡，以操作方式說明。

1. 等量公理（加法）

如圖 3-1，在天平的左右兩邊，分別放上汽水（每瓶 x 公克）與砝碼，天平剛好平衡。

如果在天平的左右兩邊，各再放上 1 瓶汽水，結果天平仍然保持平衡，如圖 3-2。

事實上，在天平的左右兩邊再放上相同數量的汽水或砝碼，天平會一直保持平衡。也就是在等號左右兩邊同加一個數，等號仍會成立。



圖 3-1

$$2x + 200 = x + 400$$

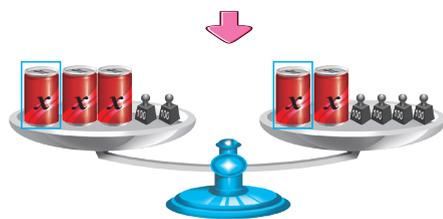


圖 3-2

$$2x + 200 + x = x + 400 + x$$

2. 等量公理（減法）

在天平的左右兩邊，分別放上汽水（每瓶 x 公克）與砝碼，天平剛好平衡，如圖 3-3。

如果在天平的左右兩邊，各拿走 1 瓶汽水，則天平仍然保持平衡，如圖 3-4。

事實上，在天平的左右兩邊拿走相同數量的汽水或砝碼，天平也會一直保持平衡。也就是在等號左右兩邊同減一個數，等號仍會成立。

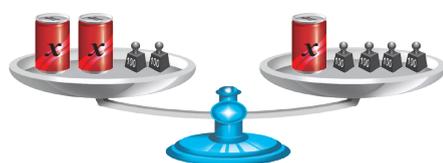


圖 3-3

$$2x + 200 = x + 400$$

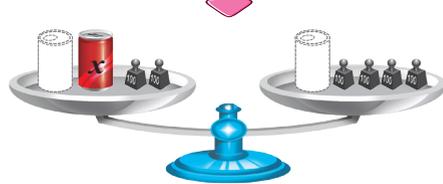


圖 3-4

$$2x + 200 - x = x + 400 - x$$

基會

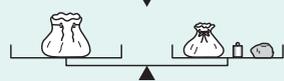


102 基測第 27 題

- (A) 圖一的等臂天平呈平衡狀態，其中左側秤盤有一袋石頭，右側秤盤有一袋石頭和 2 個各 10 克的砝碼。將左側袋中一顆石頭移至右側秤盤，並拿走右側秤盤的 1 個砝碼後，天平仍呈平衡狀態，如圖二所示。求被移動時石頭的重量為多少克？



圖一



圖二

- (A) 5 克
(B) 10 克
(C) 15 克
(D) 20 克

3. 等量公理(乘法)

在天平的左右兩邊，分別放上果汁(每瓶 y 公克)與砝碼，天平剛好平衡，如圖 3-5。

如果將天平左右兩邊的數量變成原來的 2 倍，則天平仍然保持平衡，如圖 3-6。

事實上，在天平的左右兩邊同時將果汁或砝碼的數量變為某倍，天平仍然會保持平衡。也就是在等號左右兩邊同乘以一個數，等號仍會成立。



圖 3-5

$$2y = 600$$



圖 3-6

$$2y \times 2 = 600 \times 2$$

4. 等量公理(除法)

在天平的左右兩邊，分別放上果汁(每瓶 y 公克)與砝碼，天平剛好平衡，如圖 3-7。

如果將天平左右兩邊的數量減半，則天平仍然保持平衡，如圖 3-8。

事實上，將天平左右兩邊的果汁或砝碼平分成某等分，並同時取出其中一份，天平仍然會保持平衡。也就是在等號左右兩邊同除以一個不為 0 的數，等號仍會成立。



圖 3-7

$$2y = 600$$

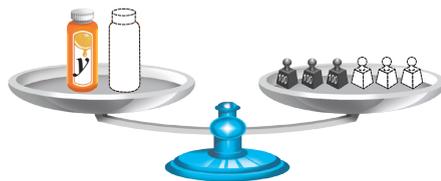


圖 3-8

$$2y \div 2 = 600 \div 2$$

由此可知，在等號左右兩邊同加、減、乘、除以一個數(除數不為 0)，等號仍然成立。這個概念稱為**等量公理**。

雖然以上例子的情境都是正數，但不論是正數或負數，等量公理都會成立。

基礎

教學眉批

- 等量公理：
若 $a = b$ ，則

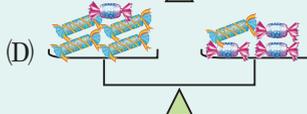
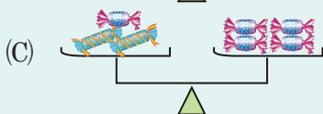
 1. $a + c = b + c$
 2. $a - c = b - c$
 3. $a \times c = b \times c$
 4. $a \div c = b \div c (c \neq 0)$

! 基會試題

- 94 基測 II 第 13 題
- 102 基測第 27 題

會考觀測站 — 基礎演練題 搭配課文

- (D) 有兩種糖果，若用等臂天平量得 3 個 的重量和 2 個 的重量一樣，則下列哪一種情形在等臂天平上也會呈平衡狀態？



教學眉批

- 由 $a+c=b+c$
或 $a-c=b-c$
或 $a \times c=b \times c (c \neq 0)$
或 $a \div c=b \div c (c \neq 0)$
推得 $a=b$ ，在將來處理一元一次方程式時更有其意義。

活動 4 利用等量公理解一元一次方程式，並做驗算。

等量公理

a 、 b 、 c 為任意給定的三數，如果 $a=b$ ，則

$$(1) a+c=b+c$$

$$(2) a-c=b-c$$

$$(3) a \times c=b \times c$$

$$(4) a \div c=b \div c \text{ (此時 } c \text{ 不為 } 0 \text{)}$$

反過來說，

$$\text{當 } (1) a+c=b+c$$

$$\text{或 } (2) a-c=b-c$$

$$\text{或 } (3) a \times c=b \times c \text{ (此時 } c \text{ 不為 } 0 \text{)} \text{ 或 } (4) a \div c=b \div c \text{ (此時 } c \text{ 不為 } 0 \text{)}$$

則可推得 $a=b$ 的結論。

接下來的例題，將介紹如何利用等量公理解方程式。求出解之後，一定要將解代入原方程式驗算，以確定答案是正確的，這是一個很重要的步驟。

放大例 3 以等量公理解方程式（減法）

搭配習作 P59 基礎題 4

解一元一次方程式 $x+38=27$ 。

解

為了求出 x 的值，須將等號左邊的「38」消去。

$$\begin{aligned} x+38 &= 27 \\ \text{等號兩邊同減 } 38 &\rightarrow x+38-38=27-38 \\ x &= 27-38 \\ x &= -11 \end{aligned}$$

相當於把等號左邊的「+38」移到等號的右邊變成「-38」。

驗算

把 $x=-11$ 代入原方程式：

左式 $=x+38=-11+38=27$ = 右式
所以 $x=-11$ 是此方程式的解。

加強

會考觀測站 — 加強演練題 搭配例 3

■ 解下列各一元一次方程式：

$$(1) x+18=16$$

$$(2) x+3=-5$$

$$(3) x+7=12$$

$$(1) x=-2$$

$$(2) x=-8$$

$$(3) x=5$$

放大 例 4 以等量公理解方程式（加法）

搭配習作 P59 基礎題 4

解一元一次方程式 $x - 19 = 25$ 。

解

為了求出 x 的值，須將等號左邊的「 -19 」消去。

$$\begin{array}{l}
 x - 19 = 25 \\
 \xrightarrow{\text{等號兩邊同加 } 19} x - 19 + 19 = 25 + 19 \\
 x = 25 + 19 \\
 x = 44
 \end{array}$$

相當於把等號左邊的「 -19 」移到等號的右邊變成「 $+19$ 」。

驗算

把 $x = 44$ 代入原方程式：
 左式 $= x - 19 = 44 - 19 = 25 =$ 右式
 所以 $x = 44$ 是此方程式的解。

在例題 3 與例題 4 中，如果省略過程中灰色方塊的步驟，例題 3 看起來就像把原先等號左邊的「 $+38$ 」，移到等號的右邊變成「 -38 」；而例題 4 像是把等號左邊的「 -19 」，移到等號的右邊變成「 $+19$ 」。

像這樣解方程式的運算方式，即稱為**移項法則**。

放大 隨堂練習

解 解下列一元一次方程式：

$$\begin{array}{l}
 (1) x + 8 = -9 \\
 x = -17
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 (2) y - 6 = -7 \\
 y = -1
 \end{array}$$

加強

教學眉批

- 教學時建議教師每一步驟都要學生說出理由。
- 解一元一次方程式的目的是要求出方程式中未知數 x 的值。
- 教師宜鼓勵學生思考如何運用等量公理求出未知數 x 的值。
- 解方程式時須強調根的檢驗步驟，若是方程式的根，則左式 = 右式。

活動 5 利用等量公理的概念理解移項法則，並察覺兩者的對應關係。



會考觀測站 — 加強演練題 搭配例 4

■解下列各一元一次方程式：

(1) $x - 7 = -10$

(2) $x - 29 = 19$

(3) $-x - 58 = 19$

(1) $x = -3$

(2) $x = 48$

(3) $x = -77$

**! 注意事項**

- 初學解一元一次方程式時，宜先讓學生觀察，並說出解題的策略，如何利用等量公理解題。

**活化體驗站****趣味數學**

- 什麼數字最愛遲到？
33。
因為 33 來遲（姍姍來遲）。

放大 例 5 以等量公理解方程式（乘法）

搭配習作 P59 基礎題 4

解一元一次方程式 $x \div 7 = 14$ 。

解

為了求出 x 的值，須將等號左邊的「7」消去。

$$\begin{array}{l}
 x \div 7 = 14 \\
 \frac{x}{7} = 14 \\
 \text{等號兩邊} \rightarrow \frac{x}{7} \times 7 = 14 \times 7 \\
 \text{同乘以 7} \quad \quad \quad x = 14 \times 7 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad x = 98
 \end{array}$$

相當於把等號左邊的「除以 7」移到等號的右邊變成「乘以 7」。

驗算

把 $x=98$ 代入原方程式：
 左式 $= x \div 7 = 98 \div 7 = 14 =$ 右式
 所以 $x=98$ 是此方程式的解。

**放大 隨堂練習**

解

解下列各一元一次方程式：

$$\begin{array}{l}
 (1) x \div 6 = -18 \\
 x = -108
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 (2) -\frac{1}{4}t = 6 \\
 t = -24
 \end{array}$$

加強**會考觀測站 — 加強演練題**

搭配例 5

- 解下列各一元一次方程式：

$$\begin{array}{l}
 (1) x \div 0.2 = 13 \\
 (1) x = 2.6
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 (2) x \div (-2) = -40 \\
 (2) x = 80
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 (3) -\frac{2}{3}x = 10 \\
 (3) x = -15
 \end{array}$$

放大例 6 以等量公理解方程式 (除法)

搭配習作 P59 基礎題 4

解一元一次方程式 $-3x=63$ 。

解

為了求出 x 的值，須將等號左邊的「 -3 」消去。

$$\begin{array}{l}
 -3x=63 \\
 \xrightarrow{\text{等號兩邊同除以}-3} \frac{-3x}{-3} = \frac{63}{-3} \\
 x = \frac{63}{-3} \\
 x = -21
 \end{array}$$

相當於把等號左邊的「乘以 -3 」移到等號的右邊變成「除以 -3 」。

驗算

把 $x = -21$ 代入原方程式：
 左式 $= -3x = (-3) \times (-21) = 63 =$ 右式
 所以 $x = -21$ 是此方程式的解。

放大隨堂練習

解 解下列各一元一次方程式：

(1) $7x = -105$

$x = -15$

(2) $3x = 11$

$x = \frac{11}{3}$

加強

教學眉批

- 從等量公理到移項法則只是省略了一個方程式的步驟，但通常解一個多元（或高次）的方程式，就可省略好幾個步驟，這才是移項法則的效率。
- 初學者建議還是以等量公理解題為主。

注意事項

- 以等量公理解方程式一直是初學者解題的最佳方法，教師在教學時，建議在學生完全理解等量公理的解題原理後，再由式子的簡化自然形成移項法則。



會考觀測站 — 加強演練題 搭配例 6

解下列各一元一次方程式：

(1) $-7x = 119$

(2) $6x = 20$

(3) $8x = -128$

(1) $x = -17$

(2) $x = \frac{10}{3}$

(3) $x = -16$

活動 6 利用移項法則解一元一次方程式，並做驗算。

教學眉批

利用移項法則解題，應視學生學習的理解程度，適時進行。

關鍵提問

比較例題 7 兩種方法的差異，請用自己的話說明省略了哪些步驟？
(學生自行回答)

接下來例題 7 的解題過程中，同時並列等量公理與移項法則的解題步驟，同學們可試著觀察這兩種解法中的對應關係。

例 7 等量公理與移項法則

搭配習作 P59 基礎題 4

放大
提問

解一元一次方程式 $3x - 20 = 30$ 。

解



利用等量公理解題

$$3x - 20 = 30$$

$$3x - 20 + 20 = 30 + 20 \quad \leftarrow \text{等號兩邊同加 } 20$$

$$3x = 50 \quad \leftarrow \text{整理}$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{50}{3} \quad \leftarrow \text{等號兩邊同除以 } 3$$

$$x = \frac{50}{3} \quad \leftarrow \text{整理}$$

利用移項法則解題

$$3x - 20 = 30$$

$$3x = 30 + 20$$

$$3x = 50$$

$$x = \frac{50}{3}$$

驗算

把 $x = \frac{50}{3}$ 代入原方程式：

$$\text{左式} = 3x - 20 = 3 \times \frac{50}{3} - 20 = 50 - 20 = 30 = \text{右式}$$

所以 $x = \frac{50}{3}$ 是此方程式的解。

隨堂練習

解 解下列各一元一次方程式：

(1) $2x + 8 = 14$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$

(2) $4 - 5t = -6$

$$-5t = -10$$

$$t = 2$$

加強



會考觀測站 - 加強演練題

搭配例 7

解下列各一元一次方程式：

(1) $8x + 4 = 20$

(2) $-7 + 6y = 11$

(3) $4x - 3 = 9$

(4) $x - 3 = -5$

(5) $121 = -11y$

(6) $15 = 36 - 3x$

(1) $x = 2$

(2) $y = 3$

(3) $x = 3$

(4) $x = -2$

(5) $y = -11$

(6) $x = 7$

解一元一次方程式時，其最終目的是求出未知數的值，得到形如 $x=3$ 的式子，所以當方程式的等號兩邊都含有未知數時，應設法使含未知數的每一項都在等號的一邊，不含未知數的每一項都在等號的另一邊。

放大
提問

例 8 等量公理與移項法則（兩邊都含有未知數）

搭配習作 P59
基礎題 4、5

解一元一次方程式 $9x+7=6x-4$ 。

解

利用等量公理解題

$$9x+7=6x-4$$

$$9x-6x+7=6x-6x-4 \quad \leftarrow \text{等號兩邊同減 } 6x$$

$$3x+7=-4 \quad \leftarrow \text{整理}$$

$$3x+7-7=-4-7 \quad \leftarrow \text{等號兩邊同減 } 7$$

$$3x=-11 \quad \leftarrow \text{整理}$$

$$\frac{3x}{3} = -\frac{11}{3} \quad \leftarrow \text{等號兩邊同除以 } 3$$

$$x = -\frac{11}{3} \quad \leftarrow \text{整理}$$

利用移項法則解題

$$9x+7=6x-4$$

$$9x-6x+7=-4$$

$$3x+7=-4$$

$$3x=-4-7$$

$$3x=-11$$

$$x = -\frac{11}{3}$$

驗算

把 $x = -\frac{11}{3}$ 分別代入原方程式的左式與右式：

$$\begin{aligned} \text{左式} &= 9x+7 \\ &= 9 \times \left(-\frac{11}{3}\right) + 7 \\ &= -26 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{右式} &= 6x-4 \\ &= 6 \times \left(-\frac{11}{3}\right) - 4 \\ &= -26 \end{aligned}$$

左式 = 右式，所以 $x = -\frac{11}{3}$ 是此方程式的解。

基礎

教學眉批

- 教師可藉由例題 8 讓學生理解等號的對稱性（若 $a=b$ ，則 $b=a$ ）。若 $2+3=5$ ，則 $5=2+3$ ，即為數量的等號對稱性之表現。若 $2=3x$ ，則 $3x=2$ ，即為式子的等號對稱性之表現。
- 驗算是解方程式重要的過程，教師可以提醒學生自行檢驗，以確保答案的正確性。

轉問 關鍵提問

- 比較例題 8 兩種方法的差異，請用自己的話說明省略了哪些步驟？（學生自行回答）

放大
解

會考觀測站 - 基礎演練題 搭配例 7

- (C) 若利用等量公理解一元一次方程式 $-\frac{1}{3}x+9=21$ ，則下列四個步驟中，哪一個步驟開始發生錯誤？
 - 步驟一： $-\frac{1}{3}x+9-9=21-9$
 - 步驟二： $-\frac{1}{3}x=12$
 - 步驟三： $(-\frac{1}{3}x) \div (-3) = 12 \div (-3)$
 - 步驟四： $x=-4$

! 注意事項

- 解一元一次方程式時，宜先讓學生觀察，並說出解題的策略，貴在學生解題的心理準備，不要一開始就規定學生將未知數 x 移到等號左邊，已知數移到等號右邊。

教學眉批

- 學生熟練移項法則的運用後，教師可鼓勵學生擴充移項法則的使用方式，不再限於一次只移一項，而可能兩項、三項同時進行。但要注意乘除的移項仍以單獨進行為宜。
- 要學生練習解一元一次方程式時，貴不在多樣，而是如何達到正確快捷。因此同一套題目，反覆多做幾次，並注意到個別學生的「特殊」錯誤模式。

放大 例 9 以移項法則解一元一次方程式

搭配習作 P59 基礎題 5

解一元一次方程式 $5x + 24 = 3x + 8$ 。

解

$$5x + 24 = 3x + 8$$

$$5x - 3x = 8 - 24$$

$$2x = -16$$

$$x = -8$$

放大 隨堂練習

解下列各一元一次方程式：

解 (1) $26 + 3x = 50 - 9x$

$$12x = 24$$

$$x = 2$$

解 (2) $3x + 7 = 5 - 4x$

$$7x = -2$$

$$x = -\frac{2}{7}$$

放大 例 10 以移項法則解一元一次方程式（先去括號） 搭配習作 P59 基礎題 5解一元一次方程式 $3(-2x - 5) + 3x = 12 + 4(x + 2)$ 。

解

$$3(-2x - 5) + 3x = 12 + 4(x + 2)$$

$$-6x - 15 + 3x = 12 + 4x + 8$$

$$-6x + 3x - 4x = 12 + 8 + 15$$

$$-7x = 35$$

$$x = -5$$

加強**會考觀測站 - 加強演練題**

搭配例 8、例 9

- 解下列各一元一次方程式：

(1) $4x + 5 = x + 11$

(2) $8x + 4 = 3x + 29$

(3) $4 - 5x = 8 + 3x$

(4) $-4x + 5 = 3x - 7$

(1) $x = 2$

(2) $x = 5$

(3) $x = -\frac{1}{2}$

(4) $x = \frac{12}{7}$

放大 隨堂練習

解下列各一元一次方程式：

解 (1) $2(3-x) = -4(x+5)$

$6-2x = -4x-20$

$2x = -26$

$x = -13$

解 (2) $2(x-4) - (3x+4) = -20+7x$

$2x-8-3x-4 = -20+7x$

$-x-12 = -20+7x$

$-8x = -8$

$x = 1$

放大 例 11 解一元一次方程式 基會

搭配習作 P59~61 基礎題 5、6

解一元一次方程式 $2x = \frac{2}{3}x - 16$ 。

解一 分數直接移項

$2x = \frac{2}{3}x - 16$

$2x - \frac{2}{3}x = -16$

$\frac{4}{3}x = -16$

$x = (-16) \div \frac{4}{3}$

$x = -12$

放大 解二 先去分母再移項

$2x = \frac{2}{3}x - 16$

$3 \times 2x = 3 \left(\frac{2}{3}x - 16 \right) \leftarrow \text{等號兩邊同乘以 3}$

$6x = 2x - 48$

$6x - 2x = -48$

$4x = -48$

$x = -12$

基礎

教學眉批

- 例題 11 提供兩種不同的解題方法，教學時，建議教師能讓學生先行觀察，有了解題的心理準備與想法後，鼓勵學生自行解解看，教師再補充說明。

! 基會試題

- 91 基測 II 第 4 題
- 98 基測 II 第 9 題



會考觀測站 — 基礎演練題 搭配例 10、例 11

解下列各一元一次方程式：

(1) $5(2x+3) = 4x-3$

(1) $x = -3$

(2) $6x+2(-3x+15) = 2x-30$

(2) $x = 30$

(3) $3(x+1) - (x-4) = 5x+1$

(3) $x = 2$

(4) $\frac{8}{9}x - 3 = 2$

(4) $x = \frac{45}{8}$

(5) $3x - 18 = 5 - \frac{1}{4}x$

(5) $x = -8$

放大 隨堂練習

解下列各一元一次方程式：

解 (1) $\frac{1}{4}x - 4 = x + 3$

▲ $x - 16 = 4x + 12$

▼ $-3x = 28$

$x = -\frac{28}{3}$

解 (2) $-x + 16 = \frac{5}{3}x$

▲ $-3x + 48 = 5x$

▼ $-8x = -48$

$x = 6$

教學眉批

- 方程式中若含有異分母分數，可先將等號兩邊同乘以分母的最小公倍數，將分數化成整數，以便於計算。

放大 例 12 解一元一次方程式

搭配習作 P61 基礎題 6

解一元一次方程式 $\frac{2}{3}x - \frac{3}{2} = \frac{1}{4}x - \frac{3}{4}$ 。

解

$$\frac{2}{3}x - \frac{3}{2} = \frac{1}{4}x - \frac{3}{4}$$

$$\left(\frac{2}{3}x - \frac{3}{2}\right) \times 12 = \left(\frac{1}{4}x - \frac{3}{4}\right) \times 12 \quad \leftarrow \text{等號兩邊同乘以 12}$$

$$\frac{2}{3}x \times 12 - \frac{3}{2} \times 12 = \frac{1}{4}x \times 12 - \frac{3}{4} \times 12$$

$$8x - 18 = 3x - 9$$

$$8x - 3x = -9 + 18$$

$$5x = 9$$

$$x = \frac{9}{5}$$

基礎



會考觀測站 - 基礎演練題 搭配例 12、例 13

解下列各一元一次方程式：

(1) $\frac{2}{3}x - \frac{3}{2} = \frac{1}{4}x + 1$

(2) $\frac{x}{6} - \frac{x}{9} = 2$

(3) $x - \frac{5-x}{3} = 1$

(4) $\frac{1}{6}x - \frac{1}{2} = \frac{2}{3}x - \frac{5}{2}$

(1) $x = 6$ (2) $x = 36$ (3) $x = 2$ (4) $x = 4$

放大 隨堂練習

解 解一元一次方程式 $\frac{3}{2}x - 2 = 2x + \frac{2}{5}$ 。

$$15x - 20 = 20x + 4$$

$$-5x = 24$$

$$x = -\frac{24}{5}$$

放大 例 13 解一元一次方程式

搭配習作 P61 基礎題 6

解一元一次方程式 $\frac{2x+1}{4} - \frac{x-4}{6} = 2$ 。

解

$$\frac{2x+1}{4} - \frac{x-4}{6} = 2$$

$$\frac{2x+1}{4} \times \frac{3}{1} - \frac{x-4}{6} \times \frac{2}{1} = 2 \times 12 \quad \leftarrow \text{等號兩邊同乘以 12}$$

$$3(2x+1) - 2(x-4) = 24$$

$$6x+3-2x+8=24$$

$$4x+11=24$$

$$4x=13$$

$$x = \frac{13}{4}$$

要記得加括號
才不會算錯哦！



放大 隨堂練習

基會

解 解一元一次方程式 $\frac{3x-1}{2} - \frac{2x+5}{3} = 1$ 。

$$3(3x-1) - 2(2x+5) = 6$$

$$9x-3-4x-10=6$$

$$5x-13=6$$

$$5x=19$$

$$x = \frac{19}{5}$$

精熟

教學眉批

- 例題 13：左右兩邊同乘 12 時，可提醒學生：
 - (1) 要加括弧才不會忘記變號。
 - (2) 等號右邊的 2 也要乘以 12，此步驟學生容易忘記。

! 基會試題

- 91 基測 I 第 5 題
- 96 基測 II 第 14 題



會考觀測站 — 精熟演練題 搭配例 12、例 13

- 解下列各一元一次方程式：

$$(1) x = 1 + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{8} + \frac{x}{16}$$

$$(1) x = 16$$

$$(2) 0.5 = \frac{0.12x - 0.21}{0.3} + \frac{0.28}{0.7}$$

$$(2) x = 2$$



備課教學資源

- 免試基礎講堂 3-2
- 隨堂輕鬆考第 41 回



趣味數學

- 什麼數字最懶惰，什麼數字最勤勞？
1 最懶惰，2 最勤勞。
因為一不作，二不休。

重 點 回 顧

① 一元一次方程式：

只含一種未知數，且未知數的最高次方是一次的等式，稱為一元一次方程式。

例 $2x=6$ ， $\frac{2}{5}x-3=x-9$ 等，皆為一元一次方程式。

② 一元一次方程式的解：

(1) 如果一個數代入一元一次方程式後，能使等號左右兩邊的值相等，稱這個數為此一元一次方程式的解。

例 $x=3$ 代入一元一次方程式 $2x=6$ ，
左式 $=2 \times 3 = 6 =$ 右式，
所以 $x=3$ 是 $2x=6$ 的解。

(2) 求一元一次方程式中，未知數所代表的數之過程，稱為解一元一次方程式。

③ 等量公理：

當等號左右兩邊相等時，在等號左右兩邊同時加、減、乘、除以一數（除數不為 0），等號仍然成立。

也就是說， a 、 b 、 c 為任意三數，如果 $a=b$ ，則

$$(1) a+c = b+c$$

$$(2) a-c = b-c$$

$$(3) a \times c = b \times c$$

$$(4) a \div c = b \div c \text{ (此時 } c \text{ 不為 } 0 \text{)}$$

反過來說，

$$\text{當 } (1) a+c = b+c$$

$$\text{或 } (2) a-c = b-c$$

$$\text{或 } (3) a \times c = b \times c \text{ (此時 } c \text{ 不為 } 0 \text{)} \text{ 或 } (4) a \div c = b \div c \text{ (此時 } c \text{ 不為 } 0 \text{)}$$

則可推得 $a=b$ 的結論。

基礎



會考觀測站 — 基礎演練題

- (B) 阿梅買了 5 杯珍珠奶茶付了 1000 元，找回 875 元，假設珍珠奶茶每杯 x 元，依題意可列出一元一次方程式為何？
(A) $5+x=1000-875$
(B) $5x=1000-875$
(C) $5x=875$
(D) $5+x=875$



3-2 自我評量

放大 1 依據下列各文字敘述，列出一元一次方程式：

課 P185 表格

解 (1) x 加 5 等於 13

(2) x 的 7 倍等於 21

▲ $x+5=13$

$7x=21$



(3) x 的 5 倍加 9 等於 29

(4) x 的 $\frac{1}{4}$ 減 3 等於 25

$5x+9=29$

$\frac{1}{4}x-3=25$

放大 2 (C) 判別 $x=-3$ 是下列哪一個方程式的解？

課 P187 例 2

解 (A) $5x+2=2x+5$

(B) $5x-2=-2x+5$



(C) $5x+4=2x-5$

(D) $5x+4=-2x-5$



放大 3 解下列各一元一次方程式：

課 P190~199 例 3~13

解 (1) $3x+1=2x-5$

▲ $x=-6$



(2) $5x=3x$

$x=0$

基礎



會考觀測站 - 基礎演練題 搭配自評第 2 題

■ (A) 下列何者為一元一次方程式 $3x - \frac{x-1}{4} = 0$ 的解？

(A) $-\frac{1}{11}$ (B) 11 (C) $\frac{1}{11}$ (D) $\frac{1}{4}$



備課教學資源

- 會考 100 分 3-2
- 會考基礎卷 3-2
- 數學段考精選 3-2

放大 (3) $2(x-4) - 3(x+4) = -2$

解 $2x - 8 - 3x - 12 = -2$

▲ $-x - 20 = -2$

▼ $x = -18$

放大 (4) $3(2x+1) - (x+2) = (7x+1) - 4(x-3)$

解 $6x + 3 - x - 2 = 7x + 1 - 4x + 12$

▲ $5x + 1 = 3x + 13$

▼ $2x = 12$

$x = 6$

放大 (5) $\frac{1}{2}x + 3 = \frac{2}{3}x - 2$

解 $3x + 18 = 4x - 12$

▲ $x = 30$



放大 (6) $\frac{3x-3}{4} + \frac{x-8}{3} = 2$

解 $3(3x-3) + 4(x-8) = 24$

▲ $9x - 9 + 4x - 32 = 24$

▼ $13x - 41 = 24$

$13x = 65$

$x = 5$

精熟

教學眉批

- 解分數型的方程式，要注意以下 2 點：
 - (1) 要加括弧才不會忘記變號。
 - (2) 等號右邊的式子也要記得同乘以相同的倍數。



會考觀測站 - 精熟演練題 搭配自評第 3 題

- 解下列各一元一次方程式：

(1) $(5x+7) - 2x = 20 - (3x+4)$

(2) $\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}(2x+1) = 5$

(3) $\frac{2x-1}{3} - \frac{5x-3}{4} = 1 - \frac{x}{2}$

(4) $5x - \{1 - 2[x + (x-2)]\} = 4$

(1) $x = \frac{3}{2}$

(2) $x = -32$

(3) $x = -7$

(4) $x = 1$