

2-1 質因數分解

本節性質與公式摘要

1. 2、3、4、5、9、11 的倍數判別法：

- (1) 2 的倍數：個位數字是 0、2、4、6 或 8。
- (2) 3 的倍數：各位數字和是 3 的倍數。
- (3) 4 的倍數：末兩位數字是 4 的倍數。
- (4) 5 的倍數：個位數字是 0、5。
- (5) 9 的倍數：各位數字和是 9 的倍數。
- (6) 11 的倍數：「奇數位數字和」與「偶數位數字和」的差是 11 的倍數（包含 0）。

2. 質數與合數：

- (1) 一個大於 1 的整數，只有 1 和它本身兩個因數，則稱此數為質數。
- (2) 一個大於 1 的整數，除了 1 和它本身之外，還有其他因數，則稱此數為合數。**例** 5 是質數，14 是合數。
- (3) 1 不是質數，也不是合數；2 是最小的質數，也是質數中唯一的偶數。

3. 質因數：

如果 a 是 b 的因數，而且 a 是質數，就稱 a 為 b 的質因數。

例 2 與 3 都是質數，也是 12 的因數，所以 2 與 3 為 12 的質因數。

4. 質因數分解與標準分解式：

- (1) 將一個正整數完全分解為幾個質因數連乘積的過程，稱為這個正整數的質因數分解。
- (2) 一個正整數作質因數分解後，將此數的所有質因數由小而大相乘，且遇有相同的質因數連乘時，就以指數形式表示，像這樣的表示方式稱為這個正整數的標準分解式。**例** $84 = 2^2 \times 3 \times 7$

基礎題

每格 5 分，共 30 分 每格 3 分，共 18 分

① 182、165、236、437、639、1947 六數中：

課 P101~106 例 3~6

(1) 含有因數 2 的數：182、236

(2) 含有因數 3 的數：165、639、1947

(3) 含有因數 4 的數：236

(4) 含有因數 5 的數：165

(5) 含有因數 9 的數：639

(6) 含有因數 11 的數：165、1947

每題 6 分，共 24 分

② 在下列各題中，將正確的打「✓」：每題 3 分，共 12 分 課 P99 例 1、P107 例 7

13 是 234 的因數 13 是質數 13 是 234 的質因數

因為 $234 \div 13 = 18 \dots 0$ ，所以 13 是 234 的因數。

又 13 是質數，所以 13 是 234 的質因數。

1 是 91 的因數 1 是質數 1 是 91 的質因數

因為 $91 \div 1 = 91 \dots 0$ ，所以 1 是 91 的因數，

又 1 不是質數，所以 1 不是 91 的質因數。

4 是 4 的因數 4 是質數 4 是 4 的質因數

因為 $4 \div 4 = 1 \dots 0$ ，所以 4 是 4 的因數，

又 4 是合數不是質數，所以 4 不是 4 的質因數。

7 是 97 的因數 7 是質數 7 是 97 的質因數

因為 $97 \div 7 = 13 \dots 6$ ，所以 7 不是 97 的因數。

③ 寫出所有比 20 小的質數，並將 20 的所有質因數圈起來。 **6分 6分**

②、3、⑤、7、11、13、17、19

每題 8 分，共 32 分 每題 6 分，共 24 分

④ 將下列各數作質因數分解，並寫成標準分解式：
課 P110~111 例 8~9

(1) $48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$

$= 2^4 \times 3$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 48} \\ 2 \overline{) 24} \\ 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ 3 \end{array}$$

(2) $595 = 5 \times 7 \times 17$

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 595} \\ 7 \overline{) 119} \\ 17 \end{array}$$

(3) $630 = 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7$

$= 2 \times 3^2 \times 5 \times 7$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 630} \\ 3 \overline{) 315} \\ 3 \overline{) 105} \\ 5 \overline{) 35} \\ 7 \end{array}$$

(4) $924 = 2 \times 2 \times 3 \times 7 \times 11$

$= 2^2 \times 3 \times 7 \times 11$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 924} \\ 2 \overline{) 462} \\ 3 \overline{) 231} \\ 7 \overline{) 77} \\ 11 \end{array}$$

課 P112 例 10

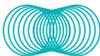
⑤ 如果一個長方形的長是 a ，寬是 b (a 、 b 是整數且 $a > b$)，若其面積是 210，則這樣的長方形有多少個？ **8分 6分**

因為 $210 = 1 \times 210 = 2 \times 105 = 3 \times 70 = 5 \times 42$

$= 6 \times 35 = 7 \times 30 = 10 \times 21 = 14 \times 15$

所以有 8 個長方形符合條件。

答：8 個。


精熟題

① 已知 $5432\square$ 是一個五位數，回答下列問題：每題 4 分，共 28 分

(1) 如果 $5432\square$ 是 2 的倍數，則 \square 可能是哪些數？

0、2、4、6、8

(2) 如果 $5432\square$ 是 3 的倍數，則 \square 可能是哪些數？

1、4、7

(3) 如果 $5432\square$ 是 6 的倍數，則 \square 可能是哪些數？

4

(4) 如果 $5432\square$ 是 5 的倍數，則 \square 可能是哪些數？

0、5

(5) 如果 $5432\square$ 是 10 的倍數，則 \square 可能是哪些數？

0

(6) 如果 $5432\square$ 是 4 的倍數，則 \square 可能是哪些數？

0、4、8

(7) 如果 $5432\square$ 是 11 的倍數，則 \square 可能是哪些數？

$5+3+\square=8+\square$ ， $4+2=6$ ，

$8+\square-6=2+\square$ ，所以 $\square=9$ 。

② 如果 a 、 b 皆為 84 的因數 ($a>b$)，且 $a+b=20$ ，求 a 、 b 兩數各為多少？6 分

84 的因數：

1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42, 84

其中 $6+14=20$

又 $a>b$

因此 $a=14$ ， $b=6$

答： $a=14$ ， $b=6$ 。